



Belirlenmiş Mühendislik  
Problemlerinin Tasarımı,  
Modellenmesi ve Optimizasyonu için  
Çoklu-Stokastik Nonlineer Nöro-  
Regresyon Analizi ve Geleneksel  
Olmayan Arama Algoritmaları Tabanlı  
Yeni Bir Sistematik Yaklaşım

Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Doktora Tezi

Melih Savran

ORCID 0000-0001-8343-1073

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Levent Aydın

Haziran 2023

İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü öğrencisi **Melih Savran** tarafından hazırlanan **Belirlenmiş Mühendislik Problemlerinin Tasarımı, Modellenmesi ve Optimizasyonu için Çoklu-Stokastik Nonlineer Nöro-Regresyon Analizi ve Geleneksel Olmayan Arama Algoritmaları Tabanlı Yeni Bir Sistemik Yaklaşım** başlıklı bu çalışma tarafımızca okunmuş olup, yapılan savunma sınavı sonucunda kapsam ve nitelik açısından başarılı bulunarak jürimiz tarafından DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

#### **ONAYLAYANLAR:**

**Tez Danışmanı:** **Doç. Dr. Levent Aydın**  
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

#### **Jüri Üyeleri:**

**Prof. Dr. Mehmet Çevik**  
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

**Prof. Dr. Kutlay Sever**  
İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi

**Prof. Dr. Engin Aktaş**  
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü

**Prof. Dr. Hatice Seçil Artem**  
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü

**Savunma Tarihi: 21.06.2023**

# Yazarlık Beyanı

Ben, **Melih Savran**, başlığı **Belirlenmiş Mühendislik Problemlerinin Tasarımı, Modellenmesi ve Optimizasyonu için Çoklu-Stokastik Nonlineer Nöro-Regresyon Analizi ve Geleneksel Olmayan Arama Algoritmaları Tabanlı Yeni Bir Sistematik Yaklaşım** olan bu tezin ve tezin içinde sunulan bilgilerin şahsıma ait olduğunu beyan ederim. Ayrıca:

- Bu çalışmanın bütünü veya esası bu üniversitede Doktora derecesi elde etmek üzere çalıştığım süre içinde gerçekleştirilmiştir.
- Daha önce bu tezin herhangi bir kısmı başka bir derece veya yeterlik almak üzere bu üniversiteye veya başka bir kuruma sunulduysa bu açık biçimde ifade edilmiştir.
- Başkalarının yayımlanmış çalışmalarına başvurduğum durumlarda bu çalışmalara açık biçimde atıfta bulundum.
- Başkalarının çalışmalarından alıntıladığımda kaynağı her zaman belirttim. Tezin bu alıntılar dışında kalan kısmı tümüyle benim kendi çalışmamdır.
- Kayda değer yardım aldığım bütün kaynaklara teşekkür ettim.
- Tezde başkalarıyla birlikte gerçekleştirilen çalışmalar varsa onların katkısını ve kendi yaptıklarımı tam olarak açıkladım.

Tarih:

21.06.2023

# Belirlenmiş Mühendislik Problemlerinin Tasarımı, Modellenmesi ve Optimizasyonu için Çoklu-Stokastik Nonlineer Nöro-Regresyon Analizi ve Geleneksel Olmayan Arama Algoritmaları Tabanlı Yeni Bir Sistematiik Yaklaşım

## ÖZ

Tez çalışmasında, mühendislik problemlerinin çözüm aşamasında; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon metotlarının en etkili ve verimli bir biçimde kullanımı için araştırmalar yapılması amaçlanmıştır. Bu kapsamda, gerek literatürden seçilen, gerekse tezde tanımlanan orijinal problemler olmak üzere 14 farklı problemin çözümünde deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerinin problem çözümü üzerindeki etkileri incelenmiştir. Deney tasarım metodu olarak literatürde de en sık rastlanan Central Composite, Full Factorial, Taguchi, Box Behnken, D-Optimal metotları kullanılmış ve bu metotlarla elde edilen veri setlerinin matematiksel model oluşturmada etkileri araştırılmıştır. Matematiksel modelleme sürecinde yine literatürde sıklıkla kullanılan Regresyon, Yüzey Yanıt Yöntemi ve Yapay Sinir Ağları gibi metotların değerlendirmesine yer verilip bu tez çalışması kapsamında yeni modelleme metotları olarak tanıtılan nöro regresyon ve stokastik nöro regresyon metotlarının farklı problemler üzerinde uygulamaları gösterilmiştir. Tez çalışması kapsamında ortaya konulan orijinal iki modelleme metodundan; nöro regresyon, yapay zeka ve regresyonun avantajlarından yararlanarak matematiksel model oluşturmayı hedeflerken, stokastik nöro regresyon gerçek ve tahmin edilen



değerler farkını minimize etmek ve en uygun model katsayılarını belirlemek için yapay zeka ve regresyona ek olarak stokastik optimizasyon tekniklerinden faydalanır. Bir diğer başlık olan optimizasyon sürecinde; Differential Evolution, Nelder Mead, Random Search ve Simulated Annealing metotları tez çalışmayı boyunca problem çözümlerinde tercih edilen optimizasyon algoritmaları olmuştur. Tez çalışmasında; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon için Mathematica, Matlab, Design Expert, Minitab programları kullanılmıştır. Uygulama alanına sahip olan orijinal problem üzerinden deney tasarım metotları; Full Factorial, D-Optimal, Central Composite, Taguchi ve Box Behnken'in birbirleriyle karşılaştırmaları yapılmıştır. Nöro Regresyon ve Stokastik Nöro Regresyon metotlarının; Yapay Sinir Ağları, Yüzey Yanıt Yöntemi ve Regresyon metotları ile karşılaştırıldıklarında, bir çok avantaja sahip oldukları ve bu metotlara alternatif olarak kullanılabilecekleri gösterilmiştir. Matematiksel modellemede, data setinin eğitim ve test olarak ayrılması aşamasında takip edilen farklı metotların modelleme ve model başarısı üzerine etkileri hold out, k-fold cross validation ve bootstrap data ayırma teknikleri kullanılarak araştırılmıştır. Matematiksel modellerin başarısını ölçmede farklı model değerlendirme kriterlerinden yararlanılmaktadır. Doktora tez çalışması kapsamında, literatür araştırması sonucu tespit edilen 22 farklı model değerlendirme kriteri kullanılarak model başarısı ölçülmüş ve başarı ölçütlerinin birbirleri ile karşılaştırması yapılmıştır. Bu tez çalışması kapsamında ortaya konulan boundedness check kriteri diğer tüm model başarı değerlendirme kriterlerinden farklı olarak modelin kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili direk bilgi verebilen tek kriter olmuştur. Tez çalışmasında bir başka araştırma konusu; özel fonksiyonların matematiksel modellemede alternatif model tipi olarak kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili olmuştur. Bessel, ChebyShevT, Erf, ExpIntegralE, Fresnel, Hermite, HyperGeometric, LegendreP, RamanujanTauTheta, RiemannSiegelTheta özel fonksiyon tipleri modelleme amaçlı kullanılmış ve tez kapsamında kullanılan temel matematiksel fonksiyonlar ile karşılaştırmaları yapılmıştır.

Bu doktora tezi kapsamında gerçekleştirilen çalışmalar sonucunda; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerinin bir bütün olarak düşünülmesi gerektiği anlaşılmıştır. Bir problemin çözümünde aktif rol oynayan bu üç aşama tamamıyla birbirleriyle bağlantılıdır ve birinde ortaya çıkan olumsuzluk diğer süreçleri de etkiler. Tez çalışmasında, bahsedilen bu üç aşama ile ilgili detaylı çalışmalar

yürütölmüş ve her bir aşamanın sonuçlar üzerinde direk etkiye sahip olduğu görölmüşür. Tez çalışmasının; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon ile ilgili aşğıdaki sorulara cevap ürettiğı düşünölmektedir:

- Bir matematiksel modelleme metodu olarak literatürde farklı tip problemlerin çözümünde sıklıkla tercih edilen YSA'nın kısıtları ve sınırlamaları nelerdir?
- Model başarısını ölçmede en fazla tercih edilen kriterlerden biri olan  $R^2$  'nin tek başına bir değerdendirme kriteri olarak kullanılıp model için başarılı veya başarılı değil şeklinde bir karar verilmesi ne kadar anlamlıdır?
- Regresyon ve YYY modelleme metotlarında kullanılan polinom yapılar girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi açıklamak için yeterli olur mu? Yoksa farklı matematiksel fonksiyonlar kullanımına da ihtiyaç duyulabilir mi?
- Taguchi'nin bir deney tasarım metodu olarak kullanılmasının modelleme üzerindeki etkisi nedir?
- Matematiksel modellemede, data setinin eğitim ve test olarak ayrılması aşamasında takip edilen farklı metotların modelleme ve model başarısı üzerine etkileri nelerdir?
- Model başarısını ölçmede hangi kriterleri kullanmak anlamlıdır?
- Deney tasarım metodu seçilirken nelere dikkat edilmelidir? Hangi deney tasarım metodunu kullanmak daha avantajlıdır?
- Özel matematiksel fonksiyonların modellemede kullanımı ne kadar anlamlıdır?

**Anahtar Sözcükler:** Deney tasarımı, matematiksel modelleme, optimizasyon, stokastik nöro regresyon, veri analizi

# A New Systematic Approach for Design, Modeling and Optimization of the Engineering Problems Based on Stochastic Multiple-Nonlinear Neuro-Regression Analysis and Non Traditional Search Algorithms

## Abstract

The thesis is aimed to carry out research for the most effective and efficient use of experimental design, mathematical modeling, and optimization methods in solving engineering problems. In this context, the effects of experimental design, mathematical modeling, and optimization processes on problem-solving were examined in solving 14 different problems, both original problems selected from the literature and defined in the thesis. As the experimental design method, Central Composite, Full Factorial, Taguchi, Box Behnken, and D-Optimal methods, which are the most common in the literature, were used, and the effects of the data sets obtained by these methods on mathematical modeling were investigated. In the mathematical modeling process, the evaluation of methods such as Regression, Surface Response Method, and Artificial Neural Networks, which are frequently used in the literature, are included, and the applications of neuro regression and stochastic neuro regression methods, which are introduced as new modeling methods within the scope of this thesis, on different problems are shown. Of the two original modeling methods introduced within the scope of the thesis study, While neuro regression aims to create a mathematical model by taking advantage of artificial intelligence and regression, stochastic neuro

regression uses stochastic optimization techniques in addition to artificial intelligence and regression to minimize the difference between actual and predicted values and to determine the most appropriate model coefficients. In the optimization process, which is another topic; Differential Evolution, Nelder Mead, Random Search and Simulated Annealing methods have been the preferred optimization algorithms for problem-solving throughout the thesis. In the thesis study; Mathematica, Matlab, Design Expert, and Minitab programs were used for experimental design, modeling, and optimization. Experiment design methods on the original problem with application area; Comparisons of Full Factorial, D-Optimal, Central Composite, Taguchi, and Box Benhken were made. Neuro Regression and Stochastic Neuro Regression methods; It has been shown that Artificial Neural Networks have many advantages when compared with the Surface Response Method and Regression methods and can be used as an alternative to these methods. In mathematical modeling, the effects of different methods followed in the stage of separating the data set as training and testing on modeling and model success were investigated using hold out, k-fold cross-validation and bootstrap data separation techniques. Different model evaluation criteria are used to measure the success of mathematical models. Within the scope of the doctoral thesis study, model success was measured by using 22 different model evaluation criteria determined as a result of the literature research, and the success criteria were compared with each other. The boundedness check criterion, introduced within this thesis's scope, was the only criterion that could give direct information about the usability of the model, unlike all other model success evaluation criteria. Another research topic in the thesis is; It has been about whether special functions can be used as an alternative model type in mathematical modeling. Special function types such as Bessel, ChebyShevT, Erf, ExpIntegralE, Fresnel, Hermite, HyperGeometric, LegendreP, RamanujanTauTheta, RiemannSiegelTheta were used for modeling, and comparisons were made with the basic mathematical functions used in the thesis.

As a result of the studies carried out within the scope of this doctoral thesis; It has been understood that experimental design, mathematical modeling, and optimization processes should be considered as a whole. These three stages, which play an active role in solving a problem, are wholly interconnected, and the negativity that occurs in one affects the other processes. In the thesis study, detailed studies were carried out on these three stages, and it was seen that each step had a direct effect on the results.

Thesis work; It is thought to produce answers to the following questions about experimental design, modeling, and optimization:

- What are the constraints and limitations of ANN, which is frequently preferred in the literature for solving different types of problems as a mathematical modeling method?
- How meaningful is it to use  $R^2$ , one of the most preferred criteria in measuring model success, as an evaluation criterion alone and to make a decision as successful or unsuccessful for the model?
- Are the polynomial structures used in Regression and Response Surface modeling methods sufficient to explain the relationship between input and output parameters? Or is there a need to use different mathematical functions?
- What is the effect of using Taguchi as an experimental design method on modelling?
- In mathematical modelling, what are the effects of the different methods followed during the separation of the data set into training and testing, on modeling and model success?
- Which criteria are meaningful to use to measure model success?
- What should be considered when choosing the experimental design method? Which experimental design method is more advantageous to use?
- How meaningful is the use of special mathematical functions in modelling?

**Keywords:** Design of experiment, mathematical modeling, optimization, stochastic neuro regression, data analysis

*Sevgili Aileme*

# Teşekkür

Danışmanım Doç. Dr. Levent Aydın'a tez boyunca tavsiyeleri, yönlendirmeleri, destekleri, ve teşvikleri için teşekkür ederim. Akademik danışmanım olmanın yanı sıra; on yıldır sürekli hissettiğim manevi desteği, sabrı, nezaketi ve yol göstericiliği hayatımda göz ardı edilemez değerdedir. Levent Aydın ile çalışmak ve öğrencisi olmak benim için büyük bir şanstı. Kendisiyle hayatım boyunca çalışabilmeyi diliyorum.

Tez çalışmam boyunca sürekli öğrenme ve çalışma isteği içerisinde olup bıkmadan, sıkılmadan bana yardımcı olan Hande Parlak'a teşekkür ederim.

Doktora sürecimde 2019-2023 yılları arasında 2211/A Genel Yurt İçi Doktora Burs Programı kapsamında benden desteklerini esirgemeyen TUBİTAK'a teşekkür ederim. Akademik çalışmalarına devam edebilmem için gerekli maddi desteği sağlaması benim için önemliydi.

Son olarak, hayatım boyunca her konuda sonsuz sevgi ve desteklerini hissettiren sevgili ebeveynlerim Tahir Savran, Zeliha Savran ve ablam Derya Savran Türeci'ye en özel teşekkürlerimi sunarım.

# İçindekiler

Yazarlık Beyanı .....	ii
Öz .....	iii
Abstract .....	vi
Teşekkür .....	x
Şekiller Listesi.....	xiv
Tablolar Listesi.....	xviii
Kısaltmalar Listesi .....	xxiii
<b>1 Giriş .....</b>	<b>1</b>
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.2 Motivasyon .....	9
1.3 Çalışmanın Amacı.....	12
1.4 Tez Çalışmasının Orijinalliği .....	13
<b>2 Deney Tasarımı-Modelleme-Optimizasyon .....</b>	<b>15</b>
2.1 Deney Tasarımı .....	15
2.2 Deney Tasarım Metotları .....	19
2.2.1 One Variable at a Time Design (OVAT).....	19
2.2.2 Factorial Design (FD).....	20
2.2.3 Central Composite Design (CCD).....	22
2.2.4 Box Behnken Design (BBD) .....	23
2.2.5 Taguchi Design.....	24
2.2.5 D-Optimal Design.....	27



2.3	Matematiksel Modelleme.....	27
2.3.1	Nöro Regresyon Metodu .....	29
2.3.2	Stokastik Nöro Regresyon Metodu.....	30
2.3.2	Matematiksel Modeller.....	31
2.4	Mathematica ve Optimizasyon .....	33
2.4.1	NMinimize ve NMaximize Komutları .....	35
2.4.2	Random Search Algoritması.....	36
2.4.3	Simulated Annealing Algoritması .....	41
2.4.4	Differential Evolution Algoritması.....	45
2.4.5	Nelder Mead Algoritması .....	47
2.4.6	FindMinimum.....	50
<b>3</b>	<b>Modelleme Çalışmaları .....</b>	<b>54</b>
3.1	Yapay Sinir Ağları Kullanılarak Çözülmüş Problemlerin Tekrar İncelenmesi ve Nöro Regresyon ile Çözümü .....	54
<b>4</b>	<b>R<sup>2</sup> Model Değerlendirme Kriteri .....</b>	<b>80</b>
4.1	Model Başarısını Belirlemede Tek Kriter Olarak R <sup>2</sup> Kullanımı.....	80
<b>5</b>	<b>Model Oluşturmada Polinom Yapıların Kullanımı .....</b>	<b>94</b>
<b>6</b>	<b>Taguchi Deney Tasarım Metodu.....</b>	<b>115</b>
6.1	Taguchi'nin Bir Deney Tasarım Metodu Olarak Kullanılmasının Modelleme Üzerindeki Etkisi .....	115
<b>7</b>	<b>Veri Ayırma Teknikleri ve Modelleme Metotlarının Karşılaştırılması .....</b>	<b>130</b>
7.1	Nöro Regresyon ve Stokastik Nöro Regresyon Metotlarının Farklı Veri Ayırma Teknikleri Kullanılarak Karşılaştırılması .....	130
<b>8</b>	<b>Model Değerlendirme Kriterleri .....</b>	<b>146</b>
8.1	Model Değerlendirme Kriterlerinin Karşılaştırılması.....	146
<b>9</b>	<b>Deney Tasarım Metotlarının Karşılaştırılması .....</b>	<b>161</b>

9.1 Farklı Deney Tasarım Metotları Kullanımının Modelleme Üzerindeki Etkisinin Değerlendirilmesi .....	161
<b>10 Özel Fonksiyonların Matematiksel Modellemede Kullanımı.....</b>	<b>187</b>
<b>11 Katmanlı Üretim Yöntemi ile Üretilen Polilaktik Malzemelerin Nöro Regresyon Metodu ile Matematiksel Modellemesi ve Optimizasyonu .....</b>	<b>197</b>
<b>10 Sonuçlar ve Öneriler .....</b>	<b>222</b>
<b>Kaynaklar .....</b>	<b>233</b>
<b>Ekler .....</b>	<b>241</b>
Ek A Matematiksel Modellerin Katsayılı Açık Halleri .....	242
EK B Tezden Üretilmiş Yayınlar.....	431
<b>Özgeçmiş .....</b>	<b>432</b>

# Şekiller Listesi

Şekil 2.1	Bir sürecin genel modeli .....	15
Şekil 2.2	Deney tasarımının uygulanması süreci .....	18
Şekil 2.3	CCD tipleri .....	23
Şekil 2.4	Mathematica’da optimizasyon süreci.....	34
Şekil 2.5	RS algoritması akış şeması.....	37
Şekil 2.6	Ackley test fonksiyonu 3B gösterim .....	38
Şekil 2.7	Holder Table 1 test fonksiyonu 3B gösterim .....	40
Şekil 2.8	SA algoritması akış şeması .....	42
Şekil 2.9	DE algoritması akış şeması .....	46
Şekil 2.10	NM algoritması akış şeması .....	48
Şekil 2.11	Carrom Tablo test fonksiyonu 3B gösterim .....	52
Şekil 3.1	Enerji tükeminin modellenmesi için önerilen yapay sinir ağı, (a) ağ özellikleri, (b) ağ yapısı.....	57
Şekil 3.2	YSA modelinin başarı değerlendirme .....	58
Şekil 3.3	Girdi parametrelerinin değerlerindeki artış ve azalış oranlarına bağlı olarak çıktı parametresinin aldığı değerlerin ve gerçek değerlerinin karşılaştırması, (a) %1 azalma-artış, (b) %5 azalma-artış, (c) %10 azalma-artış, (d) %20 azalma-artış, (e) %50 azalma-artış. ....	59
Şekil 3.4	YSA modeli, (a) ağ yapısı, (b) model başarı değerlendirme.....	65
Şekil 3.5	YSA modeli tarafından tahmin edilen sonuçlar ile gerçek sonuçların karşılaştırılması .....	68
Şekil 3.6	Basma modülünün modellenmesi için önerilen YSA ağ yapısı.....	71
Şekil 3.7	YSA kullanılarak elde edilen tahmin değerleri ve gerçek basma modülü değerlerinin karşılaştırılması .....	72
Şekil 3.8	Basma modülünün modellenmesinde kullanılan YSA ve NRM’nin önerdiği modellerin karşılaştırılması, (a) basma modülü, (b) yüzde mutlak hata.....	74

Şekil 3.9	Basma dayanımı için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi.....	77
Şekil 3.10	Basma gerinmesi için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi .....	78
Şekil 4.1	Çıktı parametreleri için önerilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri .....	85
Şekil 4.2	Çalışma frekansı çıktı parametresi için önerilen modelin stabilite testi, (a) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda arttırıldığında, (b) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda azaltıldığında.....	88
Şekil 4.3	Çekme dayanımı çıktı parametresi için önerilen modelin stabilite testi, (a) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda azaltıldığında, (b) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda arttırıldığında.....	92
Şekil 5.1	Gerilme çıktısı için FOLNR modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata dağılımı, (c) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi, (d) güven aralığı bantları .....	98
Şekil 5.2	Doğal frekans çıktısı için SOTN modelin stabilite analizi, (a) girdi parametrelerinin %1, 5, 10, 20 oranlarında azaltımı durumunda, (b) girdi parametrelerinin değerlerinin %1, 5, 10, 20 oranlarında arttırımı durumunda, (c) girdi parametrelerinin değerlerinin %50 oranında azaltımı durumunda, (d) girdi parametrelerinin değerlerinin %50 oranında arttırımı durumunda.....	103
Şekil 5.3	Doğal frekans çıktısı için FOTN modelin stabilite analizi, (a) girdi parametrelerinin %1, 5, 10, 20, 50 oranlarında azaltımı durumunda, (b) girdi parametrelerinin değerlerinin %1, 5, 10, 20, 50 oranlarında arttırımı durumunda.....	105
Şekil 5.4	Doğal frekans çıktısı için FOTN modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata değerleri, (c) standart hata oranlarının dağılımı (d) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi .....	106

Şekil 5.5	Doğal frekans çıktısı için SOTN modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata değerleri, (c) standart hata oranlarının dağılımı (d) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi .....	107
Şekil 5.6	Eğilme modülü için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi .....	111
Şekil 5.7	Eğilme dayanımı için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi .....	112
Şekil 5.8	Eğme yükü altında gerinme davranışının modellenmesinde için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi.....	114
Şekil 6.1	Tabakalı simetrik grafit/epoksi kompozit .....	119
Şekil 6.2	Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin test aşamasındaki $R^2$ başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON....	125
Şekil 6.3	Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin rastgele üretilmiş 150 satırlık test datasına göre $R^2$ başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON.....	126
Şekil 6.4	Full Factorial deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin rastgele üretilmiş 150 satırlık test datasına göre $R^2$ başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON.....	127
Şekil 8.1	Hibrit tabakalı kompozit yapısı.....	148
Şekil 9.1	Girdi ve çıktı parametrelerinin ilişkisinin lineer model ile ifade edilmesi .....	162
Şekil 9.2	Girdi ve çıktı parametrelerinin ilişkisinin non-lineer model ile ifade edilmesi .....	163
Şekil 9.3	Full Factorial ve Taguchi metotları tarafından oluşturulan deney setlerinin karşılaştırılması .....	165
Şekil 9.4	Kompozit Şaft .....	167
Şekil 9.5	Cam /epoksi tabakalı kompozit .....	168
Şekil 9.6	Deney tasarım metotlarının karşılaştırılması, (a) Matematiksel modellerin başarı oranı, (b) Optimizasyon sonuçları .....	184

Şekil 10.1	16 katmanlı simetrik-balans Keten/Epoksi tabakalı kompozit.....	187
Şekil 11.1	ASTM D638 Tip I standartlarına göre çekme testi numunesi .....	199
Şekil 11.2	Shareboot yazıcı kullanılarak üretilen dolgu desenleri .....	199
Şekil 11.3	3B katmanlı üretim ve test aşamalarının akış şeması.....	201
Şekil 11.4	Dizayn, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin akış şeması .....	201

# Tablolar Listesi

Tablo 2.1	FFD ve FFDM kullanımında faktör sayısına bağlı olarak önerilen deney sayıları .....	21
Tablo 2.2	Farklı CCD tipleri için $\alpha$ değerleri .....	22
Tablo 2.3	Aynı seviye değerine sahip faktörler kullanıldığı durumda Taguchi deney setleri .....	25
Tablo 2.4	Farklı seviye değerlerine sahip faktörler kullanıldığı durumda Taguchi deney setleri.....	26
Tablo 2.5	Matematiksel modeller ve belirsiz katsayılarla sahip açık formları.....	31
Tablo 2.6	Mathematica’da optimizasyon algoritmaları ve komutları .....	34
Tablo 3.1	Ark ocaklarında enerji tüketimini incelemek için oluşturulan data seti..	55
Tablo 3.2	Dizayn parametresi olarak seçilen fiber açılarının seviye değerleri .....	63
Tablo 3.3	Box Behnken metodu kullanılarak elde edilen deney seti .....	64
Tablo 3.4	YSA modelini test etmek için rastgele üretilen data seti .....	67
Tablo 3.5	PMMA kemik çimentosu için basma yükü altında elde edilen modül, dayanım ve uzama değerleri.....	69
Tablo 3.6	YSA ağ yapısı ve model başarı değerlendirme .....	70
Tablo 3.7	Basma modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirme .....	73
Tablo 3.8	Basma dayanımının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirme .....	76
Tablo 3.9	Basma yükü altında gerinmenin modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirme .....	78
Tablo 4.1	Dizayn parametreleri ve seviye değerleri.....	81
Tablo 4.2	Çıktı parametrelerini modellemek için önerilen modellerin başarı değerlendirme .....	82
Tablo 4.3	İkinci derece polinom model ANOVA analizi.....	83

Tablo 4.4	ANOVA analizi sonucu gereksiz terimlerin atılmasıyla elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi .....	84
Tablo 4.5	Çıktı Parametreleri için sınır kontrol (boundedness check) kriteri kapsamında elde edilen maksimum ve minimum değerler .....	87
Tablo 4.6	Katmanlı üretim dizayn parametreleri ve seviye değerleri .....	90
Tablo 4.7	Çekme dayanımı için önerilen matematiksel modeller .....	90
Tablo 5.1	Zırh sistemi için belirlenen tasarım parametreleri ve alabilecekleri seviye değerleri.....	95
Tablo 5.2	CCD metodu kullanılarak zırh sisteminde girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkisi tanımlamak için oluşturulan deney seti .....	96
Tablo 5.3	Gerilme çıktısı için önerilen matematiksel modellerin başarı değerlendirilmesi .....	97
Tablo 5.4	LHS ve CCD metotları kullanılarak elektrikli araç batarya muhafaza paketinin tasarımı için oluşturulan deney seti .....	100
Tablo 5.5	Doğal frekans çıktısı için önerilen matematiksel modellerin başarı değerlendirilmesi .....	101
Tablo 5.6	Ortalama $R^2$ ve model terim sayıları dikkate alınarak model başarılarının değerlendirilmesi .....	102
Tablo 5.7	PMMA kemik çimentosu için eğme yükü altında elde edilen modül, dayanım ve uzama değerleri.....	109
Tablo 5.8	Eğilme modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi .....	110
Tablo 5.9	Eğme yükü altında dayanımın modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi .....	112
Tablo 5.10	Eğme yükü altında gerilme davranışının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi.....	113
Tablo 6.1	Literatürde en sık kullanılan Taguchi ortogonal dizilimleri ve örnek çalışmalar.....	117
Tablo 6.2	Taguchi ortogonal dizilimleri, dizayn parametreleri ve onların aldığı seviye değerleri .....	121



Tablo 6.3	Taguchi ve Full Factorial tasarımlarda gerçekleştirilmesi gereken deney sayıları .....	122
Tablo 6.4	Taguchi deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modellerin başarı değerlendirme sonuçları .....	123
Tablo 6.5	Full Factorial deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modellerin başarı değerlendirme sonuçları .....	124
Tablo 7.1	NRM ile doğal frekans çıktısının modellenmesinde kullanılan modellerin başarı değerlendirme sonuçları .....	132
Tablo 7.2	SNRM ile doğal frekans çıktısının modellenmesinde kullanılan modellerin başarı değerlendirme sonuçları .....	133
Tablo 7.3	İki farklı data ayırma yöntemi için NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması .....	134
Tablo 7.4	Bootstrap data ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması .....	135
Tablo 7.5	Bootstrap data ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması ((80 Eğitim* - 20 Test) - *Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (64 Eğitim – 20 Test)) .....	138
Tablo 7.6	Bootstrap data ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması ((80 Eğitim* - 20 Test) - *Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (40 Eğitim – 40 Test)) .....	140
Tablo 7.7	Çapraz doğrulama data ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması (10 katlı çapraz doğrulama) .....	142
Tablo 7.8	Çapraz doğrulama data ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması (5 katlı çapraz doğrulama) .....	143
Tablo 8.1	Model değerlendirme kriterleri .....	146
Tablo 8.2	Cam/Epoksi ve Keten/Epoxy kompozit malzeme özellikleri .....	148
Tablo 8.3	Dizayn parametrelerinin seviye değerleri .....	149
Tablo 8.4	D-Optimal metodu kullanılarak oluşturulan deney seti .....	150

Tablo 8.5	Doğal frekans çıktısını modellemek için önerilen matematiksel modellerin farklı model değerlendirme kriterlerine göre başarılarının ölçülmesi.....	153
Tablo 8.6	Farklı model değerlendirme kriterlerine göre en başarılı tespit edilen ilk beş model.....	155
Tablo 8.7	Modellerin sınır kontrol kısıtı (boundedness check) değerlendirmesi..	156
Tablo 8.8	SON ve SONR modellerin rastgele üretilen data setleri ile farklı değerlendirme kriterleri baz alınarak başarılarının ölçülmesi.....	157
Tablo 9.1	Deney tasarım metotları ve literatürden örnek problemler .....	164
Tablo 9.2	Şaft tasarımında kullanılan dizayn parametreleri ve seviye değerleri...	168
Tablo 9.3	FFD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller.....	170
Tablo 9.4	CCD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller.....	171
Tablo 9.5	BBD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller.....	173
Tablo 9.6	D-Optimal deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller	174
Tablo 9.7	Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller....	176
Tablo 9.8	BBD-CCD-Taguchi hibrit deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller .....	179
Tablo 9.9	Farklı deney tasarım metotları kullanılarak üretilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri .....	180
Tablo 9.10	Farklı deney tasarım metotları kullanılarak üretilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri .....	182
Tablo 10.1	Burkulma davranışına etki eden dizayn parametreleri ve seviye değerleri .....	189
Tablo 10.2	Burkulma davranışını modellemek için oluşturulan BBD deney seti ...	190
Tablo 10.3	Kritik burkulma yükünü modellemede önerilen matematiksel modeller ve onların başarı değerlendirmesi .....	192
Tablo 10.4	Özel fonksiyonların kompozit plaka burkulma davranışını modelleme başarılarının değerlendirilmesi.....	194
Tablo 10.5	Erf ve ExpIntegralE özel fonksiyonları kullanılarak oluşturulan matematiksel modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması .....	195

Tablo 11.1 Proses parametreleri ve seviye değerleri .....	200
Tablo 11.2 D-optimal deney seti ve test sonuçları .....	205
Tablo 11.3 Kopma mukavemeti için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri .....	208
Tablo 11.4 Gerinme için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri .....	208
Tablo 11.5 ekme mukavemeti için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri .....	209
Tablo 11.6 HM kullanılarak elde edilen kopma mukavemeti sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri .....	211
Tablo 11.7 Belirtilen kısıtlama altında maksimum kopma mukavemeti için alternatif tasarımlar .....	213
Tablo 11.8 HM3 modeli kullanılarak elde edilen kopma gerinimi sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri.....	215
Tablo 11.9 HM5 modeli kullanılarak elde edilen maksimum çekme mukavemeti sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri .....	216
Tablo 11.10 Belirtilen kısıtlama altında maksimum çekme mukavemeti için alternatif tasarımlar .....	217

# Kısaltmalar Listesi

DE	Differential Evolution
SA	Simulated Annealing
NM	Nelder Mead
RS	Random Search
YSA	Yapay Sinir Ağları
NRM	Nöro Regresyon Metot
SNRM	Stokastik Nöro Regresyon Metot
YYY	Yüzey Yanıt Yöntemi
BMM	Bulanık Mantık Metodu
USBÇS	Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi
DVM	Destek Vektör Makinaları
KAM	Karar Ağaçları Metodu
FD	Factorial Design
FFD	Full Factorial Design
BBD	Box Behnken Design
CCD	Central Composite Design
FCCD	Face Central Composite Design
LHS	Latin Hypercube Sampling
ANOVA	Varyans Analizi
L	Çoklu doğrusal lineer model
LR	Çoklu doğrusal rasyonel model
SON	İkinci dereceden çoklu doğrusal olmayan model
SONR	İkinci dereceden çoklu doğrusal olmayan rasyonel model
TON	Üçüncü dereceden çoklu doğrusal olmayan model
FON	Dördüncü dereceden çoklu doğrusal olmayan model

FOTN	Birinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan model
FOTNR	Birinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan rasyonel model
SOTN	İkinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan model
SOTNR	İkinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan rasyonel model
FOLN	Birinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan model
FOLNR	Birinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan rasyonel model
SOLN	İkinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan model
SOLNR	İkinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan rasyonel model

# Bölüm 1

## Giriş

### 1.1 Literatür Özeti

Deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon mühendislik problemlerinin çözümünde sıklıkla ihtiyaç duyulan ve kullanılan kavramlardır. Deney tasarımı, gerçekleştirilecek üretim veya analiz çalışmalarında tanımlanan problemde çıktı parametresinin değişimi üzerinde etkili olan dizayn parametrelerini (faktör veya girdi) doğru bir şekilde belirlemeyi amaçlayan istatistiksel bir süreçtir. Deney tasarımı, dizayn parametreleri ve çıktı arasındaki etkileşimi sistematik bir şekilde gözlemlemeyi, zaman ve maliyet gibi mühendislik problemlerinde mutlaka dikkate alınması gereken etkilerden de tasarruf edebilmeyi sağlar. Literatürde, özellikle deneysel çalışmalarda deney tasarım metotları: Full Factorial Design (FFD), Box Behnken Design (BBD), Central Composite Design (CCD), Latinhypercube Sampling (LHS), Taguchi ve D-Optimal sıklıkla kullanılmaktadır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde amaç olarak vurgulanan en önemli şeyin bir deney tasarım metodu kullanarak gerçekleştirilmesi gereken deney sayısını en aza indirmek olduğu görülmektedir. Bahsedilen deney tasarım metotları içerisinde en popüler olanı en az deney sayısı ile tasarım imkanı sunan Taguchi metot dur. Taguchi deney tasarım metodu, çok sayıda dizayn parametresine sahip problemlerde bile ortogonal dizilimleri kullanarak makul sayıda deney gerçekleştirerek tasarım imkanı sunmaktadır. Bu durum, Taguchi'yi bir çok farklı mühendislik alanı ve problemi için cazip bir metot haline getirmiştir. Bu tez çalışması kapsamında odaklanılan alan makine mühendisliğini ilgilendiren problemler ve uygulamaları olduğu için literatür örnekleri ve değerlendirmeleri bu alan ile ilişkili olacak şekilde sınırlandırılmıştır. Bu kapsamda, Raju ve diğ. [1] 3B katmalı üretim proses parametrelerinin yüzey

pürüzlülüğü, sertlik ve mekanik dayanım çıktı parametreleri üzerindeki etkisini gözlemlemek için Taguchi deney tasarım metodunu kullanarak gerçekleştirilmesi gereken deneyleri belirlemişlerdir. Böylece, FFD metot kullanıldığı durumda gerçekleştirilmesi gereken 54 deney yerine 18 deney yaparak problemi çözmüşlerdir. Bir başka çalışmada, Jahari ve Akyüz [2] araç fren disklerinde soğutma süresini en aza indirebilmek için Taguchi deney tasarım metodundan yararlanmışlardır. Altısı iki seviyeli, üçü üç seviyeli, toplam dokuz dizayn parametresinden oluşan problem de; FFD metodu kullanıldığı durumda parametrelerin birbirleriyle olan tüm etkilerini içerecek şekilde gerçekleştirilmesi gereken deney sayısı 1728 iken, Taguchi metodu ile 16 deney yapılarak fren diski tasarımı gerçekleştirilmiştir. Phange ve Abolbashari [3] deplasmanı en aza indirmeyi amaçladıkları uçak kanadı tasarımı probleminde Taguchi metodunu kullanarak 486 deney yerine 18 deney gerçekleştirerek problemi çözmüşlerdir.

BBD ve CCD, Yüzey Yanıt Yöntemi (YYY) başlığı altında sıklıkla kullanılan deney tasarım metotlarıdır. Bu metotlardan BBD, tüm dizayn parametrelerinin üç seviyeden oluşması durumunda kullanılabilirken, CCD metodunun genel kullanımında tüm dizayn parametrelerinin beş seviyeden oluşması şartı aranır. Ancak özel bir versiyonu olan Face Central Composite (FCCD) tüm dizayn parametreleri üç seviyeden oluştuğu durumda da kullanılabilir. Bu deney tasarım metotlarının kullanımındaki sınırlamalar Taguchi metoduna göre çok daha fazla olmasına rağmen sıklıkla tercih edilmektedirler. Literatürde gerçekleştirilen çalışmalarda, yoğun bir şekilde bu iki deney tasarım metodu ANOVA analizi ve regresyon modelleme ile birlikte kullanılmıştır. Bu kapsamda, Kechagias ve Vidakis [4] polyamid malzemenin 3B katmanlı üretimin de proses parametreleri; basma açısı, tabaka kalınlığı ve basma sıcaklığının maksimum çekme mukavemeti üzerindeki etkisini inceledikleri bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Deney tasarım metodu olarak, BBD ve FFD kullanımının sonuçlar üzerindeki etkisi değerlendirilmiştir. FFD ile üç tekrarlı toplam 81 deney, BBD ile ise 15 deney gerçekleştirilmiş ve elde edilen sonuçlar kullanılarak regresyon modelleme metodu yardımıyla matematiksel modeller oluşturulmuştur. Sonuçlara göre, BBD deney seti kullanılarak oluşturulan modelin başarı performansı FFD ile hemen hemen aynıdır. Sonuçlar doğrultusunda, BBD metodunun deney tasarımı ve modelleme de FFD yerine başarılı bir şekilde kullanılabilirliğinin mümkün olduğu vurgulanmıştır. Veljkovic' ve diğ. [5] biodizel yakıt üretim prosesinin

modellenmesinde deney tasarım metotları: BBD, CCD ve FFD kullanımının karşılaştırmalı etkisini incelemişlerdir. Sonuçlar değerlendirildiğinde, daha basit model yapıları öneren BBD ve FCCD'nin, daha kapsamlı, zahmetli ve pahalı FFD yerine biyodizel üretim süreçlerinin istatistiksel modellemesi için başarıyla uygulanabileceği görülmüştür. Patel ve diğ. [6] döküm prosesinde girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlayabilmek için BBD ve CCD deney tasarım metotlarından yararlanmışlardır. Her biri üç seviyeden oluşan dört dizayn parametresi: uygulanan basınç süresi, sıkıştırma basıncı, kalıp sıcaklığı ve döküm sıcaklığının çıktı parametreleri: yoğunluk, sertlik ve ikincil dendrit kol aralığı üzerindeki etkileri incelenmiş ve BBD ve CCD metotları kullanılarak oluşturulan modellerin birbirleriyle karşılaştırmaları yapılmıştır. CCD, ikincil dendrit kol aralığı ve sertlik çıktılarının modellenmesinde için daha iyi performans gösterirken, yoğunluk çıktısının modellenmesinde BBD ve CCD benzer performans göstermiştir.

D-Optimal; BBD, CCD ve Taguchi ile kıyaslandığında literatürde daha az rastlanmasına rağmen, bu metotlardan farklı olarak deney tasarımında optimizasyon tabanlı yaklaşım ile deney seti oluşturan son dönemlerin popüler metotlarından biridir. Sharma ve diğ. [7] birincil yakıt olarak biyogaz, pilot enjeksiyonlu yakıt olarak dizel ve güçlendirici madde olarak oksihidrojen ile çift yakıtlı sıkıştırma ateşlemeli bir motorun performans ve egzoz özelliklerini araştırmışlardır. Oksihidrojen akış hızı, pilot enjeksiyon zamanlaması ve motor yükü dizayn parametresi olarak seçilmiştir. Motorun termal performansı ve egzoz emisyon değerlerinin değişimi çıktı parametresi olarak incelenmiştir. Çalışmada, deney tasarım metodu olarak D-Optimal, modelleme ve parametrelerin etkisini incelemede ise ANOVA, YYY ve Desirability Approach kullanılmıştır. Oksihidrojenin dahil edilmesinin, biyogaz-dizel yakıtlı motorlarda yanmayı arttırdığı ve iyileştirilmiş yakıt ekonomisi ve azaltılmış karbon bazlı emisyon seviyelerinin, NOx seviyelerinde marjinal bir artışa sebep olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlamak için YYY ve ANOVA kullanılarak önerilen modellerin yüksek başarı gösterdiği vurgulanmıştır ( $R^2=0.99$ ). Kuram ve diğ. [8] parmak frezeleme için bitkisel bazlı kesme sıvılarının sentetik kesme sıvıları yerine kullanılabilirliklerini araştırmışlardır. Diğer dizayn parametreleri olarak, kesme hızı, talaş derinliği, ve ilerleme hızı seçilmiştir. Yapılması gereken deneyler D-Optimal deney tasarım metodu kullanılarak belirlenmiştir. Böylece FFD metodunun 320 olarak belirlediği deney sayısı 27 ye düşürülmüştür.



Ayrıca, çalışmada belirlenen dizayn parametreleri sırasıyla 3, 6, 5 ve 4 seviye değerlerine sahip olduğundan, BBD, CCD ve Taguchi metotları kullanılarak deney seti oluşturmak mümkün olmamaktadır. Elde edilen sonuçlara göre; (i) spesifik enerji ve yüzey pürüzlülüğü minimize edilmek istenirse, yağlama katkılı kanola kesme sıvısı, (ii) takım ömrü maksimize edilmek istenirse, ticari yarı sentetik kesme sıvısının tercih edilmesi daha uygundur. Rajmohan ve diğ. [9] polieteter eter keton (PEEK) ve cam elyaf ile güçlendirilmiş PEEK'in tribolojik davranışını, farklı uygulanan yükler, hızlar ve kayma mesafelerinde pin-on-disk aşınma test cihazı kullanarak incelenmişlerdir. Tribolojik parametrelerin modellenmesi ve optimizasyonu, YYY tabanlı D-optimal tasarım kullanılarak gerçekleştirilmiştir. PEEK matris kompozitlerin aşınma performansları, özgül aşınma oranı ve sürtünme katsayısı gibi performans göstergeleri kullanılarak değerlendirilmiştir. PEEK matris kompozitlerin kayma aşınmasında etkili olan sayısal ve kategorik faktörleri optimize etmek için YYY tabanlı çok amaçlı desirability approach kullanılmış ve PEEK matrisinin kayma aşınmasında özgül aşınma oranını ve sürtünme katsayısını en aza indirmek için 2.92 m/s'de kayma hızı, 33 N'de yük, 1053 m'de kayma mesafesi ve PEEK/30 GF kompozitinin tercih edilmesinin uygun olduğu gösterilmiştir.

Deney tasarımı, problem tanımı ve çıktı parametreleri üzerinde etkili olan dizayn parametrelerine karar verme sürecini içerdiğinden ele alınan problemi çözüm aşamasının ilk ve en önemli adımını oluşturur. Dolayısıyla, deney tasarımı kullanılarak gerçekleştirilen deneyler sonucunda elde edilen sonuçlara, sonraki aşama olan matematiksel modellemede sürecinde girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlayabilmek için ihtiyaç duyulur. Deney tasarımı sürecinin doğru planlanmamış olması modelleme sürecini de doğrudan etkilemektedir. Bu sebeple modelleme sürecini tek başına değerlendirmek yerine deney tasarımı ile bir bütün olarak incelemek gerekir.

Literatürde matematiksel modelleme gerçekleştirmek amacıyla farklı teknikler kullanılmaktadır. En sık rastlanan matematiksel modelleme metot ve uygulamaları: Regresyon, Yapay Sinir Ağları (YSA), Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi (USBÇS), Destek Vektör Makineleri (DVM), Karar Ağaçları Metodu (KAM), Bulanık Mantık (BMM), Yüzey Yanıt Yöntemi (YYY), Varyans Analizi (ANOVA). Matematiksel modellemede, kodlama yoluyla matematiksel model oluşturmak yerine

paket programlardan faydalananak model oluşturmak araştırmacılar tarafından daha fazla tercih edilen bir yöntem olmaktadır. Bu amaçla Minitab, Design Expert, Matlab, SPSS, SAS, WEKA gibi programlar tercih edilmektedir. Yukarıda bahsedilen modelleme metotları arasında da YYY, YSA ve ANOVA en fazla ön plana çıkan metotlardır. YYY, polinom modeller kullanarak girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi ifade etmeye çalışan bir metottur. YYY ile modelleme de aynı zamanda ANOVA kullanılarak model terimlerinin çıktı parametreleri üzerinde ne kadar etkili olduğu ölçülür ve modelde yer alıp almayacağına karar verilir. Bu kapsamda, Abbasi ve diğ. [10] araç gövdesinin eğilme ve burulma frekans modları için davranışını YYY ve ANOVA kullanarak matematiksel olarak modellemiştir. Araç gövdesini oluşturan plakaların kalınlıkları dizayn parametresi olarak seçilmiştir. Her biri 5 seviyeden oluşan dizayn parametrelerini içeren deney seti CCD deney tasarımı metodu kullanılarak oluşturulmuştur. Hem eğilme hem de burulma frekans modları için ikinci derece polinom modellerin gerçek değerler ile iyi derecede uyumlu sonuçlar ürettiği vurgulanmıştır. Ghenai ve diğ. [11] çift yüzlü kullanılabılır fotovoltaiik güneş enerjisi sistemlerinin modelleme ve optimizasyonu üzerine çalışmışlardır. Deney tasarımı sürecinde deney seti oluşturmak için FFD metodu, modelleme ve optimizasyon sürecinde ise YYY ve ANOVA metotlarını kullanmışlardır. Güneş panellerinin yerleştirilme açısı, yüksekliği ve ışığı yansıtma kapasitesi (Albedo) fotovoltaiik güneş enerjisi sisteminin yıllık enerji üretim kapasitesini etkileyen dizayn parametreleri olarak belirlenmiştir. ANOVA analizi sonucunda, tek başına her bir dizayn parametresinin ve birbirleri ile etkileşimlerinin yıllık enerji üretimi üzerinde etkili oldukları ve matematiksel modelde yer almaları gerektiği sonucuna varılmıştır. Araştırmacılar, yıllık enerji üretiminin modellenmesinde ikinci derece polinom model kullanımını önermişlerdir. Modelin değerlendirilmesinde, gerçek ve tahmin edilen değerler arasındaki tutarlılığı ölçen bir başarı kriteri olan  $R^2$  tercih edilmiştir. Çalışma kapsamında önerilen modelin başarı kriteri  $R^2=0.99$  olarak hesaplanmıştır. Vidyarthi ve diğ. [12] TIG kaynak prosesinde; kaynak akımı, kaynak hızı ve akı kaplama yoğunluğu gibi işlem parametrelerinin kaynak dikişi geometrisinde: penetrasyon derinliği, kaynak bölgesi genişliği, derinlik-genişlik oranı ve kaynak füzyon bölgesi alanı gibi çıktı parametreleri üzerindeki etkisini CCD, YYY ve ANOVA kullanarak incelemişlerdir. Girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlamada ikinci derece polinom başarılı bir model olarak sunulmuştur. Kaynak akımı, kaynak parçası geometrisini etkileyen en önemli girdi parametresi olarak belirlenmiştir.

Yapay sinir ağlarını kullanarak matematiksel modelleme gerçekleştirmek bir diğer en popüler modelleme yöntemlerinden birisidir. Yapay sinir ağları, katmanlar ve bu katmanlarda yer alan nöronlar vasıtasıyla bilgi aktarımını sağlayan, oldukça karmaşık ve büyük hacimli data setlerinin kullanımında dahi hızlı sonuçlar üretebilen bir modelleme metodudur. Gajic ve diğ. [13] demir çelik sektöründe elektrik ark ocaklarında ergitilmiş çeliğin kimyasal bileşiminin elektrik enerjisi tüketimi üzerindeki etkisini yapay sinir ağlarını kullanarak modellemişlerdir. Paslanmaz çeliğin kimyasal içeriğinde yer alan katkı maddeleri: karbon, krom, nikel, silikon ve demirin yüzde ağırlık oranları birer dizayn parametresi olarak düşünülmüştür. 46 satırdan oluşan deney seti kullanılarak elektrik enerji tüketimini matematiksel olarak en iyi açıklayan yapay sinir ağ yapısı tespit edilmeye çalışılmıştır. Model değerlendirme kriterleri olarak;  $R^2$ , ortalama kare hatası (MSE), ortalama mutlak hata (MAE), ve ortalama kare hatalarının karekökü (RMSE) kullanılmıştır. YSA ile gerçekleştirilen modelleme sonuçlarına göre 5-10-1 hiperbolik tanjant ağ yapısı kullanılarak çeliğin kimyasal bileşiminin elektrik enerjisi tüketimi üzerindeki etkisini modellemek mümkün olmuştur. Önerilen Hiperbolik Tanjant model tüm değerlendirme kriterlerini başarıyla sağlamaktadır. Sagbas ve diğ. [14] elektroerozyon prosesinde yüzey pürüzlülüğünün modellenmesi ve tahmin edilmesi için, YSA tabanlı geri yayılım algoritması ve CCD içeren YYY yaklaşımlarını kullanmışlardır. Geliştirilen YSA ve YYY tahmin modellerinin performansı, belirleme katsayısı ve kök ortalama kare hata metrikleri ile test edilmiştir. Sonuçlar, YSA modelinin, YYY modeline göre daha doğru tahminler sağladığını göstermektedir. Bir diğer araştırmada, Dey ve diğ. [15] YYY ve YSA modelleme metodlarını kullanarak biyo-dizel karışımları ile çalışan tek silindirli bir dizel motorun çıktı parametresi olarak seçilen; Fren termal verimliliği, yakıt tüketimi ve ortaya çıkan nitrojen oksit (NO<sub>x</sub>) miktarının tahmini gerçekleştirilmiştir. Motor deneysel verileri, lojistik-sigmoid aktivasyon fonksiyonlu Levenberg-Marquardt geri yayılım eğitim algoritması kullanılarak YSA modelinde eğitilmiştir. Tahmin edilen modellerin hatalarını ve korelasyonlarını ölçmek için MSE,  $R^2$ , MAPE, Kling Gupta verimliliği (KGE) gibi farklı istatistiksel ölçümler kullanılmıştır. YSA modelinde, YYY'ye kıyasla nispeten daha düşük tahmin hatası ve daha yüksek korelasyon gözlemlenmiştir.

Literatürde başarısını ispatlamış bir çok farklı optimizasyon metodu vardır. En popüler ve sık kullanılan metotlar: Genetic Algorithm, Non-Dominated Sorting Genetic

Algorithm, Ant Colony, Particle Swarm, Simulated Annealing, Differential Evolution, Artificial Bee Colony gibi geleneksel olmayan ve çözüme ulaşma aşamasında türev bilgisine ihtiyaç duymayan stokastik metotlardır. Optimizasyonun temel araçlarından birisi değeri maksimize veya minimize edilmeye çalışılan amaç fonksiyonudur. Amaç fonksiyonu farklı şekillerde elde edilebilir. İncelenen problemin analitik bir formülü olduğu durumda, amaç fonksiyonu olarak bu formül kullanılarak sonuca gidilir. Ancak, çözüm için kullanılabilecek bir analitik formül yoksa, girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlayabilen bir matematiksel model oluşturmak ve bu modeli amaç fonksiyonu olarak kullanmak tercih edilen bir başka yöntemdir. Bu durumda, hem data oluşturmak için kullanılan deney tasarım metotları hem de matematiksel model oluşturmak için tercih edilen modelleme metotlarının optimizasyon sürecini doğrudan etkilediğini söylemek mümkündür. Çünkü, bu iki süreç amaç fonksiyonu olarak belirlenen matematiksel modelin seçiminde aktif rol oynamaktadır. Dolayısıyla, deney tasarım ve matematiksel modelleme süreçleri gerekli hassasiyet gösterilerek gerçekleştirilmezse, bir problemin çözümünde yukarıda bahsedilen başarısı kanıtlanmış optimizasyon metotları kullanılsa dahi bazen en iyi veya ister şartları sağlayan kullanılabilir bir çözüme ulaşmak mümkün olmayabilir veya oldukça başarılı bir sonuca ulaşıldığı düşünülürken, bu sonuç yanıltıcı olabilir. Bu yüzden, optimizasyon sürecinde, deney tasarımı ve matematiksel modelleme adımlarının, başarısını farklı problemlerde ispatlamış iyi bir optimizasyon metodu seçmek kadar önemli olduğunun farkında olmak gerekir. Bu bilgiler doğrultusunda, literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde, yukarıda ki paragraflarda da bahsedilen stokastik metotların farklı mühendislik alan problemlerinin çözümlerinde sıklıkla tercih edildikleri görülmektedir. Bu bağlamda, Genç ve diğ. [16] dinamik koşullar altında elastomer esaslı amortisör yaylarının otomobil debriyaj sisteminde kullanılabilirliğini araştırmak için YYY ve Simulated Annealing metotlarının bir arada kullanıldığı hibrit bir metodoloji önermişlerdir. Gnanavelbabu ve Saravanan [17] Titanyum alaşımının (Ti-6Aa-4V) Aşındırıcı Su Jeti ile işlenmesi sürecinde dizayn parametresi olarak seçilen işleme parametrelerinin kerf koniklik açısı ve yüzey pürüzlülüğü çıktı parametreleri üzerindeki etkisini BBD deney tasarım ve YYY modelleme metotlarını kullanarak incelemişlerdir. Ele alınan Aşındırıcı Su Jeti ile işleme sürecinde kerf açısı ve yüzey pürüzlülüğü bakımından optimum tasarıma ulaşmak için Particle Swarm Optimization, Cuckoo Search Algorithm ve Simulated Annealing gibi evrimsel optimizasyon teknikleri kullanılmıştır. Cuckoo Search

Algorithmasının, sunduğu tasarımlar bakımından diğer tüm algoritmalarından daha iyi performans gösterdiği belirtilmiştir. Raju ve diğ. [1] 3B katmanlı üretim proses parametrelerinin yüzey pürüzlülüğü, sertlik ve mekanik dayanım üzerindeki etkisini incelemek ve optimum proses parametrelerini belirlemek için Particle Swarm, Bacterial Foraging Optimization ve bu iki metodun hibrit halini kullanmışlardır. Gerçekleştirilen çok amaçlı optimizasyon çalışmaları sonucunda, başlangıç tasarımına göre hibrit algoritma %7.44, Particle Swarm %4.19 ve Bacterial Foraging Optimization %2.39 iyileştirme sunmuştur. Shui ve diğ. [18] elektrikli araç batarya modüllerini korumak için bir muhafaza paketi tasarlamayı amaçlamışlardır. Batarya muhafaza paketinin belirli noktalarının kalınlıkları dizayn parametresi, deplasman, doğal frekans ve ağırlık ise çıktı parametresi olarak seçilmiştir. Deney seti ve matematiksel model oluşturma aşamalarında: CCD-YSA, CCD-YYY, LHS-YSA ve LHS-YYY kullanılmıştır. Bu aşamada, en başarılı sonuç CCD-YSA yöntemlerinin kullanımıyla elde edilmiş ve burada belirlenen matematiksel modeller optimizasyon aşaması için amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm tarafından sunulan tasarımlar başlangıç tasarımları ile karşılaştırıldığında; deplasman da %22, doğal frekans da %3 ve ağırlıkta %12 iyileştirme sağlanmıştır. Bahsedilen stokastik optimizasyon metotları dışında, desirability approach, Grey Relational Analysis, Taguchi optimum tasarım elde etmek amacıyla literatürde sıklıkla kullanılan metotlardır. Ancak bu metotların, genelde paket programlar içerisinde kolay kullanım imkanı sunulması ve hızlı çözüm üretmesi sebebiyle tercih edildiklerini söylemek yanlış olmaz. Topsis, Desirability Approach ve Grey Relational Analysis metotları genelde birden çok çıktının yer aldığı ve hepsinin etkisini gözeterek bir tasarım elde edilmek istenen çok amaçlı optimizasyon problemlerinde tercih edilmektedir. Bu doğrultuda, Phange ve diğ. [3] bir uçak kanadı ön kenar yapısında kuş çarpması sonucu oluşan deformasyonu ve aynı zamanda kanat ağırlığını minimum seviyede tutmak için Taguchi ve Grey Relational Analysis metotlarından faydalanmışlardır. Taguchi metodu çok amaçlı bir optimizasyona izin vermediği için deformasyon ve kanat ağırlığını minimum yapan dizayn parametreleri ayrı ayrı tespit edilmiştir. Sonrasında, Grey Relational Analysis kullanılarak hem deplasmanın hem de ağırlığın eşit öneme sahip olup minimize edilmek istendiği durumda hangi tasarımın seçilmesinin daha uygun olacağına karar verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, Grey Relational Analysis başlangıç tasarımı ile karşılaştırıldığında %50 iyileştirme sağlamaktadır. Ancak, burada, hem Taguchi hem de Grey Relational

Analysis için vurgulanması gereken önemli bir nokta; bu iki metot da yalnızca deney seti ile oluşturulan tasarımlar içerisinde en iyiyi seçmek konusunda yardımcı olabileceğidir. Yani bu metotlar kullanıldığında dizayn parametrelerinin deney seti oluşturulurken belirtilen seviye değerleri dışında bir değer alması mümkün değildir. Bu durumda dizayn parametreleri sürekli değerler aldığında çıktı parametrelerinin nasıl değiştiği bilinemediğinden tam bir optimizasyon yapıldığını söylemek mümkün değildir. Tabet ve diğ. [19] delme parametrelerinin jüt lifleri ve mantar ile güçlendirilmiş bir epoksi matrisinden oluşan bio-sandviç yapının delaminasyon hasarı üzerindeki etkisini modellemek ve optimize etmek için için YYY tabanlı Desirability Approach, ve Genetic Algorithm metotlarını kullanmışlardır. Sonuçlar, bu üç metodun birbirine yakın sonuçlar ürettiğini göstermiştir.

## 1.2 Motivasyon

Deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon mühendislik problemlerinin çözümlerinde mutlaka ihtiyaç duyulan araştırma konularıdır. Problemlerin çözümlerinde, analitik ve nümerik yaklaşımlar takip edilir. Analitik çözüm mümkünse, kesin sonuca ulaştıracağından hassas çözüm gerektiren problemlerde tercih edilir. Ancak birçok mühendislik problemi analitik metotlarla çözülemeyecek kadar karmaşık yapıya sahiptir ve bu durumda nümerik metotlar ve yaklaşımlar tercih edilmektedir. Veri analizi ana başlığı altında yer alan; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon nümerik yaklaşımların önemli bir aşamasını oluşturmakta ve problemlerin çözümünde dikkate değer bir kolaylık sağlamaktadır. Literatürde yer alan çalışmalarda da deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin problem çözümlerinde yoğun bir şekilde kullanıldığı görülmektedir.

Deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyonu önemli ve gerekli kılan bazı faktörler:

- Özellikle deneysel çalışmalarda, birçok farklı parametrenin etkisinin gözlenmesi gerektiği durumlarda, çok fazla deney yapma ihtiyacı doğar. Bu durum, zaman kaybı ve yüksek maliyet sebebiyle genelde tercih edilmez. Bu aşamada daha az deney ile parametrelerin etkisini

inceleyebilme ve prosesin davranışını tanımlayabilme imkanı sunan deney tasarımı tercih edilir.

- Deney tasarımı, sadece deney sayısını azaltıp zaman ve maliyet tasarrufu sağlamaz, aynı zamanda gerçekleştirilmesi gereken deneyler tanımlanan problemin tüm sınırlarını kapsayacak şekilde seçilir. Yani gerçekleştirilmesi düşünülen deneyleri, deney tasarımı kullanmadan rastgele seçmek, çıktı parametresinin belirli bir bölgedeki davranışını açıklayabilir ancak genel davranışı ile ilgili bilgi verme konusunda eksik kalır veya bir yanılgı oluşturur.
- Deney tasarımı, dizayn parametrelerinin birbirleri ile etkileşimlerinin çıktı parametreleri üzerinde yarattığı etkiyi dikkate alarak deney seti oluşturur. Bu sebeple, her zaman daha fazla deney yapmanın bizi daha doğru sonuca götüreceğini söyleyemeyiz, bazen parametreler arası etkileşimlerin net bir şekilde gözlenebildiği deney tasarımı kullanılarak doğru seçilmiş çok daha az deney sayısı ile daha doğru sonuçlara ulaşmak mümkün olabilir.
- Matematiksel modelleme, tanımlanan problemde çıktı parametrelerinin matematiksel davranışını tespit edebilmeye yardımcı olur. Böylece, dizayn parametreleri belirtilen sınır aralıklarında farklı değerler aldığında, çıktı parametresinin nasıl değiştiğini her seferinde deney yaparak veya simülasyonla belirlemeye gerek kalmaz. Bu durum mühendislik için oldukça değerlidir.
- Bazı durumlarda analitik çözüm mümkün olmasına rağmen, yoğun matematiksel işlemler gerektirmesi sebebiyle tercih edilmek istenmez. Bu gibi durumlarda, matematiksel modelleme yöntemlerini kullanarak analitik çözümler yerine uygulaması kolay daha basit modeller oluşturulabilir.
- En iyi tasarıma ulaşma amacını güden optimizasyon, mühendisliğin vazgeçilmez bir parçasıdır. Mühendislik problemlerinde, sürekli olarak belirlenen bir hedef doğrultusunda maksimum, minimum, belirli bir sınır değerinin altında veya üstünde sonuçlar elde edilmeye çalışılır. Bunu sistematik bir şekilde sağlamak ancak optimizasyon metodolojisini takip etmekle mümkün olur.

- Optimizasyon her zaman en iyi sonuca ulaşmak için yapılmayabilir. Bazı durumlarda en iyi sonuç olmayan ancak istekleri karşılayan tasarımları elde etmek amacıyla da optimizasyon yapılabilir.
- Optimizasyon alternatif tasarımlar sağlar. Aynı seviyede kaliteli ve kullanılabilir birden çok çözüm sunmak mühendislik açısından oldukça değerlidir. Optimizasyon, elit dizayn olarak isimlendirilen en iyi sonuca yakın, birden çok farklı alternatif sonuç üretebilir.

Tüm bu değerlendirmeler ışığında; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyonun bir mühendislik problemi tanımlanıp analiz edilirken mutlaka dikkate alınması gereken aşamalar olduğu açık bir şekilde görülmektedir.

Bu tez çalışmasının gerçekleştirilmesinde ki temel motivasyon kaynakları:

- Deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon; fizik, kimya, matematik, mühendislik, tıp gibi temel alanlar başta olmak üzere hemen hemen tüm bilimsel çalışma alanlarında ihtiyaç duyulan süreçlerdir.
- Deney tasarım metotları, özellikle Taguchi, sağladığı zaman ve maliyet tasarrufu nedeniyle problem çözümlerinde kullanılan popüler metotlar arasında yer almaktadır.
- Deney tasarım metotlarının verimliliği ve birbirleri ile karşılaştırılmalarına yönelik yeterli literatür çalışması henüz mevcut değildir.
- Taguchi metodunun avantaj ve dezavantajları ile değerlendirilmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Literatürde bu konu ile ilgili kapsamlı çalışmaların yer almadığı görülmüştür.
- Son dönemlerde yapay zeka konusunda meydana gelen gelişmeler matematiksel modelleme ve optimizasyon alanlarını da etkilemiştir. Yapay zekanın birçok farklı sektörel alanda uygulanabilirliği matematiksel modelleme ve optimizasyona duyulan ihtiyacı arttırmıştır.
- Matematiksel modelleme ile ilgili sürekli yeni programlar ve metotlar geliştirilmektedir. Burada, sürecin nasıl daha basit ve anlaşılır hale



getirilebileceği üzerine çalışılmaktadır. Son dönemlerde literatür çalışmalarında popüler hale gelen: YSA, USBÇS, BM, YYY gibi metotların modelleme amacıyla kullanımı, bu alanda çalışmaya yüksek bir talebin olduğunu göstermektedir.

- Gelişen teknoloji, hızlı tüketimin getirdiği üretimdeki artış ve süreklilik ihtiyacı hızlı sonuç alma gereksinimini de doğurmuştur. Matematiksel modelleme, bir prosese etki eden parametreler üzerinde değişiklik yapıldığında; deneysel gözlem, simülasyon veya analize ihtiyaç duymadan kolayca parametrelerin etkisini ölçme imkanı sağlar.
- Bilimsel çalışmalar sürekli iyileştirme ve geliştirme üzerine kuruludur. Optimizasyon, iyileştirme ve geliştirme çalışmalarında aktif rol oynayan önemli bir çalışma alanıdır.

### 1.3 Çalışmanın Amacı

Bu doktora tezi çalışmasının temel amacı; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerini bir bütün olarak inceleyip, problem çözümlerinde bir metodoloji ortaya koymaktır. Bunun için öncelikle, literatürde yer alan deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon metotlarının kullanıldığı çalışmalar incelenmiş ve değerlendirmelerde bulunulmuştur. Referans çalışmalar seçilirken, son dönemde uluslararası dergilerde yayınlanmış yüksek etki faktörüne sahip çalışmalar olmasına dikkat edilmiştir. Bu çalışmaların incelenmesindeki temel sebep; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyonda genel yaygın bir görüş olarak Taguchi, YYY ve YSA kullanımının çok fazla ön plana çıkmış olması ve her çeşit mühendislik probleminin çözümünde tercih edilebilecekleri algısıdır. Bu sebeple, referans çalışmalar tez kapsamında ortaya konulan metodoloji ve değerlendirme kriterleri dikkate alınarak incelenmiş ve ortaya çıkan sonuçlar değerlendirilmiştir. Ayrıca, bu Doktora Tezi kapsamında, yeni bir modelleme metodunun önerilmesi amaçlanmıştır. Önerilen metot, YSA ve regresyon modelleme metotlarının avantajlarından yararlanılarak oluşturulan hibrit bir yaklaşım olan Nöro Regresyondur (NRM). NRM daha etkili ve kullanılabilir bir metot haline dönüştürmek için stokastik optimizasyon metotlarından faydalanılmış ve Stokastik Nöro Regresyon (SNRM) olarak isimlendirilen modelleme

metodu ortaya konulmuştur. Ele alınan problemin karmaşıklığına göre modelleme metotları olarak NRM ve SNRM kullanılmıştır.

Literatürde yer alan model başarı değerlendirilmesinde kullanılan  $R^2$  tabanlı kriterlere ek olarak tez kapsamında yeni model değerlendirme kriterlerinin önerilmesi bir diğer amaç olarak belirlenmiştir. Bu kapsamda model sınır kontrol kriteri (boundedness check) ve stabilite testi tanımlanmıştır.

## 1.4 Tez Çalışmasının Orijinallliği

Bu doktora tezi çalışması; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin bir bütün olarak ele alınması gerektiğini vurgulamaktadır. Literatürde; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon metotları kullanılarak birçok çalışma yapılmış olmasına rağmen, tüm sürecin sistematik olarak değerlendirildiği çalışmaların eksikliği göze çarpmaktadır. Bu tez çalışmasının içerdiği orijinallikler:

- Literatürde  $R^2$  tabanlı model değerlendirme kriterleri model başarısını ölçmek için sıklıkla kullanılmaktadır. Bu kriter gerçek ve tahmin edilen değerleri karşılaştırarak hata hesaplar. Popüler ve en sık kullanılan model değerlendirme kriterleri: MAPE, MSE, RMSE, MAE gibi bilinen birçok kriter  $R^2$  benzeri bir değerlendirmeye model başarısını ölçer. Bu kriterler, bir modelin başarılı olup olmadığına karar vermede her zaman yeterli olmayabilir. Bu aşamada, sınırlılık kontrolü ve stabilite testi, doktora tezi kapsamında model başarısının değerlendirilmesinde önerilen orijinal başarı ölçme kriterleridir.
- YSA, YYY ve Regresyon modellemede en fazla tercih edilen metotlar arasında yer alır. Bu doktora tezi çalışması kapsamında iki yeni modelleme metodu olarak, NRM ve SNRM tanıtılmıştır. Bu metotlar; YSA, Regresyon ve Stokastik optimizasyon metotlarının avantajlarını kendilerinde toplayan hibrit metotlardır.
- YYY ve Regresyon matematiksel modelleme metotları yalnızca polinom model tipleriyle girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi açıklamaya çalışmaktadır. Bu doktora tezi çalışması kapsamında; trigonometrik,

logaritmik, rasyonel, bunların bir arada kullanıldığı hibrit modeller ve Bessel, ChebyShevT, Erf, ExpIntegralE, Fresnel, Hermite, HyperGeometric, LegendreP, RamanujanTauTheta, RiemannSiegelTheta özel fonksiyon tipleri matematiksel modellemede kullanılmış ve polinom modellerin başarısız olduğu durumlarda alternatif olarak sunulmuşlardır.

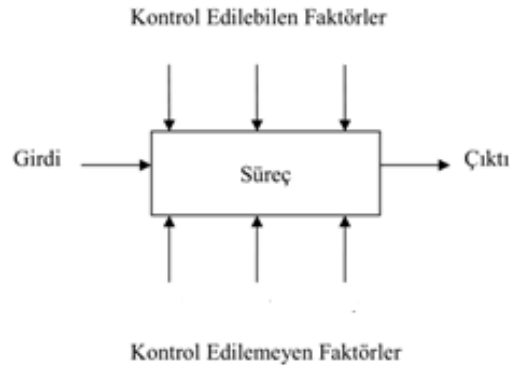
- YYY ve Regresyonda tercih edilen tüm datayı kullanarak model oluşturma yönteminin aslında çıktı parametresinin davranışını modellemediği, sadece gerçek değerleri iyi tahmin edebilen bir model ortaya koyabildiği literatürden örnek problemler ile vurgulanmıştır. Orijinal bir çalışma olarak, model değerlendirmesinde kullanılan cross validation, holdout, bootstrap farklı test ve doğrulama yöntemlerinin karşılaştırması yapıp, tez kapsamında önerilen Nöro Regresyon ve Stokastik Nöro Regresyon metotlarının bu test ve doğrulama yöntemlerine tabi tutuldukları durumda başarıları tartışılmıştır.
- Literatürde en sık kullanılan Taguchi deney tasarım, modelleme ve optimizasyon metodunun başarısı Doktora Tezi kapsamında tanımlanan tabakalı kompozit problemi referans alınarak değerlendirilmiştir. Taguchi metodunun zayıflıkları ortaya konulmuştur.
- Deney tasarım metodu olarak kullanılan: BBD, D-Optimal, Taguchi, FFD, CCD metotlarının aynı problemde kullanımı durumunda ortaya çıkan modellerin başarı durumları birbirleriyle karşılaştırılmış ve bu metotların birbirlerine karşı zayıf ve güçlü yönleri tartışılmıştır.
- Doktora tezi kapsamında, 3B katmanlı üretim proses parametrelerinin etkisini gözlemlemek ve tüm sürecin tez boyunca bir metodoloji dahilinde bütün olarak ele alınması gerektiği vurgulanan; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon adımlarını dikkate alarak tamamlamak için orijinal bir problem tanımlanmıştır. Böylece, tez kapsamında bahsedilen metodolojiyi gerçek bir probleme uygulamak mümkün olmuştur.

## Bölüm 2

# Deney Tasarımı-Modelleme-Optimizasyon

### 2.1 Deney Tasarımı

Deney tasarımı bir sürecin performansını iyileştirmek amacıyla, süreci etkileyen faktörler üzerinde değişiklikler yaparak, sürecin çıktısı üzerindeki değişkenliklerin gözlemlenmesi ve yorumlanmasıdır. Bir süreç ve bileşenleri genel olarak Şekil 2.1'deki gibi gösterilmektedir [20].



Şekil 2.1: Bir sürecin genel modeli

Süreç, belirli bir çıktı (ürün veya hizmet) elde etmek için birbirleriyle etkileşim halinde bulunan makine, malzeme, metot ve insan gibi kaynakların kullanıldığı faaliyetler dizisi olarak tanımlanabilir. Faktörler diğer adıyla deney değişkenleri ise deney sonucunu etkileyen kontrol edilebilen veya edilemeyen değişkenlerdir. Sürece etki eden faktörlerin bazılarını istenildiği gibi değer ataması yapılabilir ve sürecin işleyişi

boyunca bu değerler sabit olarak tutulabilir. Bu tip faktörlere kontrol edilebilen faktörler denir. Kullanılan malzeme tipi, makine ayarları, üretim yöntemi vb. faktörler kontrol edilebilen faktörlerdir. Ortamdaki nem miktarı, sıcaklık gibi çevresel faktörler her ne kadar ölçülebilir ise de, bu faktörlerin sürecin işleyişı esnasında sabit olarak tutulmaları çok zor veya imkansızdır. Bu tip faktörler ise kontrol edilemeyen faktörler olarak isimlendirilmektedir. Deney tasarımı süreç geliştirmede ve mevcut bir sürecin performansını iyileştirmede çok önemli bir rol oynamaktadır. Özellikle, bir ürün veya sürecin kontrol edilemeyen dış etkenlere karşı arzu edilen performansı göstermesi olarak tanımlanan robust (sağlam) tasarımların geliştirilmesinde istatistiksel deney tasarımı yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [20].

Deney tasarımı, girdilerin çıktılarına dönüştürüldüğü bir sistem veya sürecin performansını artırmaya yönelik çok etkili bir istatistiksel ve matematiksel yöntemdir. Deney tasarımı yaklaşımının bileşenleri faktörler veya değişkenler, seviyeler ve çıktılarından oluşur. Kontrollü ve kontrolsüz faktörler, sürecin girdi değişkenleri olarak kullanılır [21]. Seviyeler, her bir faktörün alabileceğı değerlerdeki ayarlamaları ifade eder. Çıktılar, faktörler tarafından etkilenen ve sürecin performansını belirleyen unsurlardır [22].

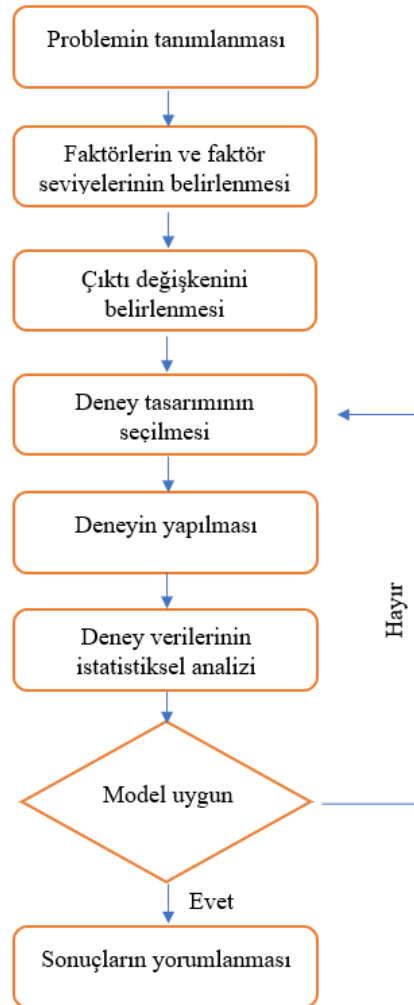
Tasarlanmış deneyler, ilgili sürecin neden-sonuç ilişkilerini belirlemek için faydalıdır, bu da cevap değişkeninin optimizasyonuna yardımcı olur. Deney tasarımı, sistem performansını artırmak için deney sayısını azaltarak sonucun doğruluğunu maksimize etmeye yardımcı olur. Deney tasarımı, çıktıyı etkileyen en önemli faktörleri belirlemenin yanı sıra faktörler arasındaki etkileşimleri de ortaya koyar [23].

Deney tasarımında, tasarımcı sistematik bir şekilde sürece etki eden faktörleri değiştirerek, sürecin sonunda elde edilen çıktılarıdaki değişkenliğı değerlendirmeye çalışmaktadır. İstatistiksel deney tasarımının başarısı toplanan verilerin doğruluğına bağlıdır. Bu nedenle veriler toplanmadan önce verilerin ne şekilde toplanacağı, her bir deneme için kaç tane gözlem yapılacağı gibi kararların tasarım aşamasında belirlenmesi gerekir. Toplanan verilerin birbirinden bağımsız olması ve istatistiksel bir yorum yapabilmek için yeterli olması gerekir. İstatistiksel deney tasarımında, bu iki koşulun sağlanması için kullanılan üç temel prensip vardır: tekrarlama, rassallık ve bloklama. Tekrarlama bir deneme için birden fazla sayıda deney yapılması demektir. Tekrarlama iki önemli özelliğe sahiptir. Bunlardan ilki tasarımcıya deney hatasının bir

tahminini elde etmesine izin vermesidir. İkinci olarak da eğer örnek ortalaması bir faktörün etkisini tahmin etmede kullanılıyor ise, tekrarlama deneyi yapan kişinin bu etkiyi tam ve doğru bir şekilde elde etmesine izin verir. Ayrıca tekrar sayısı arttıkça deney tasarımı ile elde edilen sonuçların doğruluğu arttırılmaktadır. Rassallık deney tasarımında kullanılan istatistiksel metotların temelini teşkil etmektedir. Deneyde kullanılan; operatör, makine ve malzemelerin ve yapılacak deneylerin sıralarının rasgele belirlenmesi rassallık olarak tanımlanmaktadır. Burada amaç, ilgilenilen faktör(ler) dışında sürece etki eden başka faktörler varsa bu faktörlerin etkisini mümkün olduğu kadar azaltmaya çalışmaktır. Örneğin bir deneyde kullanılan makinenin ısınmasından dolayı toplanan verilerde bir değişkenlik söz konusu ise deneylerin rasgele yapılması ile bu etkinin her bir deneme kombinasyonu için aynı olması sağlanır. Bu nedenle deneylerin rassal olarak yapılması, toplanan verilerin birbirinden bağımsız olmasını sağlar. Bir deneyde toplanan verilerin homojen olarak sınıflandırıldığı her bir parçaya blok denir. Bloklama, bir deneyin doğruluğunu ve hassasiyetini artırmak için kullanılan bir yöntemdir. Bloklamada her bir blok içinde yapılan denemeler kendi içinde değerlendirilmektedir. Böylece ilgilenilen faktörler dışında sürece etki eden başka faktör(ler)in etkisi elimine edilerek sadece ilgilenilen faktörlerin süreç üzerindeki etkisi tespit edilir. Bloklamada genellikle malzeme, operatör gibi sürece etki eden değişkenler kullanılmaktadır. Örneğin üç farklı makinenin performansının istatistiksel deney tasarımı ile incelendiği bir deneyde, bu makineleri kullanan operatörler arasında bir farklılık olması durumunda, deney tasarlanırken operatörler bloklama değişkeni olarak ele alındığında operatörler arasındaki farklılıkların deneyin sonucunu etkilemesi azaltılmış olacaktır.

Deney tasarımının uygulanması süreci şematik olarak Şekil 2.2’de gösterilmektedir [24]. Deney tasarımının uygulama aşamasının ilk adımı problemin tanımlanması adımıdır. Bu aşamada deneyin amacı ile ilgili tüm bilgiler toplanarak, deneyin amacı açık bir şekilde tanımlanır. İncelenecek süreçle ilgili tüm birimlerden gerekli bilgilerin alınması bu aşamada çok önemlidir. Problemin açık bir şekilde ortaya konulması, sorunun en iyi şekilde anlaşılmasına ve problemin çözümüne katkıda bulunur. Problem açık bir şekilde ortaya konulduktan sonra ilgilenilen sürece etki eden faktörlerin ve bu faktörlerin seviyelerinin tespit edilmesi gerekir. Bu aşamada incelenecek olan faktörlerin hangi seviyelerinde deneme yapılacağı, faktörlerin nasıl kontrol edileceği ve nasıl ölçüleceği belirlenir. Faktörler ve bu faktörlere ait seviyeler belirlendikten

sonra süreç hakkında bilgi verecek çıktı değişkeni tespit edilmelidir. Çıktı değişkeni belirlenirken, çıktı değişkeninin ilgililenen süreç hakkında gerekli bilgiler verdiğinden emin olunmalıdır. Daha sonraki aşamada ilgililenen problemin amacına bağlı olarak uygulanacak olan deney tasarımı tekniğine karar verilir. Tasarımın seçilmesi adımı örnek büyüklüğünün (tekrar sayısı) seçimini, deneylerin yapılış sıralarının seçimini, bloklamanın yapılıp yapılmayacağını belirlenmesini ve diğer rassallık kısıtlarını içerir. Deney tasarımının seçilmesindeki en önemli kriter deneyin amacıdır. Deneyin amacına göre hangi deney tasarımı tekniğinin uygulanacağı belirlenir. Uygulanacak deney tasarımı tekniği belirlendikten sonra seçilmiş olan deney tasarımına göre deneyler yapılır. Deneyin yapılması aşamasındaki en önemli nokta deneyin planlanan çerçevede yürütölüp yürütölmediğinin gözlemlenmesidir. Bu aşamada yapılacak olan deney hataları deneyin geçerliliğini yitirmesine neden olur. İyi bir planlama deneyin başarısı açısından çok önemlidir.



Şekil 2.2: Deney tasarımının uygulanması süreci

## 2.2 Deney Tasarım Metotları

Bu bölümün amacı, uygulamada kullanılan temel teknikleri göstererek konuyu tanıtmaktır, bu nedenle literatürde yer alan tüm deney tasarım tekniklerini ayrıntılı bir şekilde açıklamak yerine, en sık karşılaşılan teknikler ve hangi durumlarda kullanılıp kullanılmayacaklarına odaklanılmıştır. Literatürde deney tasarım teknikleri ile ilgili yazılmış birçok makaleye ve detaylı açıklamalarını içeren kitaplara ulaşmak mümkündür. Bu tez kapsamında vurgulanmak istenen bir konu da deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin bir bütün olarak düşünülmesi gerektiği ve bu üç aşamanın sırasıyla birinde ortaya çıkan olumsuzluğun diğer süreçlere de yansıtacağı farkındalığını oluşturmaktır. Bu üçlü sürecin ilk aşaması olan deney tasarımı; problemi anlama, doğru tanımlama, faktör, seviye, kısıtlar ve çıktıları belirleme adımlarını içermekte ve faktörlerin çıktı üzerindeki etkilerini doğru gözlemlemek için hangi deneyleri gerçekleştirmeliyim sorusuna cevap aramaktadır.

Deney tasarım yaklaşımlarında en kolay ve sık uygulanan yöntem her bir deneyde tek bir faktörün bulunduğu seviyeyi değiştirerek ürün veya proses performansındaki değişimi gözlemektir. En zor olanı ise birçok faktörün ürün performansını etkilediği bir ortamda hepsini birden kontrol altında tutarak etkilerini ve etkileşimlerini değerlendirmeye çalışmaktır.

### 2.2.1 One Variable at a Time Design (OVAT)

One variable at a time (OVAT) en basit deney tasarım yaklaşımıdır. Bu yaklaşımda bir prosese etki eden birden çok faktör varken, bu faktörlerden yalnızca birinin seviye değerini değiştirip diğerlerinin değerleri sabit tutulduğu durumda bu bir faktörün çıktı parametresi üzerindeki etkisini gözlemlemek mümkün olur. Birden çok faktörün aynı anda çıktı parametresi üzerinde oluşturduğu etkiyi gözlemlemek bu deney tasarım yaklaşımıyla mümkün olmaz. Basit bir örnek üzerinden açıklamak gerekirse; kompozit bir plakanın eğme yüküne maruz kalmasından dolayı üzerinde oluşan gerilmeleri incelediğimizi düşünelim. Kompozit plakanın gerilme çıktısını etkileyen faktörler tabakaların fiber açıları (A), kalınlıkları (B) ve sayıları (C) olsun. Bir kerede bir faktör inceleneceği zaman önce B ve C faktörleri olan tabaka kalınlıkları ve sayılarını sabit bir değer olarak alır, Sadece A faktörü olan tabaka fiber açısının etkisini



belirlemek için bu faktörün çeşitli seviyelerinde ölçüm yapar ve sadece A faktörünün çıktı parametresi gerilme üzerindeki etkisi hakkında fikir sahibi oluruz. Böylece A faktörünün en iyi sonucu verdiği seviye değerini belirlediğimizi düşünüp, onu bu değerle sabit tutarak sırasıyla diğer faktörler olan B ve C'nin de en iyi performans göstereceği seviyeleri tespit etmeye çalışırız.

Bu tür yaklaşımlarda sağlıklı analiz sonuçları elde edebilmek için gereken şart, faktörler arasında hiçbir etkileşimin olmamasıdır. Yani herhangi bir faktörün çıktı değeri üzerinde bulunduğu seviyede gösterdiği etkinin, diğer bir faktörün bulunduğu seviyeye bağlı olmamasıdır. Çünkü bu tür deney tasarımları faktörler arasındaki etkileşimleri görmemize imkan vermez ve faktörlerin etkilerini de birbirleri ile karıştırmadan ortaya koyamazlar. Bu sebeple de faktörler arasında etkileşimlerin bulunduğu bir deney sisteminde ulaşılmak istenen optimum noktaya yaklaşamaz [25].

### 2.2.2 Factorial Design (FD)

Faktörlerin etkilerinin değerlendirilmesi ve yorumlanması açısından en 'optimal' gözükken deney tasarım metodu FFD dir, çünkü bu metotta faktörlerin farklı seviyelerinin mümkün olan tüm kombinasyonları değerlendirilmektedir. Bu tür tasarımlarda her faktörün her seviyesinden eşit sayıda deney sonucu alınır ve bunlar birbirleri ile karşılaştırılır. Dengeli bir tasarımdır, ancak FFD sadece az sayıda faktör söz konusu olduğunda kullanılabilir. Çünkü gerekli deney sayısı faktörlerin ve seviyelerinin sayısı ile hızlı bir artış gösterir [26].

Bunun yerine kullanılabilecek farklı bir yaklaşım Fractional Factorial Design Method (FFDM) dur. FFDM'de mümkün olan kombinasyonların sadece bilinçli şekilde seçilmiş olan belli bir kısmı denenir ve değerlendirilir. Bu sayede deneylerin yapılmasında insan gücü başta olmak üzere tüm kaynaklardan, zamandan ve paradan tasarruf edilmiş olur. Ancak buna karşılık bir de dezavantaj oluşmaktadır. Seçilen kısmi faktöriyel seviyesine ve dolayısı ile deney sayısındaki azalmaya göre bir veya daha fazla ana etki ve/veya etkileşimler birbirleri ile karıştırılmış olurlar ve etkileri birbirlerinden ayrı olarak tahmin edilemez. Tablo 2.1, 2-seviyeli farklı faktör sayılarına sahip durumlar için FFD ve FFDM kullanıldığında gerçekleştirilmesi gereken deney sayılarını göstermektedir.

Tablo 2.1: FFD ve FFDM kullanımında faktör sayısına bağlı olarak önerilen deney sayıları [26]

Faktör sayısı	Seviye sayısı	FFD	FFDM (1/2)	FFDM (1/4)	FFDM (1/8)	FFDM (1/16)	FFDM (1/32)
2	2	4	2	-	-	-	-
3	2	8	4	-	-	-	-
4	2	16	8	-	-	-	-
5	2	32	16	8	-	-	-
6	2	64	32	16	8	-	-
7	2	128	64	32	16	8	-
8	2	256	128	64	32	16	-
9	2	512	256	128	64	32	16

FFDM’ de gerçekleştirilmesi gereken deney sayısı  $2^{k-p}$  formülüne göre belirlenir. Burada “k” faktör sayısını gösterirken, “p” kısmi faktöriyel dizayn da kesir oranına göre değer alır. Mesela deney sayısı tam faktöriyel dizayna göre yarı yarıya (1/2), dörtte bir (1/4), sekizde bir (1/8) azaltılmak isteniyorsa “p” parametresi sırasıyla 1,2 ve 3 değerlerini alır.

Bir başka faktöriyel tasarım metodu Multi-Level Factorial Design (MFD) dır. Bu metot kullanılarak farklı seviye değerlerine sahip faktörlerin çıktı parametresi üzerindeki etkisini gözlemlemek için gerçekleştirilmesi gereken deney sayısı tespit edilebilir. MFD, tüm faktörlerin tek başlarına ve diğer faktörler ile etkileşim halinde oldukları durumda çıktı parametresi üzerinde oluşturdukları etkiyi anlamamıza yardımcı olur. Gerçekleştirilmesi gereken tüm deney kombinasyonlarını içerir. MFD metodunun diğer faktöriyel tasarım metotları olan iki ve üç seviyeli faktöriyel tasarım metotlarını kapsadığını söyleyebiliriz.

Zaman, imkan ve maddi kaynaklar izin veriyorsa gerçekleştirilmesi gereken deneylere karar vermek için FD tercih edilmelidir. Aksi takdirde FFDM veya bahsedilecek olan diğer deney tasarım metotları alternatif bir metot olarak kullanılabilir.

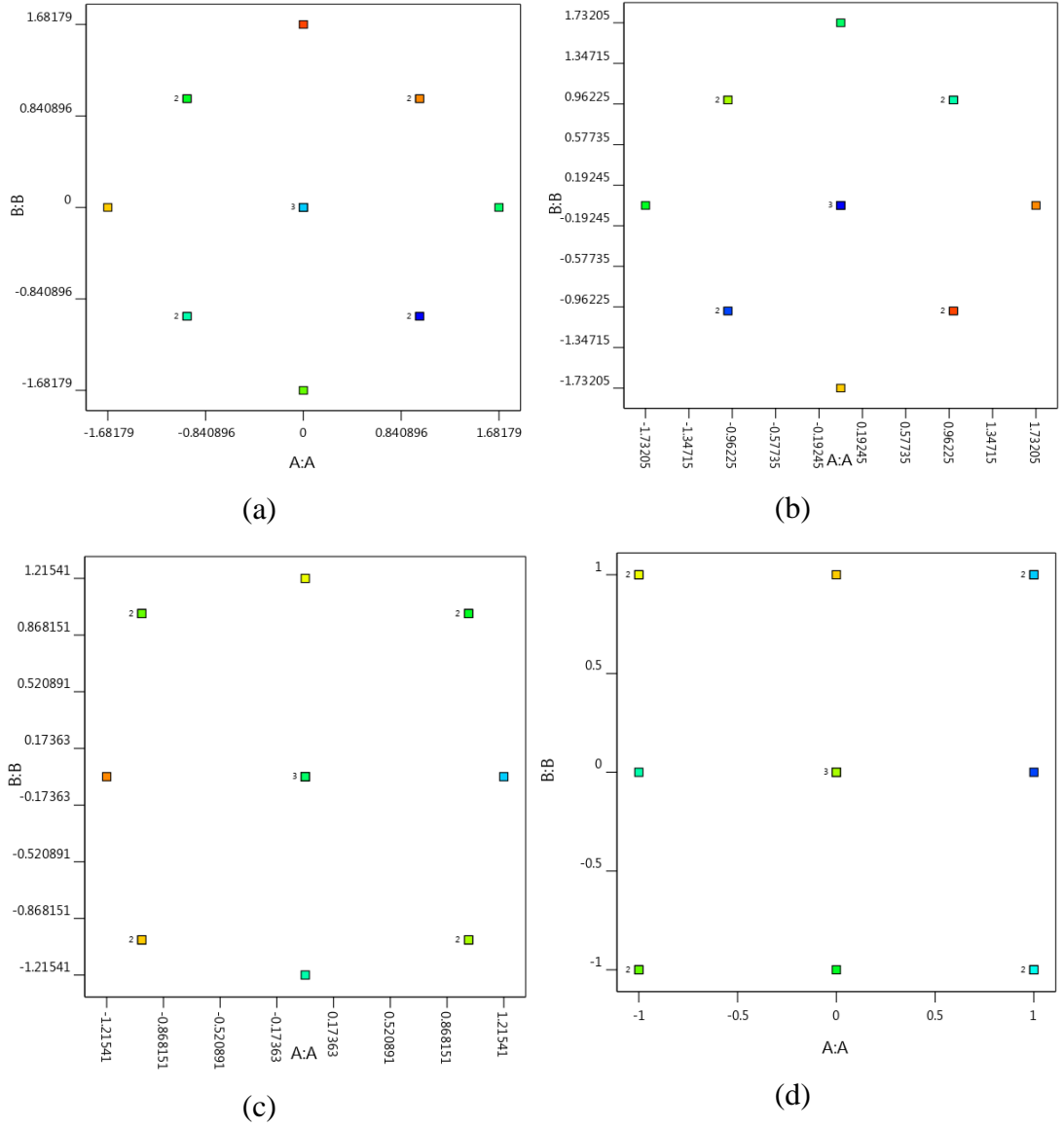
### 2.2.3 Central Composite Design (CCD)

FD kullanmanın sebep olacağı zaman ve maliyet etkisini azaltmak için başvurulabilecek deney tasarım metotlarından biri olan CCD, 5-seviyeli faktörlerden oluşan problemlerde deney seti oluşturmak için kullanılır. “k” faktörden oluşan bir problemde CCD metodu  $2^k$  kadar faktöriyel deney,  $2k$  kadar eksen deneyleri ve en az bir merkezi noktaya sahip deney içerir. Yani CCD metodu kullanıldığı durumda gerçekleştirilecek deney sayısı  $N = 2^k + 2k + 1$  formülü ile belirlenir [20]. CCD metodu faktörlerin alt, üst ve merkez nokta seviye değerlerine ek olarak merkez noktadan “ $\alpha$ ” kadar uzaklıkta noktalar için seviye değerleri belirleyip onları da tasarıma katar. “ $\alpha$ ” değerlerinin belirlenmesinde faktör sayısına bağlı olarak ortaya çıkan dizaynın rotatable (döndürülebilir), spherical (küresel) veya orthogonal (ortogonal) olmasına göre farklı formüller kullanılır [27]. Tablo 2.2’de farklı dizayn tipleri için “ $\alpha$ ” parametresinin hesaplamaları verilmiştir.

Tablo 2.2: Farklı CCD tipleri için  $\alpha$  değerleri [27]

CCD Tipi	$\alpha$ değeri
Küresel (Spherical)	$\alpha = \sqrt{k}$
Döndürülebilir (Rotatable)	$\alpha = \sqrt[4]{2^k}$
Ortogonal (Orthogonal)	$\alpha = \sqrt[4]{\frac{2^k}{4} (\sqrt{2^k + 2k + 1} - \sqrt{2^k})^2}$
Merkezi (Face central)	$\alpha = 1$

Bazı durumlarda CCD metodu 3-seviyeli faktörlerden oluşan problemlerde de deney seti oluşturmak için tercih edilmektedir. Burada faktörler sadece alt, üst ve merkez nokta seviye değerlerini alır ve  $\alpha$  kadar uzaklıkta noktaların seviye değerleri dizayna dahil edilmez. Bu tip tasarımlar Face Central Composite Design (FCCD) olarak tanımlanır. Şekil 2.3’de CCD metodu kullanılarak elde edilebilecek farklı dizayn tipleri gösterilmiştir.



Şekil 2.3: CCD tipleri, (a) Döndürülebilir, (b) Küresel, (c) Ortogonal, (d) Merkezi

## 2.2.4 Box Behnken Design (BBD)

BBD yalnızca tüm faktörler 3-seviyeden oluştuğu durumda deney seti oluşturmak için kullanılabilir. BBD deney tasarım metodu kullanılarak oluşturulan deney setlerinde CCD' den farklı olarak faktörlerin merkez noktaları daha çok yer alır. BBD metodu çapı  $\sqrt{2}$  birim olan küre şeklinde bir tasarım oluşturur. Ayrıca kübik gösterimde yatay ve dikey ekseninde hiçbir faktör için alt ve üst seviye değerleri yer almaz. Bu durum kübik eleman üzerindeki köşe noktalarda yer alan deneylerin gerçekleştirilmesinin zor ve maliyetli olduğu durumlarda bir avantaj sağlarken, bu noktaların çıktı üzerinde önemli bir etkisinin olabileceği durumlarda dezavantaj oluşturur [28].

### 2.2.5 Taguchi Design

Taguchi, sistem tasarımı, parametre tasarımı ve tolerans tasarımı aşamalarını içeren sağlam tasarım kavramını geliştirmiştir. Sağlam tasarımın amacı, istenmeyen ve kontrol edilemeyen gürültü etkilerinden uzak bir sistem tasarlamaktır. Bu da kontrol edilebilen faktörleri en uygun şekilde seçip kontrol edilemeyen faktörlerin etkisini en aza düşürmekle mümkündür. Bir problemde çıktı üzerinde etkili olan faktörlerin sayısı arttıkça deney sayısı da çok hızlı bir şekilde artmaktadır. Temel felsefesi kaliteyi tasarım aşamasında sağlamak olan Taguchi yöntemi, ortogonal dizinleri kullanarak deney sayılarını büyük ölçüde azaltan ve aynı zamanda kontrol edilemeyen faktörlerin etkilerini minimize etmeye çalışan bir deney tasarım tekniğidir. Ancak göz ardı edilmemesi gereken bir durum; deney sayısındaki azalmanın bazı faktörler arasındaki etkileşimleri yok saymakla mümkün olduğu gerçeğidir. Yani, Taguchi ortogonal diziler kullanarak deney sayısında önemli bir düşüş sağlarken çıktı parametresinin davranışını anlamamıza yardımcı olacak faktörler arası etkileşimlerden bazılarını yok saymaktadır. Dolayısıyla her zaman Taguchi deney tasarım metodunu kullanmanın avantajlı olduğunu söylemek mümkün değildir [29].

Normal “k” faktörlü bir deneysel tasarımında tam faktöriyel tasarım gereği  $2^k$  sayısı kadar deney yapılması gerekirken; Taguchi yönteminde eşzamanlı olarak birkaç faktörün kademeleri değiştirilerek bu deneme sayısı azaltılır. Örneğin 2 seviyeli 8 faktör için FD tasarım kullanıldığında 256 deney yapılması gerekirken, Taguchi aynı şartlarda 12 deney yapmanın yeterli olduğunu söylemektedir. Deney sayısını bu seviyede azaltmak önemli bir zaman ve maliyet tasarrufu sağlar ancak yukarıda da bahsedildiği gibi bu durum problemi doğru analiz etme konusunda sorunlara sebep olabilir. Diğer deney tasarım metotları ile karşılaştırıldığında, Taguchi faktör sayısı ve bu faktörlerin seviye değerleri konusunda oldukça fazla seçenek sunmaktadır. CCD ve BBD sadece belli seviye değerleri için deney seti üretebilirken, Taguchi farklı faktör sayısı ve seviye değerleri için ortogonal dizilimleri kullanarak geniş yelpazede bir deney tasarım seti oluşturma imkanı sunar.

Tablo 2.3: Aynı seviye değerine sahip faktörler kullanıldığı durumda Taguchi deney setleri [30]

	Seviye Sayısı									
	2		3			4		5		
	P=2	S=2	P=2	S=3		P=2	S=4	P=2	S=5	
Parametre Sayısı	P=3	S=2	L4	P=3	S=3	L9	P=3	S=4	P=3	S=5
	P=4	S=2		P=4	S=3		P=4	S=4	P=4	S=5
	P=5	S=2	L8	P=5	S=3		P=5	S=4	P=5	S=5
	P=6	S=2		P=6	S=3	L18	P=6	S=4	P=6	S=5
	P=7	S=2		P=7	S=3		P=7	S=4	P=7	S=5
	P=8	S=2	L11	P=8	S=3		P=8	S=4	P=8	S=5
	P=9	S=2		P=9	S=3		P=9	S=4	P=9	S=5
	P=10	S=2		P=10	S=3		P=10	S=4	P=10	S=5
	P=11	S=2		P=11	S=3	L27			P=11	S=5
	P=12	S=2		P=12	S=3				P=12	S=5
	P=13	S=2	L16	P=13	S=3					
	P=14	S=2		P=14	S=3					
	P=15	S=2		P=15	S=3					
	P=16	S=2		P=16	S=3					
	P=17	S=2		P=17	S=3					
	P=18	S=2		P=18	S=3	L36				
	P=19	S=2		P=19	S=3					
	P=20	S=2		P=20	S=3					
	P=21	S=2		P=21	S=3					
	P=22	S=2		P=22	S=3					
	P=23	S=2	L32	P=23	S=3					
	P=24	S=2								
	P=25	S=2								
	P=26	S=2								
	P=27	S=2								
	P=28	S=2								
	P=29	S=2								
	P=30	S=2								
	P=31	S=2								

Tablo 2.3’de aynı seviye değerlerine sahip faktörler kullanıldığı durumda Taguchi metodu tarafından önerilen deney setleri gösterilmektedir. Taguchi metodunun tüm faktörler 2 veya 3 seviyeden oluştuğu durumda FD tasarıma göre oldukça düşük deney

sayısı ile tasarım gerçekleştirme imkanı sunduğu görülmektedir. Ayrıca kullanılabilecek faktör sayısı da hem 2 seviye hem de 3 seviye durumlarında oldukça fazladır. Taguchi metodu tüm faktörler 2 seviyeden oluştuğu durumda 31 farklı faktör, 3 seviyeden oluştuğu durumda ise 23 farklı faktör kullanılarak çalışma imkanı sunar. Bu iki durum için FFD metodu kullanılarak deneyler gerçekleştirilmek istendiğinde yapılması gereken deney sayısı sırasıyla  $2^{31}$  ve  $2^{23}$  iken, Taguchi metodu aynı durum için sırasıyla 32 ve 36 deney gerçekleştirilmenin yeterli olduğunu söylemektedir. Benzer değerlendirmeleri faktörler 4 ve 5 seviyeden oluştuğu durumda da yapmak mümkündür.

Tablo 2.4: Farklı seviye değerlerine sahip faktörler kullanıldığı durumda Taguchi deney setleri [30]

Deney Sayısı	Seviye Sayısı				
	2	3	4	6	8
L8	1-4		1		
L16	2-12		1		
L16	1-9		2		
L16	1-6		3		
L16	1-3		4		
L16	1-8				1
L18	1		1-7		
L18		1-6		1	
L32	1		2-9		
L36	1-11	2-12			
L36	1-3	13			
L54	1	3-25			

Tablo 2.4, farklı seviye değerlerine sahip faktörler bir arada kullanıldığı durumda Taguchi deney tasarım metodu ile gerçekleştirilmesi mümkün olan deneyleri göstermektedir. Burada da Taguchi metodunun oldukça geniş tasarım imkanı sunduğu görülmektedir. Mesela, 2 seviyeli faktör sayısı 1-11 ve 3 seviyeli faktör sayısı 2-12 arasında değişiyorken, Taguchi metodu çıktı ve girdi arasındaki ilişkiyi doğru ifade

edebilmek için 36 deney gerçekleştirmenin yeterli olduğunu söylemektedir. Bu durum, farklı sayı ve seviyelerde faktörler kullanarak ve diğer metotlarla karşılaştırıldığında çok daha az deney gerçekleştirerek sonuca gitme imkanı sunar. Zaman ve maliyet kısıtları dikkate alındığında, çok düşük deney sayıları ile tasarım imkanı sunan Taguchi metodu bir çok araştırmacı için cazip bir deney tasarım metodu olmaktadır. Ancak, Taguchi metodunun her zaman girdi ve çıktı ilişkisini bu kadar az deney sayısı ile kolay bir şekilde tanımlamasının mümkün olamayacağı unutulmamalı, zaman ve maliyetten tasarruf sağlamak istendiğinde başarısız tasarımlarla karşılaşma ihtimali de göz önünde bulundurulmalıdır.

### 2.2.6 D-Optimal Design

D-Optimal optimizasyon tabanlı bir deney tasarım metodudur. Diğer deney tasarım metotlarından farklı olarak optimizasyon tabanlı bir metot olduğu için her çalıştırma işleminde farklı deney setleri oluşturabilir. BBD, CCD, Taguchi gibi metotlarda belirli faktör ve seviye değerleri için oluşturulan deney setleri kendi içerisinde tutarlılık gösterir ve her tekrar çalıştırma işlemiyle elde edilen deney seti değişmez. D-Optimal metodu hem nümerik hem de kategorik faktörler ile çalışma imkânı sunar. Nümerik faktörün türü sürekli ve ayırık olarak seçilebilir. Ayrıca diğer deney tasarım metotlarının aksine farklı seviye değerlerine sahip faktörler ile çalışılabilir. Ve bu faktörlerin sayısı ve seviye değerlerini istenildiği gibi ayarlamak mümkündür. Ayrıca, D-optimal metodu deney seti oluşturma aşamasında faktörler ile ilgili sisteme kısıt eklenmesine müsaade eden bir metottur. Böylece, faktörler arası etkileşimler matematiksel kısıt olarak sisteme girilip deney setinin bu koşullar altında oluşturulması ve önemli olduğu düşünülen parametreler arası etkileşimleri içeren satırların deney setine dahil edilmesi sağlanabilir [27, 31].

## 2.3 Matematiksel Modelleme

Deney tasarımı-Modelleme-Optimizasyon sürecinin ikinci aşamasını oluşturan matematiksel modellemede, deney tasarımı ile elde edilen data setinde yer alan girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkinin matematiksel modeller kullanılarak tanımlanması amaçlanır. Bu ilişkinin doğru bir şekilde tanımlanabilmesi için deney tasarımı sürecinde faktörlerin ve seviye değerlerinin doğru bir şekilde tespit edilmesi



ve gerçekleştirilmesi gereken deneylerin uygun deney tasarım metodu kullanılarak belirlenmesi en önemli aşamayı oluşturmaktadır.

Literatürde matematiksel modelleme ile ilgili birçok yaklaşım ve metot kullanılmaktadır. Bunların en çok bilinenleri; Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Network), Yüzey Yanıt Yöntemi (Response Surface Method), Destek Vektör Makineleri (Support Vector Regression), Karar Ağaçları (Decision Tree), Regresyon (Regression), Bulanık Mantık (Fuzzy Logic), Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi (ANFIS) dir. Bu metotlar data tipi ayrımı ve ön çalışma yapılmaksızın her çeşit data setinde girdi ve çıktı ilişkisini modellemede sıklıkla tercih edilmektedir. Ancak öncesinde de bahsedildiği gibi modelleme tek başına bağımsız bir süreç değildir. Matematiksel modelleme sürecinin başarılı olması çıktı parametrelerini birebir tahmin edebilen bir model oluşturmak anlamına gelmemektedir. Matematiksel modelleme sürecinde sıklıkla karşılaşılan eksiklikler ve yetersiz yaklaşımlar şu şekilde listelenebilir:

- 1) Mühendislik sistemlerinin modellenmesinde sürece etki eden tüm dizayn faktörlerinin etkileşimlerinin dikkate alınması bir gerekliliktir. Bir faktörün etkisini gözlemleyebilmek için o faktörün değerini değiştirip diğer faktörlerin değerlerini sabit tutma yaklaşımı (OVAT) faktörlerin doğrusal olmayan etkilerini göz ardı etmeye neden olabilir. Dolayısıyla, sistemin doğru bir şekilde modellenebilmesi için değişkenler arasındaki doğrusal olmayan etkileşimlerin hesaba katılması gerekmektedir. Bu yaklaşım, sistemi daha doğru modellemeye olanak sağlayacaktır.
- 2) Matematiksel modelleme üzerine yapılan çoğu çalışma, probleminin amaç fonksiyonu olarak yalnızca polinom tabanlı bir veya iki geleneksel regresyon modelini seçmektedir. Ancak, girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkinin nonlineerlik seviyesi arttıkça polinom modellerin yetersiz olduğu durumlar söz konusu olabilir.
- 3) Deney ve simülasyon çalışmalarında elde edilen sonuçların modellenmesinde oluşturulan modelin tahmin performansını değerlendirmede  $R^2$  temel bir kriterdir. Ancak, yüksek bir  $R^2$  değeri mühendislik sürecinin tüm fiziksel olaylarını tanımlamaz.  $R^2$  değeri, oluşturulan modelin tahmin sonuçlarının deneysel veya simülasyon sonuçlarına ne kadar yakın olduğunu ifade eder.

Diğer bir deyişle,  $R^2$  değeri gerçek sistemler için çok yüksek olsa bile bu her zaman iyi bir uyum anlamına gelmez. Model yalnızca deneysel verileri iyi fit eder, ancak çıktı parametresinin temel davranışını tanımlamaz. Bu nedenle, farklı regresyon formları ve yaklaşımları içeren yeni modelleme yaklaşımları denemek gerekir.

- 4) Bunların yanı sıra, mühendislik problemlerinde önerilen model fonksiyonunun önemli bir özelliği de sınırlı olması gerektiğidir. Sınırlı olmak, mühendislik sistemlerinin gerçekçi bir şekilde modellenmesi ile ilgilidir ve tüm mühendislik parametrelerinin sonlu olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, optimizasyon adımına geçmeden önce, seçilen modellerin mühendislik parametre aralıkları altında sınırlı olup olmadığı kontrol edilmelidir.

Bu nedenlerden dolayı, deney tasarımı-modelleme-optimizasyon süreçlerini bir bütün olarak değerlendiren yeni bir yaklaşım sunma ihtiyacı doğmuştur. Bu yaklaşım, modellemede YSA, Regresyon ve Stokastik Optimizasyonun birlikte kullanıldığı hibrit bir metottur. Böylece, tek başlarına birer modelleme ve optimizasyon metodu olarak kullanılan bu yöntemlerin avantajlarını bir araya getiren daha etkili bir metot ortaya konulması amaçlanmıştır. Önerilen modelleme metotları ile ilgili detaylı bilgi aşağıda verilmiştir.

### 2.3.1 Nöro Regresyon Metodu (NRM)

NRM, modelleme aşamasında tahminlerin doğruluğunu artırmak için Regresyon Analizi ve YSA'nın güçlü yanlarını birleştiren hibrit bir metottur. NRM yaklaşımında, data seti; eğitim, test ve doğrulama olarak üç parçaya ayrılır. Eğitim aşamasında datalar matematiksel model oluşturmak için kullanılır. Burada amaç sisteme dahil edilen girdi ve çıktılardan oluşan data setini kullanarak modelin problemin fiziksel ve matematiksel doğasını öğrenmesini sağlamaktır. Eğitim aşamasında kullanılan datalar genellikle tüm data setinin %80'i olacak şekilde ayarlansa da bu bir kural değildir. Hatta eğitim setinin oranını daha düşük seviyelerde tutarak başarılı modeller oluşturulabiliyorsa bu daha çok istenen bir durumdur. Modelleme sürecinin ikinci aşamasında eğitilen model, test işlemine tabi tutulur. Burada amaç; eğitilen modelin daha önce karşılaşmadığı dataları tahmin etme performansını ölçmektir. Böylece, eğitim aşamasındaki başarısının gerçek bir öğrenmeden kaynaklanıp kaynaklanmadığı

anlaşılabilir. Bu aşamada problemin fiziksel doğasını öğrenen model ile ezberleyen modeli birbirinden ayırmak önemlidir. Modelleme sürecinin üçüncü aşaması doğrulamadır. Test işlemi ile benzer prosedürün takip edildiği bu aşamada, model test işleminde kullanılan daha az sayıda bir data ile ikinci bir test işlemine tabi tutulur. Böylece modelin sağlamlığı garanti altına alınmaya çalışılır. Ancak modelleme konusu başlığı altında bahsedildiği gibi bu aşamaları başarılı bir şekilde geçen model yine de gerçekte problemin fiziksel doğası ile tutarlı olmayan anlamsız sonuçlar üretebilir. Bu durumda sınırlılık kontrolü olarak tanımlanan, modelin ürettiği maksimum ve minimum çıktı parametresi değerlerinin de incelenmesi model hakkında daha doğru bir değerlendirme yapmamızı sağlayabilir. Sınırlılık kontrolü kriterini sağlamayan modeller problemin doğası ile uyuşmayan gerçekte ulaşılması mümkün olmayan sonuçlar üretir. Bu modeller ne kadar yüksek tahmin performansına sahip olursa olsun kullanılabilir değildir.

### 2.3.2 Stokastik Nöro Regresyon Metodu (SNRM)

Bu modelleme metodu işleyiş bakımından NRM ile benzerlik göstermektedir. Farklı olarak NRM’de model katsayılarının tespitinde en küçük kareler farkı (least-squares) metodundan yararlanılırken, SNRM’de model katsayıları stokastik optimizasyon metotları kullanılarak belirlenmektedir. SNRM’de de data eğitim, test ve validasyon olarak üç gruba ayrılıp, gerekli başarı kriterlerini sağlaması istenmektedir. Stokastik optimizasyon metotlarını kullanarak model katsayılarının belirlenmeye çalışılması çok fazla alternatif model üretebilmeye olanak sağlamakta, ayrıca model oluşturma sürecini bir optimizasyon problemi gibi ele alabilme imkanı sunmaktadır. Bu bakımdan NRM ile karşılaştırıldığında sunduğu model çeşitliliği çok daha fazla ve NRM kullanılarak başarılı model üretilemediği durumlarda yardımcı olabilecek daha gelişmiş bir metodolojiye sahiptir. SNRM’de gerçek ve tahmin edilen değerler farkını gösteren hata fonksiyonu amaç fonksiyonu olarak tanımlanır ve değerini minimize edecek model katsayıları belirlenmeye çalışılır.

Bu tez çalışması kapsamında ortaya konulan iki orijinal matematiksel modelleme metodu olan NRM ve SNRM Mathematica programı kullanılarak gerçekleştirilen kodlama işlemi ile oluşturulmuştur. Modelleri belirlemede optimizasyon metodu

olarak Mathematica içerisinde yer alan Differential Evolution (DE), Nelder Mead (NM), Simulated Annealing (SA) ve Random Search (RS) metotları kullanılmıştır.

### 2.3.3 Matematiksel Modeller

Matematiksel modelleme aşamasında lineer, polinom, trigonometrik, logaritmik, rasyonel, eksponansiyel, bu matematiksel fonksiyonların hibrit formları ve özel fonksiyonlar matematiksel model olarak girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi tanımlayabilmek için kullanılmıştır. Bahsedilen matematiksel modellere örnekler aşağıda Tablo 2.5’de verilmiştir.

Tablo 2.5: Matematiksel modeller ve belirsiz katsayılara sahip açık formları

Model	Kısaltma	Formül
Çoklu doğrusal lineer	L	$\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_3 + \alpha_5 x_4$
Çoklu doğrusal rasyonel	LR	$(\alpha_1 + x_1 \alpha_2 + x_2 \alpha_3 + x_3 \alpha_4 + x_4 \alpha_5) / (\beta_1 + x_1 \beta_2 + x_2 \beta_3 + x_3 \beta_4 + x_4 \beta_5)$
İkinci dereceden çoklu doğrusal olmayan	SON	$\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_3 + \alpha_5 x_4 + \alpha_6 x_1^2 + \alpha_7 x_2^2 + \alpha_8 x_3^2 + \alpha_9 x_4^2 + \alpha_{10} x_1 x_2 + \alpha_{11} x_1 x_3 + \alpha_{12} x_1 x_4 + \alpha_{13} x_2 x_3 + \alpha_{14} x_2 x_4 + \alpha_{15} x_3 x_4$
İkinci dereceden çoklu doğrusal olmayan rasyonel	SONR	$(\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_3 + \alpha_5 x_4 + \alpha_6 x_1^2 + \alpha_7 x_2^2 + \alpha_8 x_3^2 + \alpha_9 x_4^2 + \alpha_{10} x_1 x_2 + \alpha_{11} x_1 x_3 + \alpha_{12} x_1 x_4 + \alpha_{13} x_2 x_3 + \alpha_{14} x_2 x_4 + \alpha_{15} x_3 x_4) / (\beta_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2 + \beta_4 x_3 + \beta_5 x_4 + \beta_6 x_1^2 + \beta_7 x_2^2 + \beta_8 x_3^2 + \beta_9 x_4^2 + \beta_{10} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1 x_3 + \beta_{12} x_1 x_4 + \beta_{13} x_2 x_3 + \beta_{14} x_2 x_4 + \beta_{15} x_3 x_4)$
Üçüncü dereceden çoklu doğrusal olmayan	TON	$\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_3 + \alpha_5 x_4 + \alpha_6 x_1^2 + \alpha_7 x_2^2 + \alpha_8 x_3^2 + \alpha_9 x_4^2 + \alpha_{10} x_1 x_2 + \alpha_{11} x_1 x_3 + \alpha_{12} x_1 x_4 + \alpha_{13} x_2 x_3 + \alpha_{14} x_2 x_4 + \alpha_{15} x_3 x_4 + \alpha_{16} x_1^3 + \alpha_{17} x_2^3 + \alpha_{18} x_3^3 + \alpha_{19} x_4^3 + \alpha_{20} x_1 x_2^2 + \alpha_{21} x_1 x_3^2 + \alpha_{22} x_1 x_4^2 + \alpha_{23} x_2 x_3^2 + \alpha_{24} x_2 x_4^2 + \alpha_{25} x_3 x_4^2$
Birinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan	FOTN	$\alpha_1 + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \sin(x_3) + \alpha_5 \sin(x_4) + \alpha_6 \cos(x_1) + \alpha_7 \cos(x_2) + \alpha_8 \cos(x_3) + \alpha_9 \cos(x_4)$
Birinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan rasyonel	FOTNR	$(\alpha_1 + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \sin(x_3) + \alpha_5 \sin(x_4) + \alpha_6 \cos(x_1) + \alpha_7 \cos(x_2) + \alpha_8 \cos(x_3) + \alpha_9 \cos(x_4)) / (\beta_1 + \beta_2 \sin(x_1) + \beta_3 \sin(x_2) + \beta_4 \sin(x_3) + \beta_5 \sin(x_4) + \beta_6 \cos(x_1) + \beta_7 \cos(x_2) + \beta_8 \cos(x_3) + \beta_9 \cos(x_4))$

		$\sin(x_2) + \beta_4 \sin(x_3) + \beta_5 \sin(x_4) + \beta_6 \cos(x_1) + \beta_7 \cos(x_2) + \beta_8 \cos(x_3) + \beta_9 \cos(x_4))$
İkinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan	SOTN	$\alpha_1 + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \sin(x_3) + \alpha_5 \sin(x_4) + \alpha_6 \cos(x_1) + \alpha_7 \cos(x_2) + \alpha_8 \cos(x_3) + \alpha_9 \cos(x_4) + \alpha_{10} \sin(x_1)^2 + \alpha_{11} \sin(x_2)^2 + \alpha_{12} \sin(x_3)^2 + \alpha_{13} \sin(x_4)^2 + \alpha_{14} \cos(x_1)^2 + \alpha_{15} \cos(x_2)^2 + \alpha_{16} \cos(x_3)^2 + \alpha_{17} \cos(x_4)^2$
İkinci dereceden trigonometrik çoklu doğrusal olmayan rasyonel	SOTNR	$(\alpha_1 + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \sin(x_3) + \alpha_5 \sin(x_4) + \alpha_6 \cos(x_1) + \alpha_7 \cos(x_2) + \alpha_8 \cos(x_3) + \alpha_9 \cos(x_4) + \alpha_{10} \sin(x_1)^2 + \alpha_{11} \sin(x_2)^2 + \alpha_{12} \sin(x_3)^2 + \alpha_{13} \sin(x_4)^2 + \alpha_{14} \cos(x_1)^2 + \alpha_{15} \cos(x_2)^2 + \alpha_{16} \cos(x_3)^2 + \alpha_{17} \cos(x_4)^2) / (\beta_1 + \beta_2 \sin(x_1) + \beta_3 \sin(x_2) + \beta_4 \sin(x_3) + \beta_5 \sin(x_4) + \beta_6 \cos(x_1) + \beta_7 \cos(x_2) + \beta_8 \cos(x_3) + \beta_9 \cos(x_4) + \beta_{10} \sin(x_1)^2 + \beta_{11} \sin(x_2)^2 + \beta_{12} \sin(x_3)^2 + \beta_{13} \sin(x_4)^2 + \beta_{14} \cos(x_1)^2 + \beta_{15} \cos(x_2)^2 + \beta_{16} \cos(x_3)^2 + \beta_{17} \cos(x_4)^2)$
Birinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan	FOLN	$\alpha_1 + \alpha_2 \ln(x_1) + \alpha_3 \ln(x_2) + \alpha_4 \ln(x_3) + \alpha_5 \ln(x_4)$
Birinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan rasyonel	FOLNR	$(\alpha_1 + \alpha_2 \ln(x_1) + \alpha_3 \ln(x_2) + \alpha_4 \ln(x_3) + \alpha_5 \ln(x_4)) / (\beta_1 + \beta_2 \ln(x_1) + \beta_3 \ln(x_2) + \beta_4 \ln(x_3) + \beta_5 \ln(x_4))$
İkinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan	SOLN	$\alpha_1 + \alpha_2 \ln(x_1) + \alpha_3 \ln(x_2) + \alpha_4 \ln(x_3) + \alpha_5 \ln(x_4) + \alpha_6 \ln(x_1)^2 + \alpha_7 \ln(x_2)^2 + \alpha_8 \ln(x_3)^2 + \alpha_9 \ln(x_4)^2 + \alpha_{10} \ln(x_1 x_2) + \alpha_{11} \ln(x_1 x_3) + \alpha_{12} \ln(x_1 x_4) + \alpha_{13} \ln(x_2 x_3) + \alpha_{14} \ln(x_2 x_4) + \alpha_{15} \ln(x_3 x_4)$
İkinci dereceden logaritmik çoklu doğrusal olmayan rasyonel	SOLNR	$(\alpha_1 + \alpha_2 \ln(x_1) + \alpha_3 \ln(x_2) + \alpha_4 \ln(x_3) + \alpha_5 \ln(x_4) + \alpha_6 \ln(x_1)^2 + \alpha_7 \ln(x_2)^2 + \alpha_8 \ln(x_3)^2 + \alpha_9 \ln(x_4)^2 + \alpha_{10} \ln(x_1 x_2) + \alpha_{11} \ln(x_1 x_3) + \alpha_{12} \ln(x_1 x_4) + \alpha_{13} \ln(x_2 x_3) + \alpha_{14} \ln(x_2 x_4) + \alpha_{15} \ln(x_3 x_4)) / (\beta_1 + \beta_2 \ln(x_1) + \beta_3 \ln(x_2) + \beta_4 \ln(x_3) + \beta_5 \ln(x_4) + \beta_6 \ln(x_1)^2 + \beta_7 \ln(x_2)^2 + \beta_8 \ln(x_3)^2 + \beta_9 \ln(x_4)^2 + \beta_{10} \ln(x_1 x_2) + \beta_{11} \ln(x_1 x_3) + \beta_{12} \ln(x_1 x_4) + \beta_{13} \ln(x_2 x_3) + \beta_{14} \ln(x_2 x_4) + \beta_{15} \ln(x_3 x_4))$
Hibrit çoklu doğrusal olmayan	HN	$\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_5 x_2^2 + \alpha_6 x_1 x_2 + \dots + \alpha_n x_1^n + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \cos(x_1) + \alpha_5 \cos(x_2) + \alpha_6 \sin(x_1)^2 + \alpha_7 \cos(x_1)^2 + \dots + \alpha_n \cos(x_n)^n + \alpha_n \sin(x_n)^n$
Hibrit çoklu doğrusal olmayan rasyonel	HNR	$(\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_4 x_1^2 + \alpha_5 x_2^2 + \alpha_6 x_1 x_2 + \dots + \alpha_n x_1^n + \alpha_2 \sin(x_1) + \alpha_3 \sin(x_2) + \alpha_4 \cos(x_1) + \alpha_5 \cos(x_2) + \alpha_6 \sin(x_1)^2 + \alpha_7 \cos(x_1)^2 + \dots + \alpha_n \cos(x_n)^n + \alpha_n \sin(x_n)^n)$

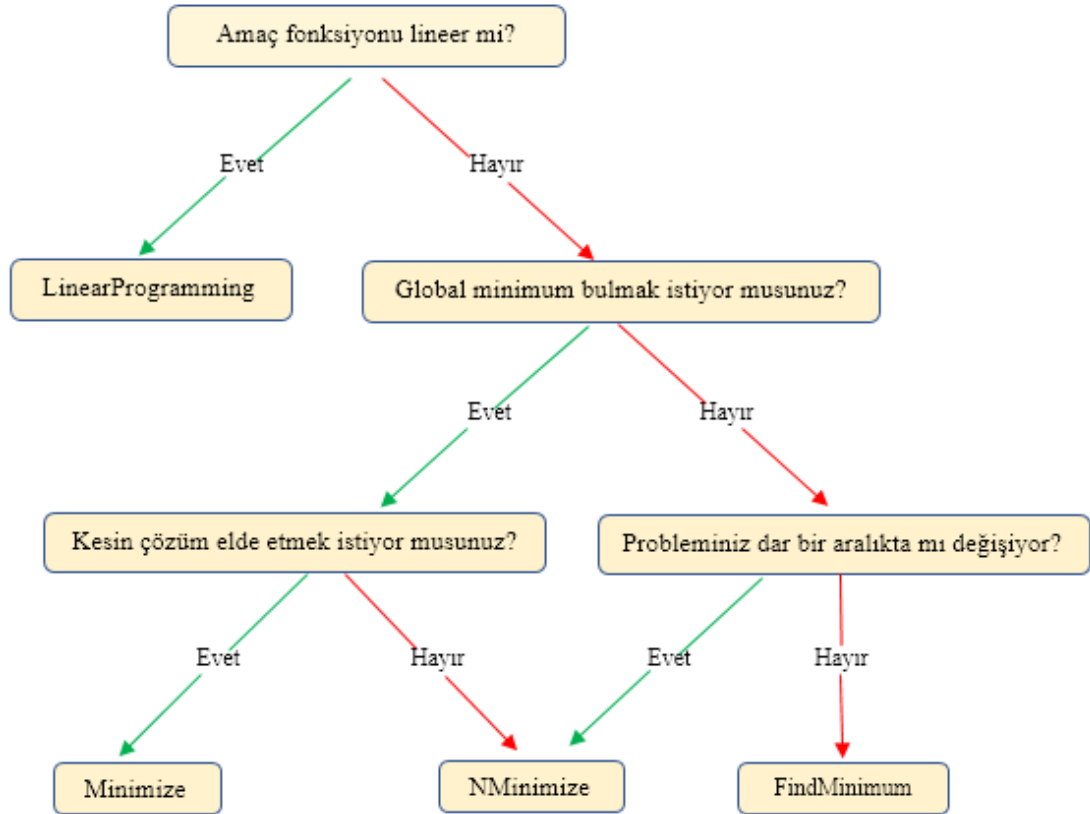
		$\frac{\alpha_n \sin(x_n)^n}{(\beta_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2 + \beta_4 x_1^2 + \beta_5 x_2^2 + \beta_4 x_1 x_2 + \dots + \beta_n x_1^n + \beta_2 \sin(x_1) + \beta_3 \sin(x_2) + \beta_3 \cos(x_1) + \beta_4 \cos(x_2) + \beta_5 \sin(x_1)^2 + \beta_6 \sin(x_2)^2 + \beta_7 \cos(x_1)^2 + \dots + \beta_n \cos(x_n)^n + \beta_n \sin(x_n)^n)}$
Lojistik Sigmoid	LS	$\alpha_1 \text{Ls}(\alpha_2 - \alpha_3 \text{Ls}(\alpha_4 - \alpha_5 x_1 - \alpha_6 x_2) + \alpha_7 \text{Ls}(\alpha_8 + \alpha_9 x_1 - \alpha_{10} x_2) + \dots \alpha_n - 2 \text{Ls}(\alpha_n - 1 - x_1 - \alpha_n x_2))$
Tanjant Hiperbolik	TH	$\alpha_1 \text{Th}(\alpha_2 - \alpha_3 \text{Th}(\alpha_4 - \alpha_5 x_1 - \alpha_6 x_2) + \alpha_7 \text{Th}(\alpha_8 + \alpha_9 x_1 - \alpha_{10} x_2) + \dots \alpha_n - 2 \text{Th}(\alpha_n - 1 - x_1 - \alpha_n x_2))$

## 2.4 Mathematica ve Optimizasyon

*Mathematica* yazılımı, doğrusal-doğrusal olmayan ve kısıtsız-kısıtlı problemleri çözmek için analitik-numerik optimizasyon gerçekleştirme imkânı sunan bir komut topluluğuna sahiptir. Bu bağlamda nümerik global optimizasyon yöntemlerinde *NMinimize* ve *NMaximize* komutları kullanılırken, analitik global optimizasyon için *Minimize* ve *Maximize* komutları uygundur. Nümerik lokal optimizasyon, *FindMinimum* komutu kullanılarak gerçekleştirilir. Yukarıda belirtilen komutların tümü, doğrusal-doğrusal olmayan ve kısıtlı-kısıtsız optimizasyon problemleri için kullanılabilir [1]. Komutlar, algoritmalar ve bunların hangi tür problemleri çözmek için kullanıldığına ilişkin ayrıntılı açıklamalar Tablo 2.6 ve Şekil 2.4'de verilmiştir [32]. Kısıtlı doğrusal olmayan problemler için nümerik global optimizasyon algoritmaları, gradyan tabanlı yöntemler ve doğrudan arama yöntemleri olarak sınıflandırılabilir. Gradyan tabanlı yöntemler, hesaplama için amaç fonksiyonunun birinci veya ikinci türevlerini ve kısıtlamalarını kullanırken, Doğrudan arama yöntemleri olasılıksal bir süreçte sahiptir ve türev bilgisine ihtiyaç duymaz. Bu bölümde tez kapsamında kullanılan *Mathematica* komutları (*FindMinimum*, *NMaximize* ve *Nminimize*) ve optimizasyon algoritmaları (DE, MN, SA, RS) açıklanmaktadır.

Tablo 2.6: Mathematica’da optimizasyon algoritmaları ve komutları

Optimizasyon	Optimizasyon Metotları/Algoritmalar	Mathematica Komutları
Numerik Lokal Optimizasyon	Linear Programming Methods Nonlinear Interior Point Algorithms	FindMinimum FindMaximum
Numerik Global Optimizasyon	Linear Programming Methods Differential Evolution Nelder-Mead Simulated Annealing Random Search	NMinimize NMaximize
Kesin Global Optimizasyon	Linear Programming Methods CylindricalAlgebraic Decomposition Lagrange Multipliers Integer Linear Programming	Minimize Maximize
Lineer Optimizasyon	Linear Programming Methods (simplex, revised simplex, interior point)	LinearProgramming



Şekil 2.4: Mathematica’ da optimizasyon süreci [32]

### 2.4.1 NMinimize ve NMaximize Komutları

Mathematica'daki bu fonksiyonlar, bilim ve mühendislikteki karmaşık problemlerin belirli karakteristik özellikleri ile arama algoritmalarını kullanarak optimize edilmesini sağlar. Bu yöntemler global optimumları bulmada etkili olsada, kısıtlar ve sınır koşulları tanımlanmadığı durumda optimum sonuçları bulmak zor olabilir. Bu durumla başa çıkmanın en iyi yolu, verilen fonksiyonu farklı başlangıç koşulları altında optimize etmek olabilir. Test fonksiyonları Ackley ( $f[x_1, x_2]$ ) ve Holder Table 1 ( $g[x_3, x_4]$ ) için *NMinimize* ve *NMaximize* komutları kullanılarak elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

```
In[15]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35}, {x1,x2}]
Out[15]= {0.8740, {x1→-0.9984, x2→-2.9952}}

In[4]:= NMaximize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35}, {x1,x2}]
Out[4]= {12.3202, {x1→34.5137, x2→34.51377}}

In[7]:= NMinimize[{g[x3,x4], -10≤x3≤10, -10≤x4≤10}, {x3,x4}]
Out[7]= {-26.9203, {x3→9.6461, x4→9.6461}}

In[8]:= NMaximize[{g[x3,x4], -10≤x3≤10, -10≤x4≤10}, {x3,x4}]
Out[8]= {-2.5326×10-13, {x3→-4.7498, x4→-4.7123}}
```

Sonuçlara göre, Holder Table 1 test fonksiyonu için başlangıç kısıtları altında optimum sonuçlar elde edilebilirken, Ackley test fonksiyonu için lokal sonuçlar elde edilebilmiştir. Parametrelerin ayarlanması veya başlangıç kısıt bölgesinin değiştirilmesi, global değerlerin elde edilmesinde etkili olabilir.

Kısıtlar, eşitlikler ve eşitsizlikleri içerecek şekilde veya belli değerlerden oluşan liste biçiminde olabilir. Örneğin, sonuçların tamsayı biçiminde belirtilmesi gerekiyorsa, “z” bilinmeyen parametresi ile ilgili kısıt  $z \in \text{Tamsayılar}$  olarak girilmelidir. Bu durumda çözüme ulaşma aşamasında z parametresi yalnızca tamsayı değerler alacaktır. Değeri minimize veya maksimize edilmek istenen fonksiyon amaç fonksiyonu olarak adlandırılır ve sisteme girilen kısıtlar doğrusal ise, Linear Programming çözüm sürecinde varsayılan metot olarak kullanılır. Amaç fonksiyonunun ana kısmı nümerik değilse ve değişkenler de tamsayı biçimindeyse, varsayılan olarak kullanılan algoritma

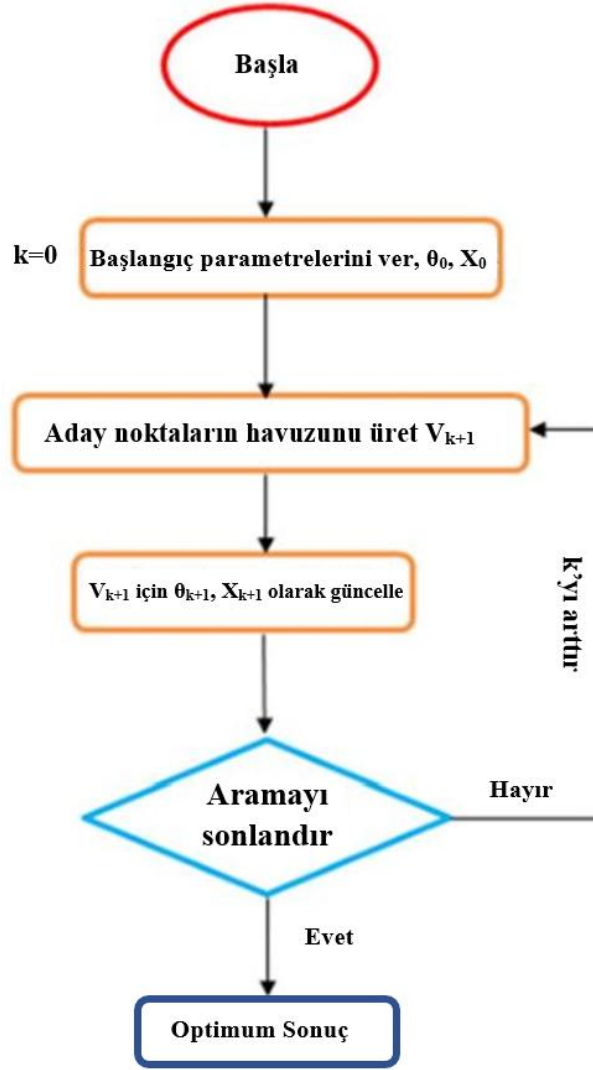


DE dir. Diğer durumlarda, NM varsayılan algoritma olarak kullanılır. NM istenen çözümleri sağlamazsa optimum değerleri elde etmek için DE'ye geçiş yapılır [33]. *NMinimize* ve *NMaximize* komutları ile gerçekleştirilen optimizasyon işlemlerinde metot olarak *Mathematica* içerisinde gömülü yer alan DE, NM, SA ve RS algoritmaları kullanılır.

#### 2.4.2 Random Search Algoritması (RS)

Stokastik optimizasyon metotlarından biri olan RS, çözüm arama sürecinde rastgele başlangıç noktalarından oluşan bir popülasyon oluşturur ve sonrasında *FindMinimum* komutunu kullanarak bu noktaların lokal minimuma yakınsama davranışını inceler. RS metodunun çözüm arayışı sürecinde “*SearchPoints*”, “*RandomSeed*”, “*Method*” etkili olan algoritma seçenekleridir. Bu seçeneklerden “*SearchPoints*”, çözüm arama sürecinde kullanılacak olan başlangıç noktası sayısını minimum (10 f,100) değerlendirmesine göre belirler. Bu ifadede “f”, değişken sayısını göstermektedir. Bir diğer seçenek “*RandomSeed*” rastgele sayı üreticisi için başlangıç noktasının hangi değeri alacağını ayarlar. Algoritma metot olarak kısıtlı optimizasyon problemlerinde *FindMinimum* arama komutunun bir seçeneği olan Nonlinear Interior metodu seçerken, kısıtsız optimizasyon problemlerinde ise Quasi Newton arama yöntemini kullanır. RS algoritması bu seçenekleri kullanarak optimum çözüme ulaşmaya çalışır. Çözüm aşamasında algoritmanın takip ettiği yol şekil 2.5'deki akış şemasında gösterilmiştir [33].

RS algoritmasının global minimumu bulmadaki performans kapasitesini değerlendirmek için çok sayıda yerel minimuma sahip test fonksiyonları kullanılır. Bu tür global optimizasyon problemlerinde, algoritma ve çözümde etkili algoritma seçenekleri uygun şekilde ayarlanmadığında global minimumları bulmak oldukça zorlaşır ve algoritma yanılgıya düşerek lokal minimumları optimum çözüm olarak bulur.



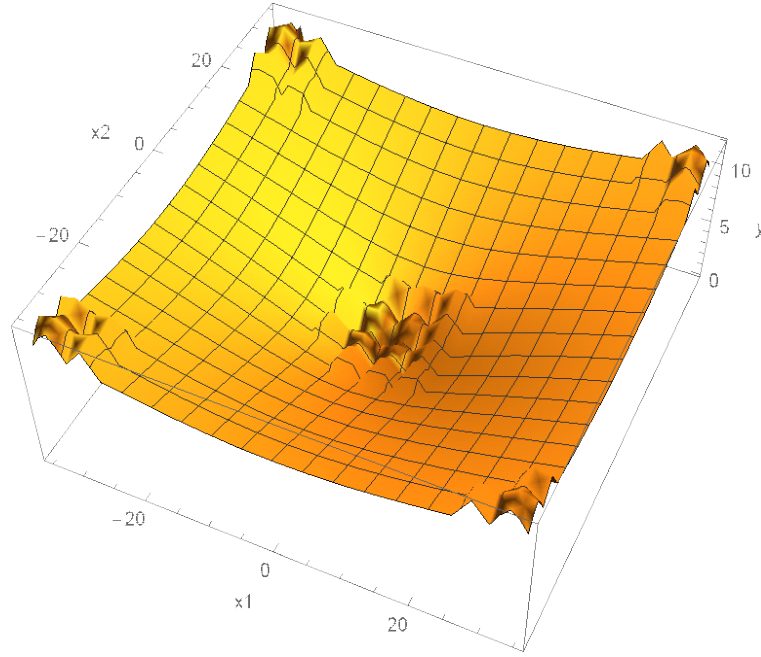
Şekil 2.5: RS algoritması akış şeması [34]

Bu doğrultuda  $f(0,0)=0$  konumunda global minimuma sahip olan Ackley, RS algoritmasının performansını değerlendirmek için test fonksiyonu olarak seçilmiştir [35]. Ackley test fonksiyonu ve *Mathematica* paket programı kullanılarak belirtilen sınırlar aralığında elde edilen 3B çizimi Şekil 2.6'da gösterilmiştir.

```

In[1]:= f[x1_,x2_] := -20Exp[(-0.025qrt[0.5(x1^2+x2^2)])] -
        Exp[(0.5(Cos[2Pix1]+Cos[2Pix2]))]+20+Exp[1];
In[2]= Plot3D[f[x1,x2],{x1,-35,35},{x2,-35,35},AxesLabel->{x1,x2,y}]

```



Şekil 2.6: Ackley test fonksiyonu 3B gösterim

RS algoritmasının, çözümde etkili seçeneklerinin varsayılan ayarlarında herhangi bir değişiklik yapılmadığında global minimum bulma konusunda başarısız olabilir.

```
In[3]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>"RandomSearch"]
Out[3]= {2.83635, {x1->-5.99749,x2->8.99623}}
```

Bazen aramayı başlatmak için kullanılacak olan başlangıç nokta sayısını belirleyen “*SearchPoints*” seçeneğini değiştirmek, global minimumu bulmada etkili olabilir.

```
In[4]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"RandomSearch", "SearchPoints"->i}]],{i,500,3000,500}]
{0.39531,{x1->0.996345,x2->0.996345}}
{0.280127,{x1->-5.04225*10^-24,x2->-0.9948}}
{0.280127,{x1->-5.04225*10^-24,x2->-0.9948}}
{0.280127,{x1->-5.04225*10^-24,x2->-0.9948}}
{0.280127,{x1->-5.04225*10^-24,x2->-0.9948}}
{1.2012*10^-9,{x1->-8.42728*10^-10,x2->-4.16243*10^-9}}
```

Rastgele sayı üretici için başlangıç değeri oluşturan *RandomSeed* seçeneğinin etkisi aşağıda incelenmiştir. Bir önceki örnekte “*Searchpoints*”->500 global minimuma ulaşmak için yeterli değilken, aşağıdaki örnekte *SearchPoints* ve *RandomSeed* değerleri sırasıyla 500 ve 5 olarak ayarlanarak global minimum elde edilebilir.

```
In[5]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"RandomSearch", "SearchPoints"->500,"RandomSeed"->i}],{i,5}]
{0.280127,{x1->-7.38323*10^-25,x2->0.9948}}
{7.40815*10^-10,{x1->6.89861*10^-10,x2->-2.52669*10^-9}}
{0.280127,{x1->5.59478*10^-24,x2->0.9948}}
{0.39531,{x1->0.996345,x2->0.996345}}
{1.37499*10^-9,{x1->-3.64123*10^-9,x2->-3.22083*10^-9}}
```

Problemin yaklaşık çözüm aralığı tahmin edilebiliyorsa başlangıç noktasının belirlenmesi çözümü kolaylaştırır.

```
In[6]:= Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"RandomSearch","InitialPoints"->Flatten[Table[{i,j},{i,-35,35,5},{j,-
35,35,5}],1}]]]
Out[6]= {-4.44089*10^-16,{x1->-1.52703*10^-15,x2->-1.52703*10^-15}}
```

*PostProcess* seçeneği bu fonksiyonun çözümünde birincil öneme sahip değildir. *PostProcess* yöntemleri “*KKT*” ve “*FindMinimum*” aynı sonuçları vermekte.

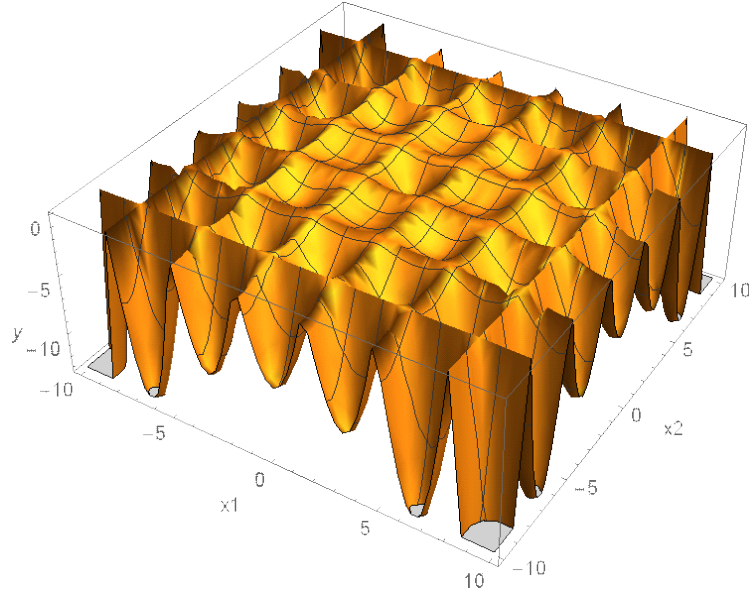
```
In[7]:= Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"RandomSearch", "SearchPoints"->3000,"PostProcess"->KKT}]]]
Out[7]= {1.2012*10^-9,{x1->-8.42726*10^-10,x2->-4.16243*10^-9}}

In[8]:= Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"RandomSearch", "SearchPoints"->3000,"PostProcess"->FindMinimum}]]]
Out[8]= {1.2012*10^-9,{x1->-8.42728*10^-10,x2->-4.16243*10^-9}}
```

RS algoritmasının global minimumu bulma yeteneğini değerlendirmek için başka bir test fonksiyonu olan Holder Table 1 kullanılmıştır. Test fonksiyonu,  $f(\pm 9,646168, \pm 9,646168) = -26.920336$ 'da global minimuma sahiptir. Holder Table 1 test

fonksiyonu ve *Mathematica* paket programı kullanılarak belirtilen sınırlar aralığında elde edilen 3B çizimi Şekil 2.7’de gösterilmiştir.

```
Clear[f];
In[9]:= f[x1_,x2_] := -Abs[Cos[x1]Cos[x2]Exp[Abs[1-((x1^2+x2^2)^0.5)/Pi]]];
In[10]:= Plot3D[f[x1,x2],{x1,-10,10},{x2,-10,10}]
```



Şekil 2.7: Holder Table 1 test fonksiyonu 3B gösterim

RS algoritması bu test fonksiyonu için varsayılan seçenek ayarlarında herhangi bir değişiklik yapmadan global minimum noktalardan birini bulur. *RandomSeed* seçeneğinde yapılan ayarlamalar ile diğer kökleri de bulmak mümkün olmaktadır.

```
In[11]:= NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
>"RandomSearch"]
Out[11]= {-26.9203, {x1 -> -9.64617, x2 -> -9.64617}}

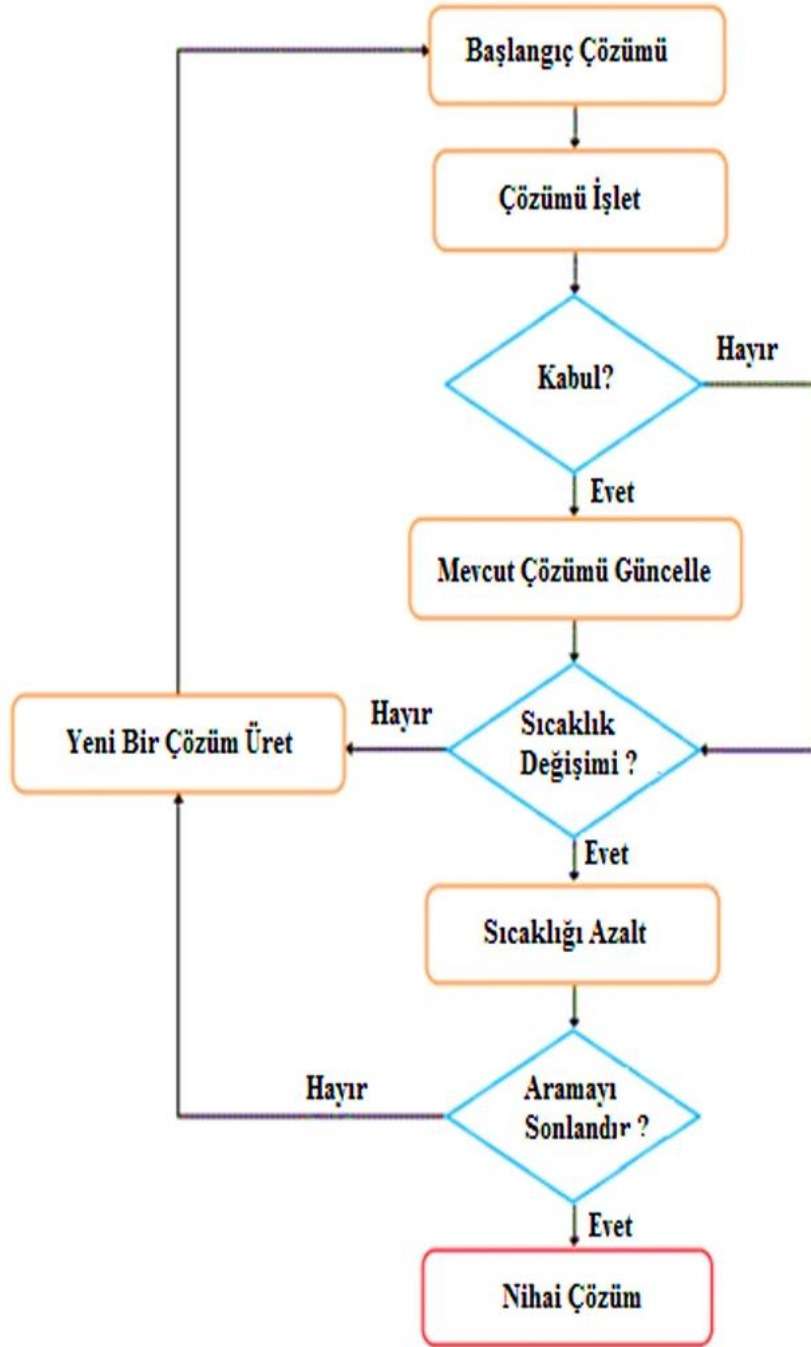
In[12]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
>"RandomSearch", "RandomSeed"->i]}],{i,{1,6,7}}]
{-26.9203,{x1->-9.64617,x2->9.64617}}
{-26.9203,{x1->-9.64617,x2->-9.64617}}
{-26.9203,{x1->9.64617,x2->9.64617}}
```

### 2.4.3 Simulated Annealing Algoritması (SA)

*Mathematica* tarafından uygulanan SA algoritması, katıların fiziksel tavlama prosedürüne dayalı çalışma sürecine sahip stokastik bir yaklaşımdır. SA algoritması, birçok değişkene sahip fonksiyonların maksimum veya minimum değerlerini ve lokal minimumlara sahip doğrusal olmayan fonksiyonların minimum değerlerini bulmak için tasarlanmıştır. Algoritma, katı cisimlerin atomlarının mükemmel dizilişini örneklediği ve soğutma işlemi sırasında potansiyel enerjiyi en aza indirdiği için Simüle Tavlama olarak adlandırılmıştır. Algoritma, lokal minimumlara takılmadan global minimum noktaya ulaşmada oldukça başarılıdır [36].

Her iterasyon için çalışma sürecinde; ilk olarak “Z” başlangıç çözümü üretilir, İkinci olarak “Z” mevcut noktanın komşuluğunda “Zyeni” üretilir ve ardından “Zeni” tanımlanır.  $f(Z \text{ yeni}) \leq f(Z \text{ en iyi})$  ise, Z yeni en iyi Z'nin ve Z'nin yerini alır. Aksi takdirde, Zyeni Z ile yer değiştirir. Bu döngüde, *InitialPoints*, *SearchPoints* and *RandomSeed* seçenekleri ilk tahminin, onun sayısının ve başlangıç değerinin belirlenmesinde etkilidir. SA algoritmasında, arama uzayındaki rastgele hareketler, Boltzmann olasılık dağılımı  $e^{D(k, \Delta f, f_0)}$  temel alınarak gerçekleştirilir. Burada D, BoltzmannExponent seçeneği tarafından tanımlanan fonksiyon, k geçerli yineleme,  $\Delta f$  amaç fonksiyonundaki değişiktir. Mathematica'da kullanıcı manuel olarak seçmezse, B; BoltzmannExponent tarafından  $\frac{-\Delta f \log(k+1)}{10}$  olarak tanımlanır.

Tüm başlangıç noktaları için, yukarıda açıklanan çalışma süreci, algoritmanın bir noktaya yakınsadığı veya *LevelIterations* seçeneği tarafından belirlenen iterasyon sayısı sonucunda algoritmanın aynı noktada kaldığı zamana kadar döndürülür [37]. SA algoritması, Şekil 2.8'de verilen prosedürü takip eder.



Şekil 2.8: SA algoritması akış şeması [34]

Global minimumu bulmada SA algoritmasının performansını değerlendirmek için daha önce verilen "Ackley" ve "Holder Table 1" test fonksiyonları kullanıldı. SA algoritması, seçeneklerinin varsayılan değerlerini kullanarak global bir minimum bulamamıştır. Ackley test fonksiyonu için SA algoritması varsayılan seçenek ayarlarıyla kullanıldığında elde edilen sonuç 2.37 olarak bulunmuştur. Gerçek global minimum değer ise 0 dır.

```
In[3]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"SimulatedAnnealing"}]

Out[3]= {2.37578, {x1 -> 7.99584, x2 -> 3.99792}}
```

BoltzmannExponent, her iterasyonda yeni bir nokta belirleyen bir fonksiyon içerir, bu nedenle global bir minimuma ulaşmada etkili olabilecek önemli bir seçenektir. Bu fonksiyon otomatik olarak belirlenen varsayılan değer dışında kullanılırsa, elde edilen sonuç değişebilir. Ancak Ackley test fonksiyonunda bu seçeneği değiştirmek tek başına global minimumu bulmak için yeterli olmamıştır.

```
In[4]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
>{"SimulatedAnnealing", "BoltzmannExponent"->Function[{i,df,f0},-
df/(Exp[i/10])]}]

Out[4]= {0.830095, {x1 -> -2.99495, x2 -> 6.41153*10^-9}}
```

Bu test fonksiyonu için *PerturbationScale* seçeneği sonucu değiştirse de bu seçeneği değiştirmek tek başına global minimumu bulmak için yeterli olmamıştır. Algoritma yerel minimum noktalara yakalanmıştır.

```
In[5]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1, x2], -35 ≤ x1 ≤ 35, -35 ≤ x2 ≤ 35}, {x1, x2},
Method -> {"SimulatedAnnealing","PerturbationScale" -> i}]], {i, 15}]

{2.37578,{x1->7.99584,x2->3.99792}}
{2.40345,{x1->0.999488,x2->8.99539}}
{1.0993,{x1->-1.04986*10^-9,x2->3.99502}}
{3.8527,{x1->-1.99944,x2->14.9958}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
{4.50046,{x1->14.9966,x2->-9.99773}}
{4.26698,{x1->11.9971,x2->-11.9971}}
{4.27353,{x1->7.99805,x2->-14.9963}}
{2.63697,{x1->5.99725,x2->-7.99634}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
{6.15308,{x1->-23.9966,x2->-9.9986}}
```



*SearchPoints* seçeneğinin değerini arttırmak global minimum bulma konusunda daha etkili olabilir.

```
In[6]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method->
{"SimulatedAnnealing","SearchPoints"->i}]],{i,100,500,100}]
{0.830095,{x1->-2.99495,x2->7.32049*10^-10}}
{0.62186,{x1->1.99543,x2->-0.997715}}
{0.280127,{x1->-1.64485*10^-9,x2->-0.9948}}
{0.280127,{x1->0.9948,x2->5.25186*10^-12}}
{1.937*10^-9,{x1->-2.31279*10^-9,x2->-6.44598*10^-9}}
```

Daha önce elde edilen sonuçlarda da görüldüğü gibi *SearchPoints* seçeneğini değiştirmek tek başına global minimumu bulmak için yeterliyken, *RandomSeed*, *PerturbationScale* ve *BoltzmannExponent* seçeneklerini tek başına kullanarak arama yapılması durumunda algoritma yerel minimum noktalara yakalamaktadır.

```
In[7]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35},{x1,x2},Method->
{"SimulatedAnnealing","RandomSeed"->i}]],{i,0,10}]
{2.37578,{x1->7.99584,x2->3.99792}}
{0.557056,{x1->-4.99634*10^-9,x2->1.99487}}
{2.15456,{x1->7.99533,x2->-0.999416}}
{0.39531,{x1->0.996345,x2->0.996345}}
{3.46466,{x1->-8.99708,x2->9.99676}}
{0.993567,{x1->2.99583,x2->1.99722}}
{1.58244,{x1->-2.9975,x2->-4.99584}}
{1.22508,{x1->-3.99557,x2->1.99779}}
{1.46596,{x1->1.99819,x2->-4.99546}}
{0.39531,{x1->-0.996345,x2->0.996345}}
{2.29034,{x1->4.99729,x2->6.9962}}
```

SA algoritması, "Holder Table 1" test fonksiyonu için varsayılan seçeneklerinde herhangi bir değişiklik yapmadan global minimum noktalardan birini bulabilmektedir.

```
Clear[f]
```

```
In[8]:= f[x1_,x2_] := -Abs[Cos[x1]Cos[x2]Exp[Abs[1-((x1^2+x2^2)^0.5)/Pi]]];
```

```
In[9]:= NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
>"SimulatedAnnealing"]
Out[9]= {-26.9203, {x1 -> 9.64617, x2 -> 9.64617}}
```

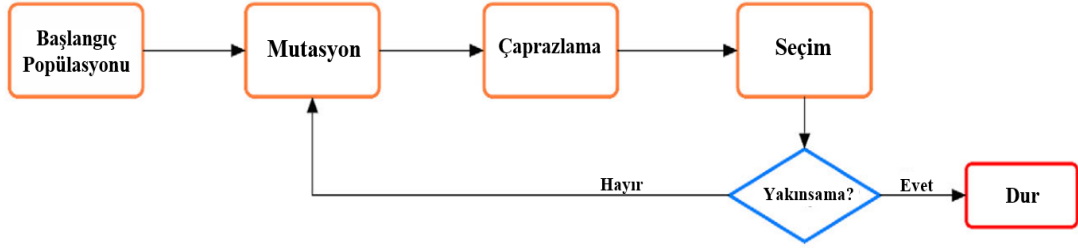
RS algoritmasından farklı olarak, SA algoritması kullanılarak dört ayrı global minimum nokta belirlenebilir.

```
In[10]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method->
{"SimulatedAnnealing","RandomSeed"->i}]],{i,{1,2,3,11}}]
{-26.9203,{x1->9.64617,x2->9.64617}}
{-26.9203,{x1->-9.64617,x2->-9.64617}}
{-26.9203,{x1->-9.64617,x2->9.64617}}
{-26.9203,{x1->9.64617,x2->-9.64617}}
```

#### 2.4.4 Differential Evolution Algoritması (DE)

DE, karmaşık tasarım problemlerinin çözümünde kullanılan en yaygın stokastik arama algoritmalarından biridir. Algoritma; başlatma, mutasyon, çaprazlama ve seçim olmak üzere çözüme giderken dört ana adımı takip eder. DE, tek bir çözümünden ziyade iterasyonlardaki çözüm popülasyonuna odaklanır, bu durum onu daha verimli bir arama algoritması yapar, ancak hesaplama açısından daha fazla işlem süresine ihtiyaç duyulur. DE, global optimumu elde etmek için sağlam ve güvenilir bir algoritmadır. Bununla birlikte, diğer arama yöntemleri için de geçerli olan, global optimum noktaları bulma konusunda bir kesinlik söz konusu değildir [38].

İterasyonlarda, “k” noktadan oluşan yeni bir popülasyon üretilir. Daha sonra, önceden oluşturulmuş popülasyondan  $z_1$ ,  $z_2$  ve  $z_3$  gibi rastgele üç nokta alınarak j. yeni nokta üretilir. Ardından, s'nin gerçek ölçekleme faktörü olduğu  $z = s = z_3 + s(z_1 - z_2)$  ile yeni oluşum oluşturulur.  $z_j$  ve  $z_s$ 'den i'inci koordinat veya  $z_s$ 'den j'nin başka bir koordinatı  $\rho$  olasılığı ile seçilerek yeni bir  $z_{new}$  noktası oluşturulur. Daha sonra,  $h(z_{new})$ 'nin fonksiyonu  $h(z_j)$ 'nin fonksiyonundan küçükse,  $z_{new}$   $z_j$  ile değişir [33]. DE algoritması; hiçbir global optimum bulmayı garanti etmese de, *CrossProbability (P)*, *InitialPoints*, *PenaltyFunction*, *PostProcess*, *RandomSeed*, *ScalingFactor*, *SearchPoints* ve *Tolerance* gibi belirli ayar seçeneklerinden oluşur. Algoritmanın süreç akış şeması Şekil 2.9 'da gösterilmektedir.



Şekil 2.9: DE algoritması akış şeması [39]

Önceki arama algoritmalarında yapıldığı gibi, DE algoritmasının global minimumu bulma kapasitesini değerlendirmek için Ackley ve Holder Tablo 1 test fonksiyonları kullanılmıştır. “ $f(x,x2)$ ” olarak tanımlanan Ackley fonksiyonu için DE metodu tarafından varsayılan ayar parametre değerleri kullanılarak elde edilen sonuç global optimumdur.

```

In[1]:= f[x1_,x2_]:= -20Exp[(-0.02Sqrt[0.5(x1^2+x2^2)])]-
        Exp[(0.5(Cos[2Pix1]+Cos[2Pix2]))]+20+Exp[1];
In[3]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35}, {x1,x2}, Method->"
        DifferentialEvolution"]
Out[3]= {2.2587*10^-9, {x1 -> -1.63413*10^-9, x2 -> -7.81672*10^-9}}

```

*ScalingFactor*'ı varsayılan değer olan 0,6'dan 0.7'ye değiştirmek, global optimum dikkate alındığında daha iyi sonuçlar elde edilmesini sağladı.

```

In[5]:= NMinimize[{f[x1,x2], -35≤x1≤35, -35≤x2≤35}, {x1,x2}, Method-
        >{"DifferentialEvolution", "ScalingFactor"-> 0.7}]
Out[5]= {3.74914*10^-10, {x1 -> 8.68579*10^-10, x2 -> -1.00129*10^-9}}

```

Burada *ScalingFactor*, *RandomSeed*, *CrossProbabilty* veya *SearchPoints* algoritma ayar seçeneklerinin değiştirilmesi daha iyi bir global optimum sağlamadı. Bu nedenle algoritma tarafından belirlenen varsayılan değerlerde sabit tutuldular.

Diğer test fonksiyonu Holder Table 1 için DE varsayılan ayar parametre değerlerini kullanarak global optimuma kolay bir şekilde ulaşabilmiştir.

```
In[10]:= NMinimize[{f[x1,x2], -10≤x1≤10, -10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
>"DifferentialEvolution"]

Out[10]= {-26.9203, {[x1 -> 9.64617, x2 -> -9.64617]}}
```

## 2.4.5 Nelder Mead Algoritması (NM)

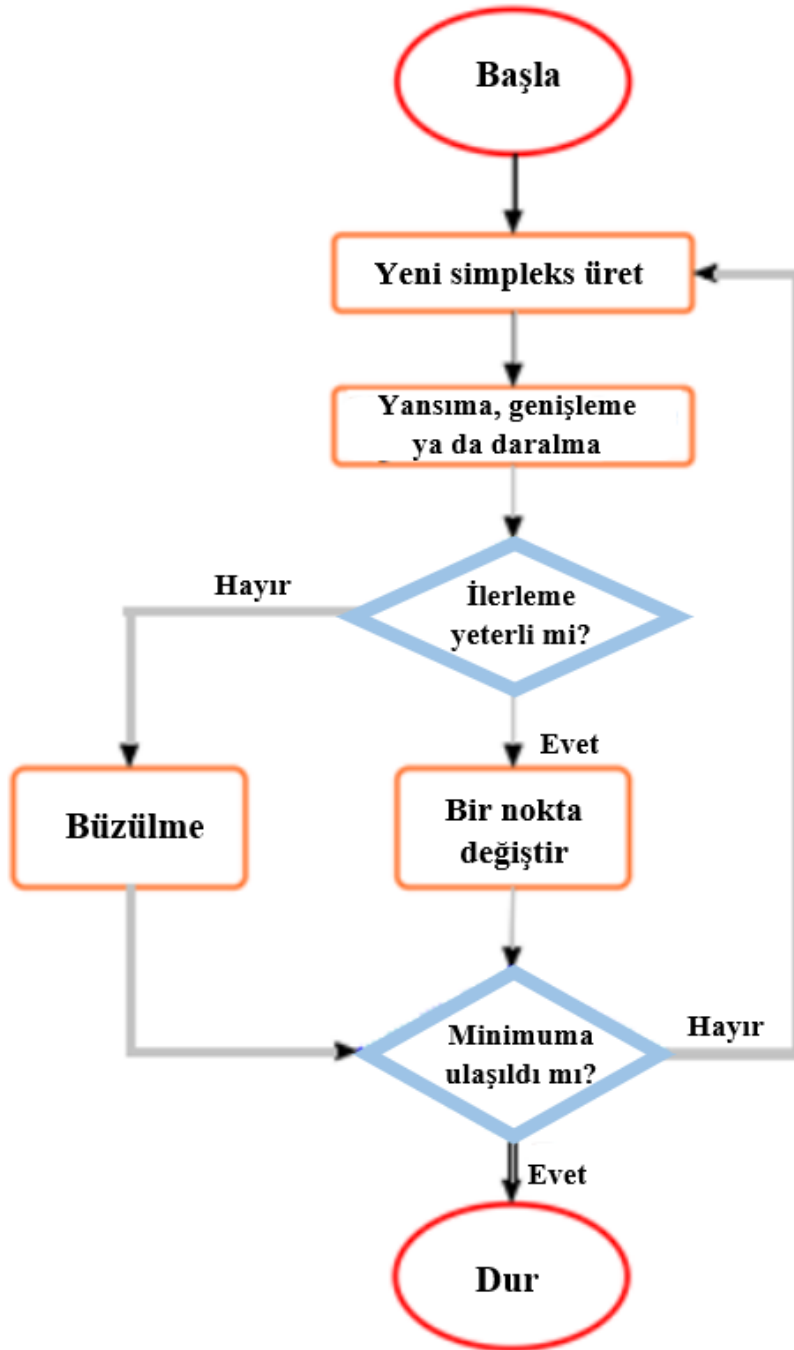
NM algoritması veya Simplex, diğer geleneksel yerel arama algoritmaları arasında türevsiz optimizasyon yöntemlerinden biridir. İlk olarak kısıtsız optimizasyon problemleri için tasarlanmıştır [39]. Doğrusal programlamada kullanılan Simpleks yöntemiyle karıştırılmamalıdır.

İterasyonlar  $m+1$  noktaları  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{m+1}$  şeklinde oluşturularak gerçekleştirilmiştir. Bu noktalar  $h(y_1) \leq h(y_2) \leq h(y_3) \leq \dots h(y_{m+1})$  şeklinde sıralanmış fonksiyonları oluşturur. Yeni noktadan sonra bir önceki en kötü nokta ile değiştirmek için  $y_{m+1}$  üretilir. Bir politop, bir nesnenin tüm noktalarının ortalama konumu olan ağırlık merkezi  $c = \sum_{i=1}^m y_i$  cinsinden tanımlanabilir. Burada bir deneme noktası ( $y_t$ ) tanımlanmalıdır. En kötü nokta merkeze kadar yansıtılarak üretilir,  $y_t = c + \alpha(c - y_{m+1})$  burada  $\alpha$  0'dan büyük bir parametredir. Bu kısımda, yeni noktanın yeni bir en kötü nokta veya yeni bir en iyi nokta olması gerekmez. Dolayısıyla  $h(y_1) \leq h(y_t) \leq h(y_m)$ ,  $y_t, y_{m+1}$  ile değiştirilir. Yeni bir noktanın bir önceki en iyi noktadan daha iyi olması, yansımanın başarıyla sağlandığı anlamına gelir. Ayrıca,  $y_e = c + \beta(y_t - r)$  ile devam edilebilir, burada  $\beta$ 'nin 1'den büyük olması politopu büyütmek için bir parametredir.  $h(y_e)$ ,  $h(y_t)$ 'den küçük olarak elde edilirse, genişleme işlemi gerçekleşmiş demektir. Böylece,  $y_e$  ile  $y_{m+1}$  değiştirilir. Alternatif olarak  $y_t, y_{m+1}$  olarak değiştirilir. Algoritma işlemi için bir başka kesin adım ise, eğer yeni  $y_t$  noktası ikinci en kötü noktaya,  $h(y_t) \leq h(y_m)$  kadar düşük performans gösteriyorsa, politopun çok büyük olduğu düşünülür ve daralması gerekir. Böylece aşağıdaki ifadeler kullanılarak yeni bir deneme noktası elde edilir [40].

$$y_c = \begin{cases} c + \gamma(y_{m+1} - c), & \text{if } h(y_t) \geq h(y_{m+1}) \\ c + \gamma(y_t - c), & \text{if } h(y_t) < h(y_{m+1}) \end{cases}$$

Burada  $\gamma$ , 0 ile 1 arasında değişen bir parametredir. Eğer daralma sağlanırsa,  $h(y_c)$ 'nin  $\min[h(y_{m+1}), h(y_t)]$ 'den küçük olduğu anlamına gelir. Tersine, başarılı bir daralma elde etmek için daha fazla işlem gerekir. NM, diğer algoritmalara benzer şekilde "Contract Ratio", "Expand Ratio", "Initial Points", "Penalty Function", "Post

*Process*", *Random Seed*", *Reflect Ratio*", *Shrink Ratio*" and *Tolerance*" gibi ayarlanabilir seçenek parametrelerine sahiptir. Bu algoritma, gerçek bir global optimizasyon yönteminin gerektirdiği tüm özellikleri sağlamasada, daha az lokal minimuma sahip problemler için iyi çalışma eğilimindedir. Algoritmanın süreç akış şeması Şekil 2.10 'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10: NM algoritması akış şeması

Önceki algoritmelerde olduğu gibi, NM, Ackley ve Holder Table 1 test fonksiyonları [33] kullanılarak global optimumu bulma performansı bakımından test edilmiştir. Ackley fonksiyonu kullanıldığı durumda elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir.

```
In[1]:= f[x1_,x2_]:=-20Exp[(-0.02Sqrt[0.5(x1^2+x2^2)])]-
      Exp[(0.5(Cos[2Pix1]+Cos[2Pix2]))]+20+Exp[1];
In[5]:= NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method->"NelderMead"]
Out[5]= {0.87404, {x1 -> -0.998405, x2 -> -2.99522}}
```

NM algoritması, Ackley fonksiyonu için ayar seçenek parametrelerinin varsayılan değerler olarak seçildiği durumda, RS ve SA algoritmaları tarafından bulunan çözümlere kıyasla daha iyi global optimumlar verirken; ayar seçenek parametrelerinin varsayılan değerler olarak seçildiği durumda, DE algoritmasının NM'ye göre daha iyi performans gösterdiği görülmektedir.

NM'nin kritik ayarlama parametrelerinden biri olarak adlandırılan *RandomSeed*, global minimuma ulaşma performansını doğrudan etkileyebilir.

```
In[6]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
      >{"NelderMead", "RandomSeed"->i}]],{i,5}]
Out[6]= {0.557056, {x1->8.15872*10^-25, x2->-1.99487}}
      {0.280127, {x1->0.9948, x2->-6.32493*10^-9}}
      {7.12481, {x1->-20.9977, x2->-22.9975}}
      {2.32486*10^-10, {x1->4.63269*10^-10, x2->-6.78982*10^-10}}
      {1.3908, {x1->-4.99519, x2->-0.999038}}
```

*RandomSeed* parametresinin değerinin ayarlanması, varsayılan ayar ile gerçekleştirilen denemeye kıyasla  $2.32486 \cdot 10^{-10}$  gibi daha iyi bir minimum değer elde edilmesini sağladı. Bu algoritma; "*Shrink Ratio*", "*Contract Ratio*", ve "*Reflect Ratio*" gibi sonuçlar üzerinde etkili olabilecek ayar seçenek parametrelerine sahiptir. Ancak bu parametrelerdeki ayarlamalar ile aşağıda belirtildiği gibi Ackley fonksiyonunda global minimum elde edilemedi.

```
In[7]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-35≤x1≤35,-35≤x2≤35},{x1,x2},Method-
      >{"NelderMead", "ShrinkRatio"->0.95,"ContractRatio"-
      >0.95,"ReflectRatio"->2,"RandomSeed"->i}]],{i,4}]
```

```
Out[7]= {0.39531,{x1->-0.996345,x2->-0.996345}}
        {0.783523,{x1->-1.99642,x2->1.99642}}
        {7.37952,{x1->-5.99939,x2->-31.9967}}
        {0.39531,{x1->-0.996345,x2->0.996345}}
```

Bir diğer test fonksiyonu Holder Table 1, *NMinimize* komutu ve NelderMead algoritması kullanılarak minimize edildi. Algoritmanın varsayılan ayar seçenek parametreleri kullanılarak global optimum sonuç -26.9203 elde edildi.

```
In[12]:= NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
            >"NelderMead"]
Out[12]= {-26.9203,{x1 -> 9.64617, x2 -> 9.64617}}
```

Önceki test fonksiyonu Ackley için uygulandığı gibi, öncelikle *RandomSeed* parametresi global minimumu bulmak için ayarlandı.

```
In[13]:= Do[Print[NMinimize[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
            >{"NelderMead", "RandomSeed"->i}]],{i,5}]
Out[13]= {-26.9203,{x1->-9.64617,x2->-9.64617}}
        {-9.13635,{x1->3.24199,x2->-9.71802}}
        {-26.9203,{x1->9.64617,x2->-9.64617}}
        {-7.76664,{x1->2.08542*10^-8,x2->9.73295}}
        {-7.76664,{x1->-7.64705*10^-9,x2->-9.73295}}
```

*RandomSeed* parametresi bazı değerlerinde global minimuma ulaşmayı sağlarken, bazı değerleri için optimum sonuç verememiştir.

## 2.4.6 FindMinimum

*FindMinimum* komutu kısıtsız ve kısıtlı optimizasyon problemlerinde lokal minimumları bulmak için kullanılır [33].

*FindMinimum* komutunun sonuç bulmasında etkili seçenek parametreleri *Method*, *MaxIterations*, *WorkingPrecision*, *PrecisionGoal* ve *AccuracyGoal*'dir.

*Method* seçeneği, *FindMinimum* komutunun hangi yöntemi kullanarak çözüme ulaşacağını seçmesini sağlar. Kısıtsız optimizasyon problemlerinde *FindMinimum*

komutu ile çözüm elde edilmek istendiğinde kullanılabilecek birçok farklı metot vardır. Bunlardan; (i) Newton, Hessian veya sonlu fark yaklaşımını kullanır, (ii) QuasiNewton, geçmiş adımlara dayalı güncellemelerden oluşan yarı-Newton BFGS yaklaşımını kullanır, (iii) sönümlenmiş en küçük kareler (DLS) olarak da bilinen Levenberg Marquardt yöntemi, doğrusal olmayan en küçük kareler problemlerini çözmek için kullanılır, (iv) Conjugate Gradient yöntemi doğrusal sistemleri çözmek için uygundur, (v) Principal Axis yöntemi türev gerektirmez ve her değişkende iki başlangıç koşulu gerektirir. Kısıtlı optimizasyon problemlerinde metot olarak sadece *InteriorPoint* seçilebilir.

*MaxIterations* seçeneği, kullanılması gereken maksimum iterasyon sayısını gösterir. Kısıtlı optimizasyon problemlerinde varsayılan olarak "*MaxIterations*"->500 seçilir.

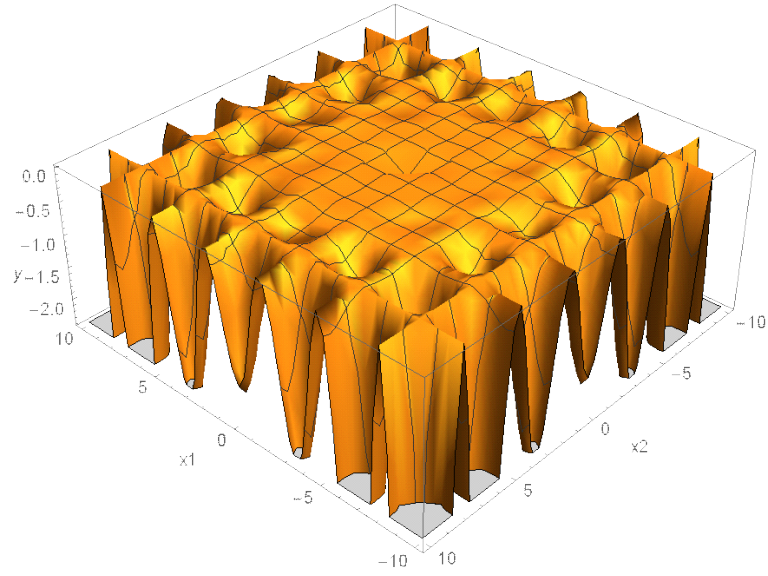
*WorkingPrecision*, *PrecisionGoal* ve *AccuracyGoal* çözümde sağlanması gereken basamak sayısını belirten seçeneklerdir. *WorkingPrecision* çözüme ulaşma aşamasında ara adımlardaki hesaplamaları kontrol ederken, *PrecisionGoal* nihai sonucu kontrol eder. Varsayılan ayarlamalarda "*WorkingPrecision*"→*prec*, *MachinePrecision*'a eşittir, ancak *prec*>*MachinePrecision* ise, hesaplama sırasında sabit bir *prec* değeri kullanılır. *AccuracyGoal* ve *PrecisionGoal* seçenekleri Automatic olarak seçildiğinde, varsayılan değerler sırasıyla *WorkingPrecision*/3 ve *Infinity* olarak ayarlanır [33].

Birçok yerel minimuma sahip Carrom tablo fonksiyonu test fonksiyonu olarak alınmış ve *FindMinimum* komutu ve seçeneklerinin yerel minimumları bulmadaki etkisi incelenmiştir [35].

```
In[1]:= f[x1_,x2_] := -(Cos[x1]Cos[x2]Exp[Abs[1-((x1^2+x2^2)^0.5)/Pi]])^2/ 30;
In[2]:= Plot3D[f[x1,x2],{x1,-10,10},{x2,-10,10},AxesLabel->{x1,x2,y}]
In[3]:= FindMinimum[{f[x1,x2],-10<=x1<=10,-10<=x2<=10},{x1,x2}]
Out[3]= {-24.1568,{x1->9.64617,x2->9.64617}}

In[4]:= FindMinimum[{f[x1,x2],-10<=x1<=10,-10<=x2<=10},{x1,x2},Method-
>"InteriorPoint"]
Out[4]= {-0.246302,{x1 -> -1.22418*10^-14,x2 -> -1.29143*10^-14}}
```





Şekil 2.11: Carrom Tablo test fonksiyonu 3B gösterim

Şekil 2.11’de Carrom Tablo test fonksiyonu’nun 3B gösterimi verilmiştir.

```
In[5]:= Do[Print[FindMinimum[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-10≤x2≤10},{x1,x2},Method-
>"InteriorPoint", "MaxIterations"-
>i]],{i,{1,10,100,500,1000,2000,4000,8000}}]
{-0.0105322,{x1->0.969586,x2->0.969586}}
{-0.246302,{x1->-8.74067*10^-8,x2->-8.74067*10^-8}}
{-0.246302,{x1->-8.37899*10^-15,x2->-8.38925*10^-15}}
{-0.246302,{x1->-1.22418*10^-14,x2->-1.29143*10^-14}}
{-0.246302,{x1->-1.22418*10^-14,x2->-1.29143*10^-14}}
{-0.246302,{x1->-1.22418*10^-14,x2->-1.29143*10^-14}}
{-0.246302,{x1->-1.22418*10^-14,x2->-1.29143*10^-14}}
{-0.246302,{x1->-1.22418*10^-14,x2->-1.29143*10^-14}}

In[6]:= Table[Print[FindMinimum[{f[x1,x2],-10≤x1≤10,-
10≤x2≤10},{x1,RandomReal[{-10,10}]},{x2,RandomReal[{-10,10}]},Method-
>"InteriorPoint"]],{10}]
{-0.0368271,{x1->0.000019185,x2->-3.44978}}
{-1.42781,{x1->6.50458,x2->-6.50458}}
{-6.7549,{x1->9.68366,x2->-6.45799}}
{-0.272117,{x1->3.63079*10^-7,x2->-6.59135}}
```

$\{-1.42781, \{x1 \rightarrow 6.50458, x2 \rightarrow -6.50458\}\}$   
 $\{-2.01069, \{x1 \rightarrow -1.67999 \cdot 10^{-7}, x2 \rightarrow 9.73295\}\}$   
 $\{-1.42781, \{x1 \rightarrow -6.50458, x2 \rightarrow -6.50458\}\}$   
 $\{-0.436543, \{x1 \rightarrow 6.56051, x2 \rightarrow 3.28309\}\}$   
 $\{-0.0843916, \{x1 \rightarrow -3.36299, x2 \rightarrow 3.36298\}\}$   
 $\{-2.78243, \{x1 \rightarrow -9.71802, x2 \rightarrow 3.24199\}\}$

## Bölüm 3

### Modelleme Çalışmaları

#### 3.1 Yapay Sinir Ağları Kullanılarak Çözülmüş Problemlerin Tekrar İncelenmesi ve Nöro Regresyon ile Çözümü

YSA matematiksel modelleme amacıyla sıklıkla kullanılan bir metottur. Literatürde, farklı bilimsel alanlarda yapılan çalışmalarda modelleme metodu olarak ön plana çıkan YSA, avantajları olduğu kadar dezavantajlara da sahiptir. Özellikle data satır sayısında hiçbir sınırlama olmaksızın tüm problemlerde modelleme amacıyla kullanılma arzusu bizi elde edilen sonuçlarla ilgili yanılgıya düşürebilir. Ayrıca, dataların belirli bir aralığa sıkıştırılarak işlenmesi ve sonrasında model oluşturulması, elde edilen sonuçların kullanılabilmesi için tekrar bir dönüşüme ihtiyaç duyulmasına sebep olur. YYY, Regresyon gibi metotlarla karşılaştırıldığında, YSA’de ortaya çıkan modeller hem daha karmaşık hem de tekrar bir dönüşüme ihtiyaç duyulmaktadır. Tezin bu bölümünde, YSA kullanılarak matematiksel modelleme gerçekleştirilmiş problemler tekrar incelenmiş ve model değerlendirme kriterlerini yüksek başarı ile sağlayan bu modellerin kullanılabilirliği farklı test yöntemleriyle sorgulanmıştır. Ayrıca, orijinal bir problemde, tez kapsamında yeni bir modelleme metodu olarak tanıtılan NRM ile YSA metotlarının modelleme performanslarının karşılaştırması yapılmıştır. Sonuçlar ve değerlendirmeler, YSA kullanılarak elde edilen matematiksel modellerin bazı sınırlamalara sahip olduğunu, modellerin yüksek tahmin performansının yanıltıcı olabileceğini göstermiştir.

## Problem 1

*Gajic, D., Savic-Gajic, I., Savic, I., Georgieva, O., & Di Gennaro, S. (2016).*

*Modelling of electrical energy consumption in an electric arc furnace using artificial neural networks. Energy, 108, 132-139 [13]*

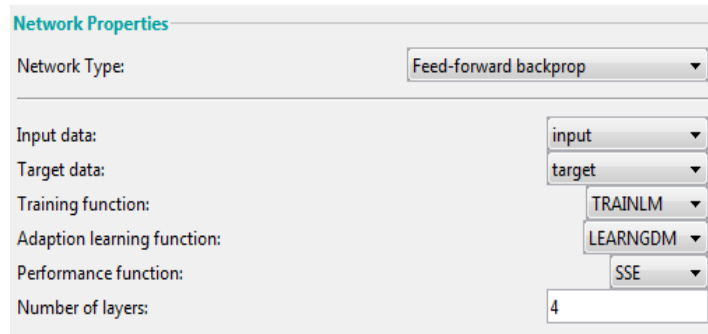
Referans çalışma kapsamında [13], demir çelik sektöründe elektrik ark ocaklarında ergitilmiş çeliğin kimyasal bileşiminin elektrik enerjisi tüketimi üzerindeki etkisi YSA kullanılarak modellenmiştir. Paslanmaz çeliğin kimyasal içeriğinde yer alan katkı maddeleri; karbon (C), krom (Cr), nikel (Ni), silikon (Si) ve demirin (Fe) yüzde ağırlık oranları birer dizayn parametresi olarak düşünülmüştür. 46 satırdan oluşan deney seti kullanılarak elektrik enerji tüketimini matematiksel olarak en iyi açıklayan YSA yapısı tespit edilmeye çalışılmıştır. Referans çalışmada modelleme de kullanılmak üzere oluşturulan data seti Tablo 3.1’de verilmiştir.

Tablo 3.1: Ark ocaklarında enerji tüketimini incelemek için oluşturulan data seti [13]

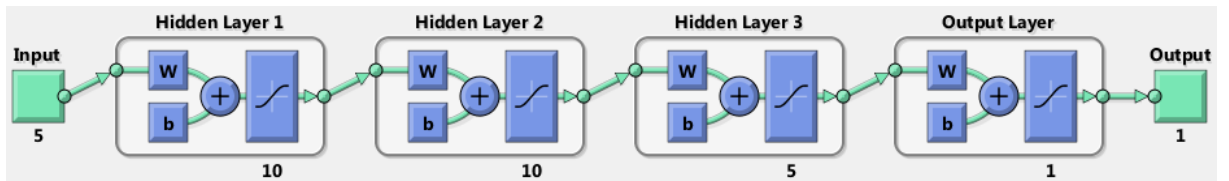
Deney	C (%)	Cr (%)	Ni (%)	Si (%)	Fe (%)	E (kWh/t)
1	1.12	17.46	7.97	0.28	73.17	483
2	1.15	19.56	8.58	0.24	70.47	484
3	1.02	17.32	8.49	0.35	72.82	432
4	1.02	17.1	7.24	0.12	74.53	452
5	1.55	19.75	8.76	0.2	69.75	455
6	1.26	19.62	8.85	0.15	70.14	503
7	1.21	18.31	8.26	0.3	71.94	419
8	1.18	15.8	9.45	0.25	73.33	443
9	1.43	18.93	8.14	0.09	71.42	521
10	1.21	16.75	7.71	0.18	74.15	567
11	1.24	17.54	7.06	0.13	74.04	527
12	1.44	16.77	7.65	0.54	73.6	436
13	1.24	15.15	9.89	0.47	73.26	529
14	0.8	15.3	8.11	0.32	75.47	462
15	1.32	18.25	9.21	0.31	70.91	601

16	1.34	19.07	8.74	0.25	70.6	592
17	1.46	19.8	7.71	0.18	70.87	572
18	1.35	18.39	8.17	0.35	71.75	570
19	1.33	18.65	5.83	0.22	73.97	585
20	1.65	18.41	7.42	0.24	72.29	557
21	1.3	18.23	7.68	0.22	72.58	510
22	1.54	18.82	9.22	0.19	70.24	504
23	0.84	16.57	7.49	0.05	75.06	483
24	1.47	20.12	7.8	0.14	70.48	533
25	0.93	16.11	8.11	0.06	74.8	447
26	1.12	18.52	8.54	0.12	71.7	547
27	1.05	16.59	7.72	0.47	74.18	445
28	1.31	17.57	8.6	0.68	71.85	458
29	0.93	15.59	7.77	0.06	75.65	482
30	1.29	19.73	7.45	0.03	71.51	524
31	1.26	20.23	9.38	0.05	69.09	477
32	1.33	20.5	8.11	0.03	70.03	509
33	1.17	19.55	7.49	0.04	71.76	548
34	1.42	19.04	7.38	0.09	72.08	542
35	1.42	17.13	7.21	0.37	73.88	426
36	1.35	18.28	8.25	0.2	71.93	543
37	1.47	18.84	7.97	0.32	71.41	567
38	1.27	18.88	7.61	0.15	72.1	571
39	1.38	17.87	7.67	0.22	72.87	564
40	1.12	14.83	7.38	0.35	76.34	473
41	1.2	16.87	7.69	0.16	74.08	564
42	1.62	19.45	7.04	0.32	71.57	675
43	1.07	16.7	7.57	0.12	74.55	521
44	1.4	18.79	8.04	0.16	71.61	482
45	1.36	19.78	7.89	0.07	70.91	534
46	1.38	19.3	8.32	0.2	70.81	475

Referans çalışmadaki YSA modelleme sonuçlarına göre 5-10-1 hiperbolik tanjant ağ yapısı kullanılarak çeliğin kimyasal bileşiminin elektrik enerjisi tüketimi üzerindeki etkisini modellemek mümkündür. Tezin bu bölümünde YSA ile ilgili incelenmek istenen durum, YSA'nın datayı iyi derece de fit etmenin yanında girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi ifade etmek için ortaya koyulan modellerin ne kadar stabil bir davranış gösterdiğini test etmektir. Böyle bir araştırma yapılmak istenmesinin sebebi literatürde YYY ile benzer şekilde YSA'nın hiçbir kısıt gözetilmeden tüm mühendislik problemlerinde kullanılmasına olan talep ve yatkınlıktır. Bu doğrultuda, referans çalışmada 5-10-1 hiperbolik tanjant ağ yapısının katsayıları belirli açık formda matematiksel modeli verilmediği için, Tablo 3.1'deki data seti kullanılarak Matlab içerisinde gömülü bulunan nntool YSA yaklaşımı yardımıyla matematiksel modelleme süreci tekrar gerçekleştirilmiştir.



(a)

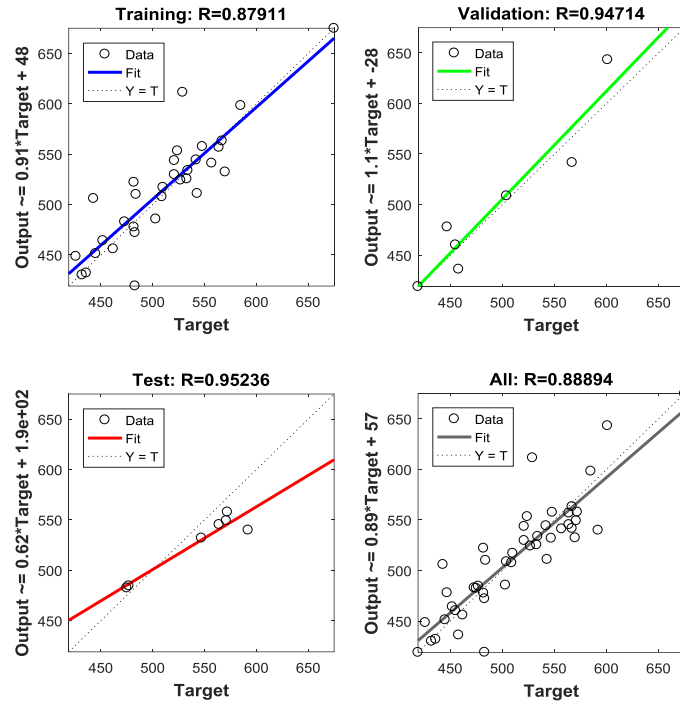


(b)

Şekil 3.1: Enerji tükeminin modellenmesi için önerilen yapay sinir ağı, (a) ağ özellikleri, (b) ağ yapısı

Gerçekleştirilen denemeler sonucunda 5-10-10-5-1 ağ yapısında hiperbolik tanjant aktivasyon fonksiyonu kullanılarak enerji tüketimi çıktısının modellenebileceği görülmüştür. Oluşturulan YSA yapısı ile ilgili bilgiler Şekil 3.1' de gösterilmiştir.

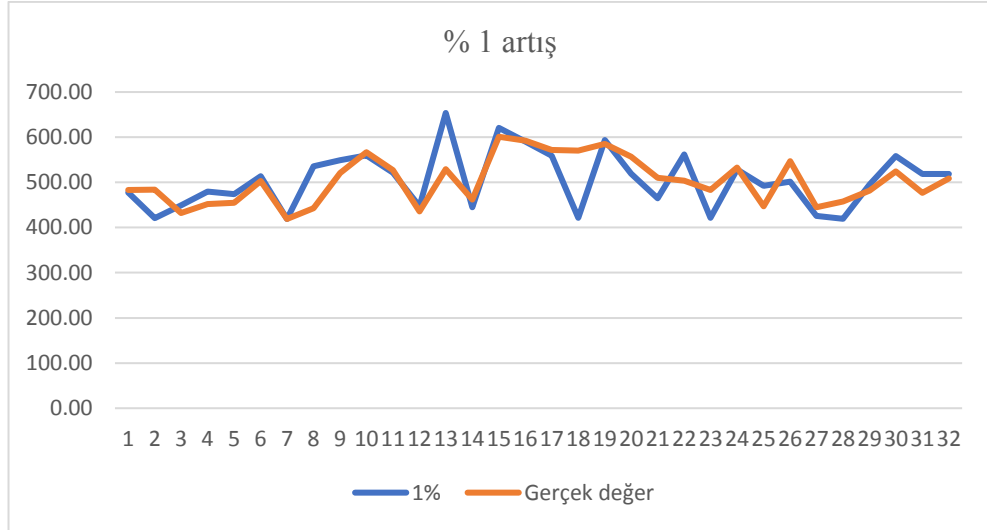
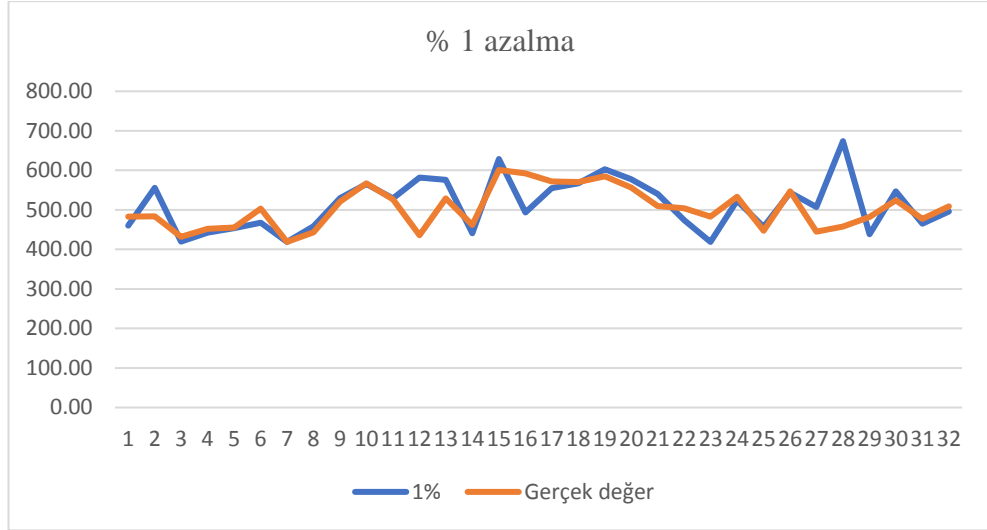
Matematiksel modelin eğitim, test ve doğrulama aşamalarındaki başarı durumu Şekil 3.2’de verilmiştir.



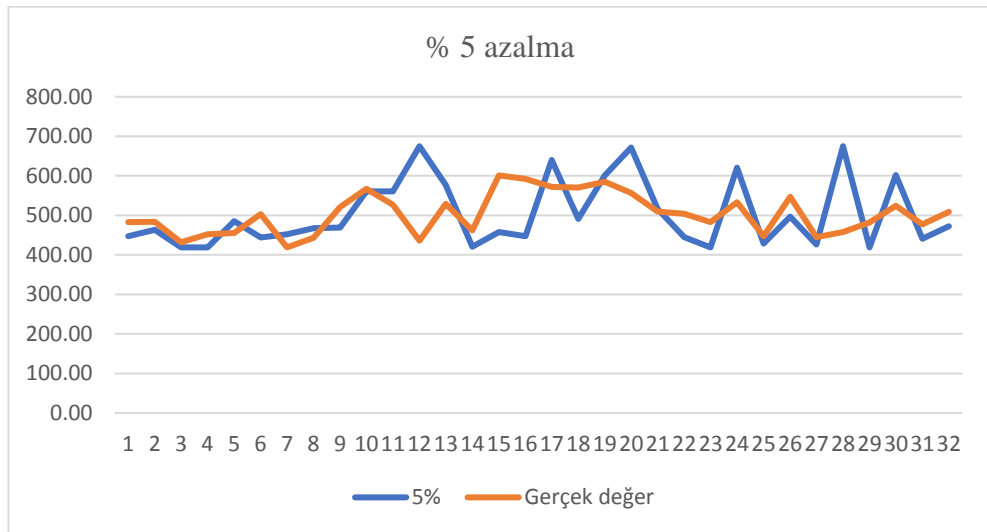
Şekil 3.2: YSA modelinin başarı değerlendirilmesi

Şekil 3.2’de verilen sonuçlarda YSA tarafından önerilen modelin değerlendirme kriterlerini başarıyla sağladığı görülmektedir. Referans çalışma ve literatürdeki diğer çalışmalardan farklı olarak burada YSA tarafından önerilen modelin kullanılabilirliğini test etme metodu olarak  $R^2$ ’ye bağlı model değerlendirme kriterlerine ek olarak stabilite testi incelenmiştir.

Stabilite testinde, problemde girdi parametresi olarak tanımlanan bağımsız değişkenlerin değerleri artırılıp azaltılır ve bu durumun çıktı parametresini nasıl değiştirdiği incelenir. Girdi parametresinin değerlerindeki değişimler çıktı parametresinde gerçekte tutarlı olmayacak değişimlere veya mühendislik bakımından anlamsız sonuçlara sebep oluyorsa modelin stabil olmadığı değerlendirilir.

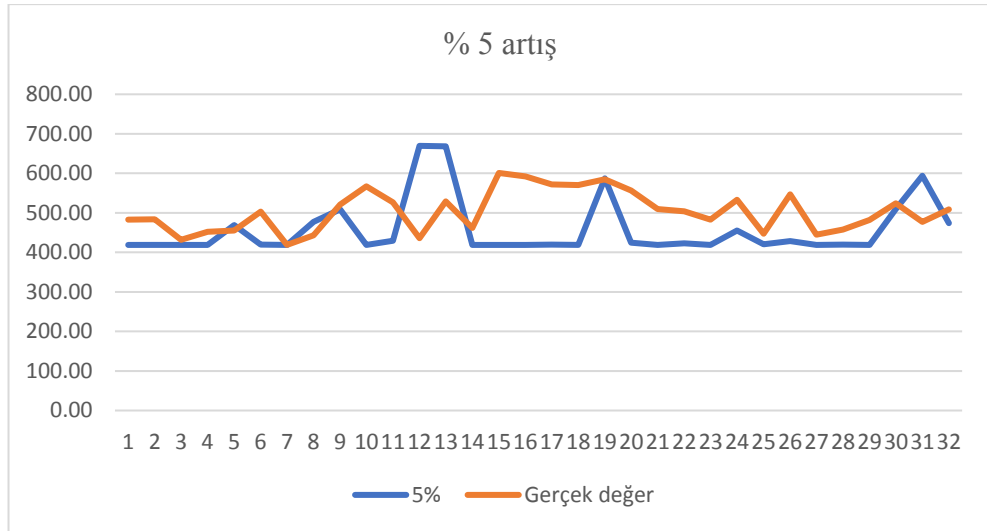


(a)

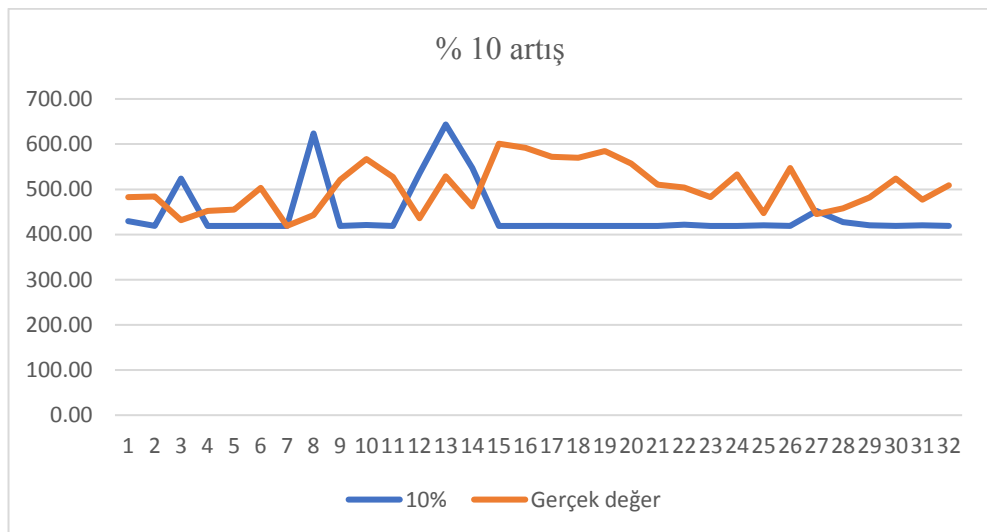
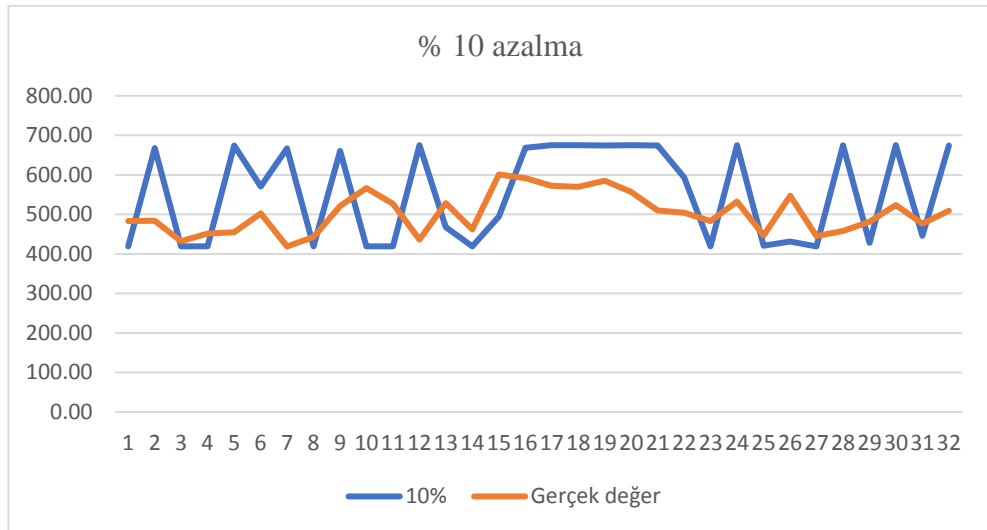


Şekil 3.3



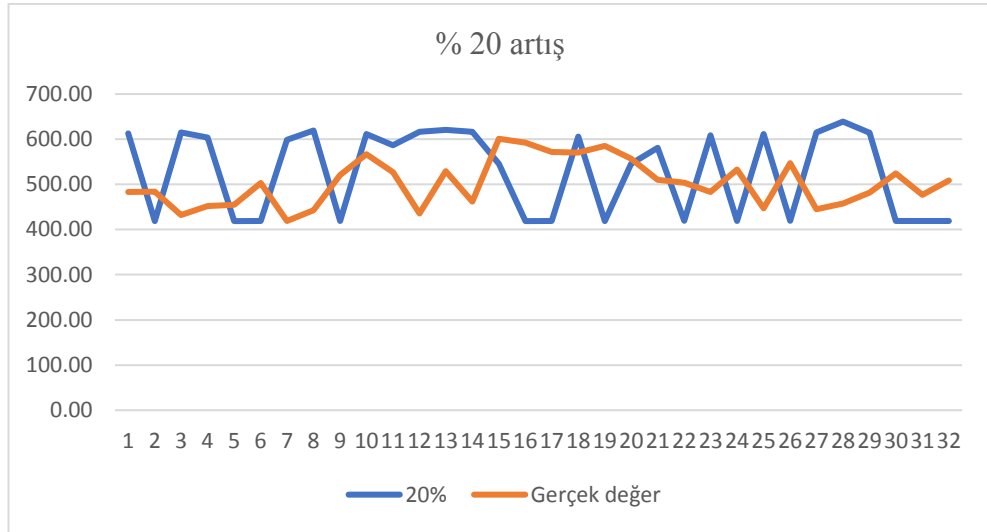
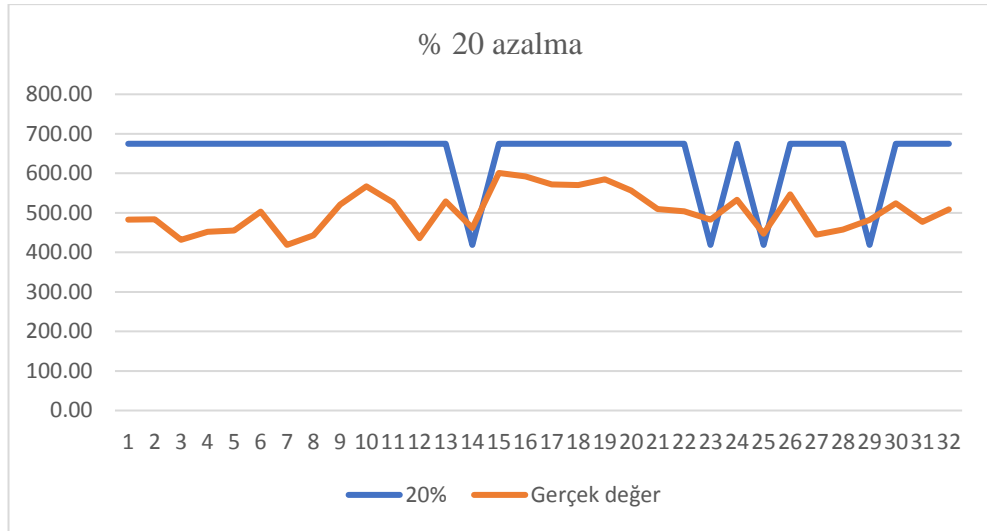


(b)

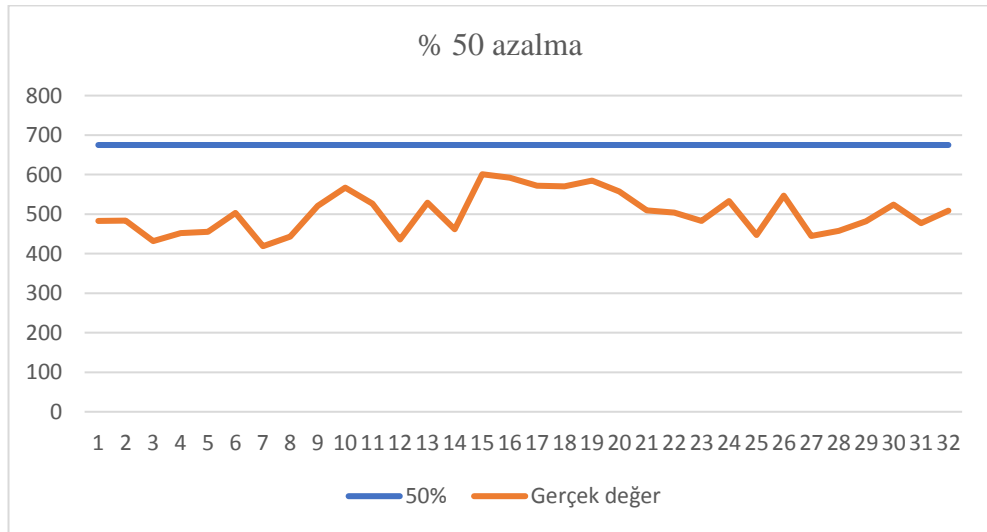


(c)

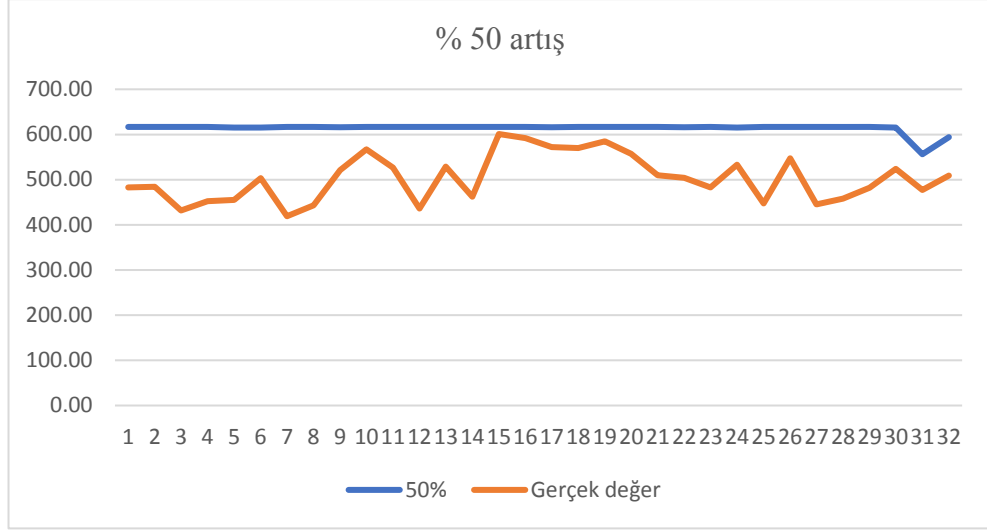
Şekil 3.3



(d)



Şekil 3.3



(e)

Şekil 3.3: Girdi parametrelerinin değerlerindeki artış ve azalış oranlarına bağlı olarak çıktı parametresinin aldığı değerlerin ve gerçek değerlerinin karşılaştırması, (a) %1 azalma-artış, (b) %5 azalma-artış, (c) %10 azalma-artış, (d) %20 azalma-artış, (e) %50 azalma-artış

Şekil 3.3' de girdi parametreleri sırasıyla %1, %5, %10, %20, %50 arttırılıp azaltıldığı durumda çıktı parametresinin buna bağlı aldığı değerler ve girdi parametrelerinde arttırım ve azaltım yapılmadığı durumda çıktı parametresinin gerçek değerleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Girdi parametrelerinde %1 seviyesindeki değişim ve buna bağlı olarak çıktı parametresinin aldığı değerler, çıktı parametresinin gerçek değerleri ile karşılaştırıldığında sonuçlarda birbirini takip eden bir tutarlılığın söz konusu olduğu görülmektedir. Benzer bir değerlendirmeyi, girdi parametrelerinin değerlerinde %5 azaltım yapıldığında da söylemek mümkündür. Ancak, girdi parametrelerinin değerleri %5 arttırıldığında, 14-18 ve 20-29 aralığındaki girdi data satırlarına karşılık gelen çıktı değerlerinin sabit kaldığı veya çok az bir değişim olduğu görülmektedir. Burada gerçek sonuçlar ile tutarlı olmayan bir durum söz konusudur.

Girdi parametrelerinin değerlerinde %10 seviyesinde bir arttırım durumunda, 15-32 aralığındaki girdi data satırlarına karşılık gelen çıktı değerlerinin sabit kaldığı görülmektedir. Bu, girdi parametrelerindeki değişimin sonuç üzerinde bir etki oluşturmadığı anlamına gelir. Yine bahsedilen daha önceki durumlar ile benzer olarak, bu sonuçların gerçek sonuçlar ile tutarlılık göstermediğini söyleyebiliriz. En çarpıcı

sonuç ise girdi parametrelerinin değerlerinde %50 değişim olduğu durumda, çıktı parametresinin hiç değişmeyen sabit bir değer alıyor olmasıdır. Bu sonuca göre paslanmaz çeliğin kimyasal içeriğinde yer alan katkı maddelerinin oranlarını değiştirmek, elektrik enerji tüketiminde bir değişime sebep olmamaktadır. Bu sonuç mühendislik açısından gerçek dışı bir değerlendirmedir. Dolayısıyla, bahsedilen sonuçlar doğrultusunda girdi parametrelerinin değerlerinin %5, %10, %20 ve %50 değişimi karşısında modelin gerçek ile tutarlı sonuçlar üretemediği ve stabilitesini koruyamadığını söylemek mümkün olur. Bu durum bir değerlendirme kriteri olarak gerçek ve tahmin edilen değerler arasındaki ilişkiyi gösteren  $R^2$ 'nin modelin kullanılabilirliğini test etmede tek başına yeterli olamayabileceğini, ayrıca, her problem ve data tipi için YSA ağ yapısı modellemede mutlaka kullanılabilir şeklinde bir yaklaşımın şiddetli bir şekilde sorgulanması gerektiğini göstermiştir.

## Problem 2

*Savran, M., & Aydin, L. (2018). Stochastic optimization of graphite-flax/epoxy hybrid laminated composite for maximum fundamental frequency and minimum cost. Engineering Structures, 174, 675-687.[34]*

Bu çalışmada, tabakalı kompozit plakalarda fiber açı diziliminin gerilme üzerindeki etkisi YSA kullanılarak modellenmiştir. Ele alınan tabakalı kompozit 16 tabakalı simetrik/balans keten-epoksi malzemeden oluşmaktadır. Tabaka fiber açıları dizayn parametresi, gerilme ise çıktı parametresi olarak seçilmiştir. Tabakalı kompozit plaka en/boy oranı=2 ( $a/b=2$ ), ve  $N_{xx}=100$  N/m ve  $M_{xx}=10$  Nm yüklere maruz kaldığı düşünülmüştür. Bu şartlar altında tabakalı kompozit gerilme davranışının modellenebilmesi için BBD deney tasarım metodu kullanılarak deney seti oluşturulmuştur.

Tablo 3.2: Dizayn parametresi olarak seçilen fiber açılarının seviye değerleri

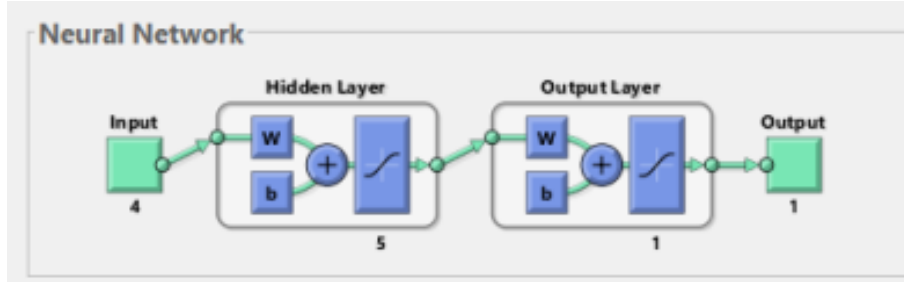
Dizayn parametreleri	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3
x1 (fiber açısı)	0	45	90
x2 (fiber açısı)	0	45	90
x3 (fiber açısı)	0	45	90
x4 (fiber açısı)	0	45	90

Dizayn seti oluştururken kullanılacak olan fiber açđ dizayn parametreleri ve onların alabileceği seviye değerleri Tablo 3.2’de sunulmuştur.

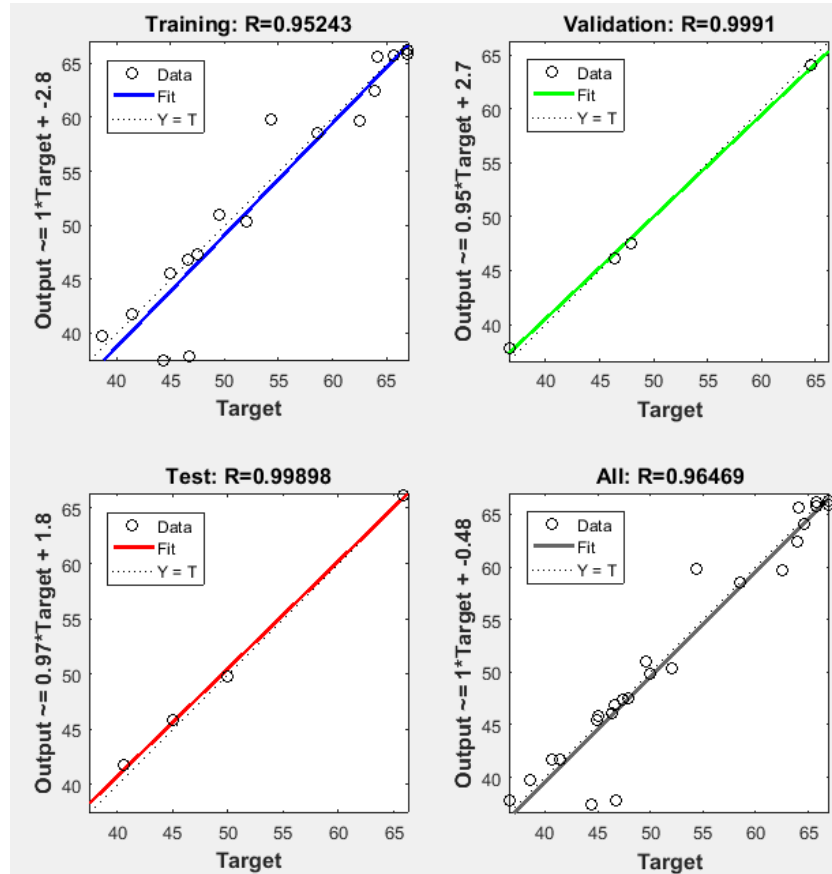
Tablo 3.3: BBD metodu kullanılarak elde edilen deney seti

x1	x2	x3	x4	Gerilme
45	0	0	45	54.32
45	0	90	45	63.9
90	0	45	45	66.99
0	45	45	90	65.72
0	45	0	45	58.54
90	45	45	90	38.64
0	45	90	45	65.81
90	45	0	45	47.86
45	90	0	45	46.36
45	45	90	90	46.8
45	90	90	45	52.1
45	0	45	0	62.54
90	90	45	45	40.65
45	0	45	90	64.14
90	45	45	0	36.59
45	45	0	0	44.99
45	45	0	90	46.65
45	45	45	45	45.1
90	45	90	45	41.46
45	45	90	0	44.37
0	90	45	45	66.94
45	90	45	0	47.44
45	90	45	90	50.01
0	45	45	0	64.54
0	0	45	45	49.53

Tablo 3.3’de verilen deney seti kullanılarak YSA’nın yukarıda tanımlanan tabakalı kompozit malzemelerde gerilme problemini modellemede gösterdiği performansın değerlendirilmesi amaçlanmaktadır. Bu doğrultuda, Matlab programında yer alan YSA araç kutusu kullanılarak yapay sinir ağı yapısı oluşturulmuştur.



(a)



(b)

Şekil 3.4: YSA modeli, (a) ağ yapısı, (b) model başarı değerlendirmesi

Şekil 3.4, tabakalı kompozit plakanın fiber açı oryantasyonuna bağlı gerilme davranışını modellemede önerilen ağ yapısını ve bu ağ yapısı kullanılarak elde edilen modelin başarı değerlendirme sonuçlarını göstermektedir. 4-5-1 YSA yapısı ve tanjant hiperbolik aktivasyon fonksiyonu gerilme çıktısını modellemede uygun ağ yapısı olarak ortaya konulmuştur. Bu ağ yapısının gerçek gerilme değerlerini tahmin etme performansı eğitim, test ve doğrulama model başarı değerlendirme süreçleri ile test edilmiştir. Şekil 3.4’de verilen sonuçlar, önerilen modelin tüm kriterleri başarıyla sağladığını göstermektedir.

Bu örnek problem dikkate alındığında, YSA bir modelleme yöntemi olarak oldukça başarılı gözükmemektedir. Literatürde de sıklıkla düşük data satır sayısına sahip mühendislik problemlerinde YSA’nın bir modelleme yöntemi olarak kullanıldığı görülmektedir. Burada tartışılmak istenen konu; YSA yaklaşımının birbirinden oldukça farklı alanlardaki problemlerin çözümünde bir modelleme yöntemi olarak kullanılmasının gerçekçi olup olmadığıdır. Bu sebeple, literatürde çok sık rastlanmayan ve modelleme ve optimizasyon metotları için oldukça zorlu bir problem tipi olan kompozit malzeme mekaniği alanından bir problem seçilmiştir. Böyle bir problem seçilmesinin bir başka sebebi, analitik çözüm kullanılarak sonuç elde etmenin mümkün olması ve farklı test dataları üretilerek önerilen modelin başarısının sorgulanabilmesidir.

Daha önce yapılan değerlendirmede, YSA tarafından önerilen modelin gerçek değerleri tahmin etme konusunda eğitim, test ve doğrulama aşamalarında oldukça başarılı olduğu görülmüştü. Modelin başarısının gerçekçi ve tutarlı olup olmadığını anlayabilmek için ekstra test dataları üretilip YSA tarafından önerilen modelin analitik formül kullanılarak bulunan gerçek değerleri tahmin etme performansı ölçülmüştür. Test için kullanılan üretilmiş rastgele deney seti Tablo 3.4’de verilmiştir.

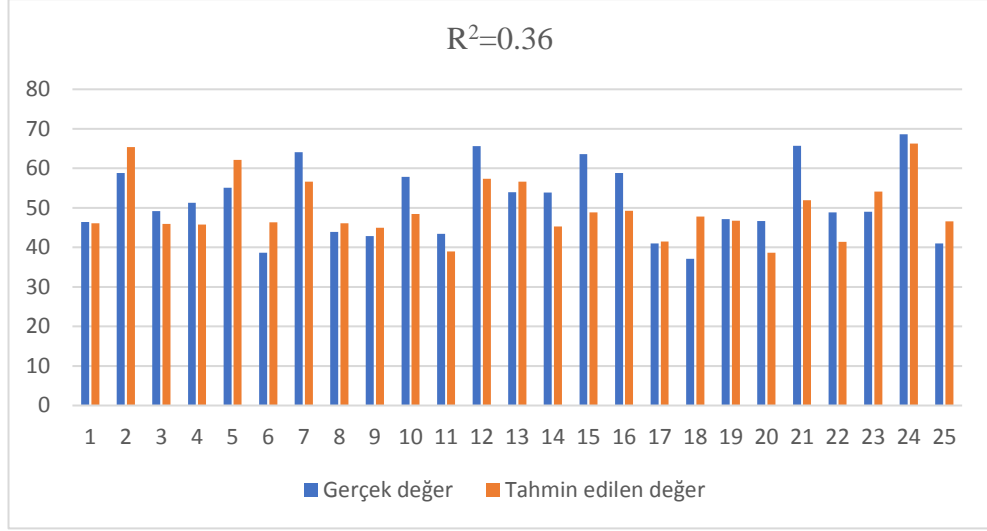
Tablo 3.4’de verilen test data seti YSA’da simüle edilerek analitik formül tarafından elde edilen gerçek sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Şekil 3.5, YSA tarafından önerilen modelin tahmin sonuçlarını ve analitik formül kullanılarak elde edilen gerçek sonuçları göstermektedir. Sonuçlar incelendiğinde, gerçek değerler ile tahmin edilenler arasında dikkate değer bir fark olduğu görülmektedir. Model başarısı değerlendirme kriteri  $R^2$ ’nin 0.36 olarak bulunmuş olması, modelin daha önce

bahsedilen eğitim, test ve doğrulama aşamalarında sahip olduğu yüksek başarı performansının yanıltıcı olduğunu göstermektedir.

Tablo 3.4: YSA modelini test etmek için rastgele üretilen data seti

x1	x2	x3	x4
54	86	57	17
79	2	16	13
88	36	63	80
65	74	8	40
71	12	5	40
62	87	35	28
46	7	80	66
57	78	16	10
55	38	43	24
80	25	52	56
82	81	59	56
8	43	35	58
64	14	7	23
45	75	76	51
65	19	73	41
13	27	67	33
88	84	45	75
49	36	17	85
73	51	12	73
69	41	84	87
13	47	47	1
37	22	74	33
27	10	36	85
0	65	76	59
82	46	18	68





Şekil 3.5: YSA modeli tarafından tahmin edilen sonuçlar ile gerçek sonuçların karşılaştırılması

Bu sonuçlar, literatürde YSA kullanılarak gerçekleştirilen modellemeye duyulan yüksek güvenin ve bir modelleme yöntemi olarak YSA'nın tekrar sorgulanması gerektiğini göstermektedir. YSA, istatistiksel bir sürece dayanmayan bir metot olması ve modelleme için YYY, regresyon gibi metotlarla karşılaştırıldığında çok daha yüksek data sayısına ihtiyaç duyması sebebiyle çalışma alanı farkı gözetmeksizin her problem ve data tipinde kullanılabilecek bir modelleme metodu değildir. Birçok çalışmada data ile ilgili herhangi bir kriter gözetilmeksizin YSA kullanılarak modelleme girişiminde bulunulması, modelin tahmin performansı oldukça iyi olsa bile, kısıtlı data sayısı veya uygun olmayan data tipi sebebiyle yanıltıcı sonuçlar elde edilmesine neden olabilir. Bu çalışma kapsamında, YSA ile modellemede karşılaşılabilecek potansiyel sorunlar ön plana çıkarılmaya çalışılmıştır. Böylece, YSA kullanımı ile ilgili bir farkındalığın oluşabileceği düşünülmektedir.

### Problem 3

*Mathematical Modeling and Optimum Design of Zinc Oxide Nanostructures Modified Carbon Fiber Reinforced Polymethylmethacrylate-based Bone Cement Composite Using Machine Learning Methods*

Bu çalışmada medikal alanda kullanılan polimetilmetakrilat (PMMA) kemik çimentosunun mekanik özelliklerini geliştirmede karbon fiber (CF), çinko (Zn) kaplı

karbon fiber (CF/Zn) ve nano yapılı çinko oksit (ZnO) kaplı CF kullanımının etkisi YSA ve bu tez çalışması kapsamında bir modelleme metodu olarak tanıtılan NRM ile modellenmesi amaçlanmıştır. Bu aşamada basma yükü altında numunelerin Elastisite modülü, dayanım ve gerinme davranışları matematiksel modeller yardımıyla tahmin edilmeye çalışılmıştır. Belirtilen mekanik özellikleri etkileyen tasarım değişkenleri; malzeme tipi ( $x_1$ ) ve malzeme oranıdır ( $x_2$ ). Burada CF, CF/Zn ve CF/ZnO malzeme tipleri birinci tasarım parametresi ( $x_1$ ) ile ilişkiliyken, bu malzeme tiplerinin PMMA kemik çimentosu içerisine eklenme oranları ikinci tasarım parametresi ( $x_2$ ) ile ilişkilidir. Ayrıca bu çalışma kapsamında önerilen yeni bir modelleme yöntemi olan NRM yaklaşımı YSA modelleme yöntemi ile karşılaştırılarak bu iki yaklaşımın avantaj ve dezavantajları incelenmiştir.

Tablo 3.5: PMMA kemik çimentosu için basma yükü altında elde edilen modül, dayanım ve uzama değerleri

Malzeme	Malzeme kaplama oranı (%)	Basma Yükü		
		Modül (MPa)	Dayanım (MPa)	Gerinme (%)
PMMA	0	649.48	35.60	32.90
	0.1	811.08	35.13	33.82
	0.25	947.05	71.15	42.76
	0.5	1007.79	74.48	28.85
	1	1054.27	74.75	21.83
PMMA-CF	0.1	609.69	47.24	28.60
	0.25	548.75	41.54	16.65
	0.5	935.93	67.58	31.74
	1	472.52	40.80	4.24
	0.1	604.93	23.34	22.68
PMMA-CF/Zn	0.25	785.92	64.11	33.24
	0.5	1001.74	65.16	24.44
	1	834.70	87.45	3.55
PMMA-CF/ZnO				

Tablo 3.5’de saf haldeki ve farklı oranlarda katkı maddeleri eklenmiş PMMA kemik çimentosu için basma yükü altında modül, dayanım ve gerinme davranışı ile ilgili elde edilen sonuçlar verilmiştir.

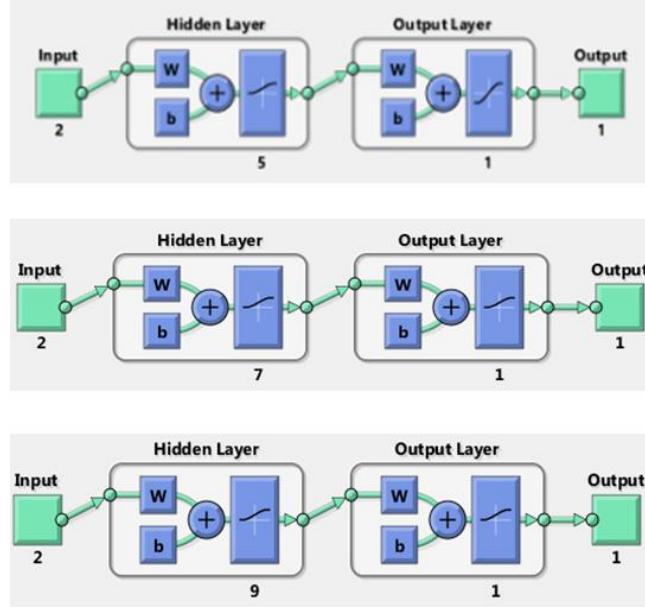
Deneysel sonuçlar incelendiğinde en yüksek modül, dayanım ve en düşük gerinim değerlerinin sırasıyla 1054.27 MPa, 87.45 MPa ve %3.55 olarak elde edildiği görülmektedir. Bu nedenle, deneysel sonuçlara göre, en yüksek modül, dayanım ve en düşük gerinim için önerilen malzeme türleri ve oranları sırasıyla %1 CF içeren PMMA-CF ve %1 CF/ZnO içeren PMMA-CF/ZnO'dur.

Tablo 3.6: YSA ağ yapısı ve model başarı değerlendirme

Sl. No	YSA mimarisi	R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğrulama
1	2-5-1 (logsig)	0	0	0
2	2-7-1(logsig)	0.051	0	0
3	2-9-1 (logsig)	0.71	1	1
4	2-5-1(tansig)	0.99	1	1
5	2-7-1 (tansig)	0.76	-1	1
6	2-9-1 (tansig)	0.75	-1	1

Tablo 3.6, basma yükü altında kemik çimentosunun basma modülü ile ilgili davranışını modellemede önerilen YSA ağ yapılarını ve bu ağ yapılarının gerçek değerleri tahmin etme performansını gösteren R<sup>2</sup> sonuçlarını içerir. Kemik çimentosunun basma modülü davranışını tahmin etmek için lojistik-sigmoid (logsig) ve Tanjant-sigmoid (tansig) aktivasyon fonksiyonları kullanılmıştır. Nöron sayısı ve aktivasyon fonksiyonunun etkisini araştırmak için gizli katman sayısı sabit tutulmuştur. Test edilen ağ yapılarından tansig aktivasyon fonksiyonu ve 2-5-1 YSA mimarisi kullanıldığında gerçekleşen ve tahmin edilen değerlerin birbiriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

Şekil 3.6, basma modülünün matematiksel modellenmesinde önerilen YSA ağ yapılarını göstermektedir. Burada ilk ve son katmanlar giriş ve çıkış parametreleri ile ilişkilidir ve değerleri sırasıyla 2 ve 1 olarak sabittir. Gizli katmandaki nöron sayısı 5, 7 ve 9 olarak seçildiğinde YSA ağ yapıları aşağıda verilmiştir.

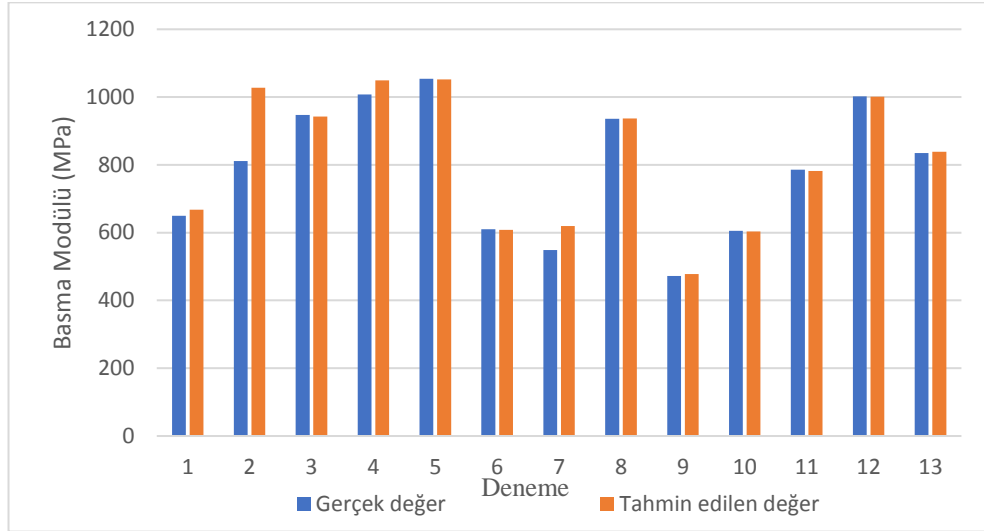


Şekil 3.6: Basma modülünün modellenmesi için önerilen YSA ağ yapısı

Şekil 3.7, basma modülünün gerçek ve tahmin edilen sonuçlarını göstermektedir. İkinci deney sonucunun tahmini dışında, tüm YSA tahminleri gerçek sonuçlarla tutarlıdır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, kemik çimentosunun basma modülünün YSA kullanarak modellenmesinde, uygun bir model ararken karşılaştığımız sonuca etki eden çok sayıdaki kararsız YSA işlem faktörü nedeniyle sistematik ilerleme sağlamanın zor olmasıdır. Nöron ve gizli katman sayısı, aktivasyon fonksiyonları, öğrenme fonksiyonları, eğitim fonksiyonları, iterasyon sayısı ve ağ tipi tahmin edilen sonucu doğrudan etki eden YSA işlem faktörleridir. Güvenilir sonuçlar elde etmek için tüm bu parametreler ve etkileri sistematik olarak çalışılmalıdır. Bu durum YSA kullanılarak matematiksel modelleme gerçekleştirilmek istendiğinde karşılaşılan önemli bir zorluktur.

YSA'da model oluşturma aşamasında kullanılan aktivasyon fonksiyonları -1 ile 1 arasında değerler ürettiğinden, elde edilen sonuçlara karşılık gelen gerçek değerler ancak sonuçların ekstra bir formül kullanılarak yeniden ölçeklendirilmesiyle bulunabilir. Başka bir deyişle, YSA kullanılarak ekstra bir dönüşüm gerektirmeyen her zaman geçerli genel bir model sunmak mümkün olmayabilir. Bu bağlamda, tez çalışması kapsamında, YSA'da ortaya çıkan sorunların üstesinden gelmek için regresyon ve YSA içeren hibrit NRM yaklaşımı önerilmiştir. Tablo 3.5'de verilen basma yükü altında PMMA bazlı kemik çimentosu için elde edilen modül değerleri

YSA ve bu çalışmada önerilen NRM yaklaşımı kullanılarak modellenmiş ve sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.7: YSA kullanılarak elde edilen tahmin değerleri ve gerçek basma modülü değerlerinin karşılaştırılması

Tablo 3.7, kemik çimentosu basma modülünün matematiksel modellenmesinde NRM tarafından önerilen modelleri ve bu modellerin başarı değerlendirmesi ile ilgili olan  $R^2$  kriteri, basma modülünün alabileceği maksimum ve minimum değerlerini göstermektedir. Bu bağlamda, çalışmada polinom, rasyonel, üstel ve trigonometrik modeller ele alınmış ve en iyi olanların sonuçları burada verilmiştir. Tüm modellerin, eğitim aşamasında  $R^2$  değerleri dikkate alındığında genel olarak yüksek bir tahmin oranı olan 0.9'un üzerinde sonuçlar verdiği görülmektedir. Ancak eğitim aşamasında başarı kriterini sağlayan modellerin performansları daha önce hiç karşılaşmadıkları test verileri kullanılarak ölçüldüğünde, tüm modellerin aynı düzeyde başarılı olmadığı görülmüştür. Üçüncü ve dördüncü dereceden polinom ve birinci dereceden trigonometrik modeller, eğitim ve test aşamalarında  $R^2$  değerleri 0.9'un üzerinde olan modeller olarak öne çıkmaktadır. Üç model arasından daha iyi olanı seçmek için başka bir değerlendirme kriteri olan sınırlılık kontrolünü dikkate almak faydalı olacaktır. Bu değerlendirme kriteri, kemik çimentosu için modellerin bulduğu maksimum ve minimum basma modülü değerlerinin mühendislik ve gerçek hayatta uygulanabilirlik açısından makul olup olmadığını inceler. Diğer kriterleri başarıyla sağlayan üç modelin maksimum ve minimum modül değerleri deneysel sonuçlarla

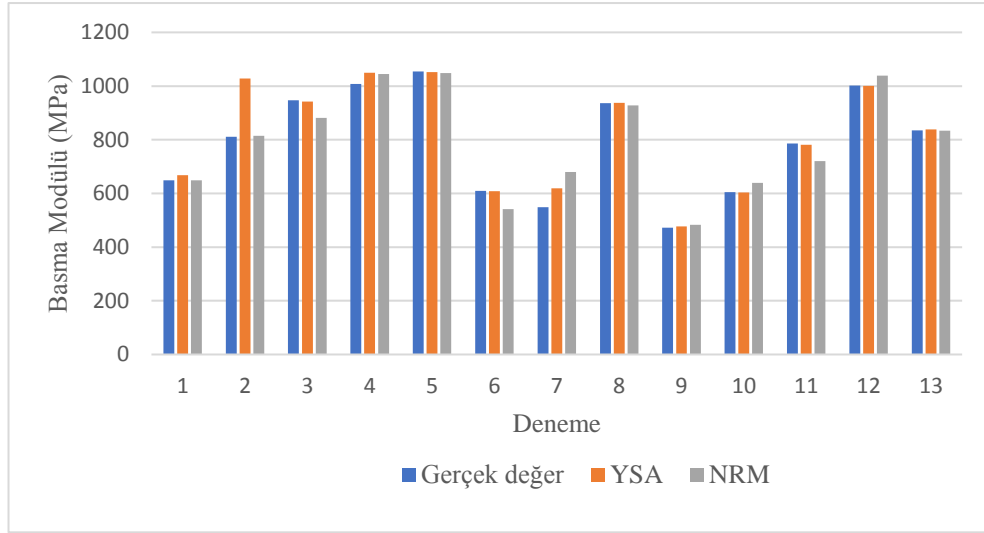
karşılaştırıldığında tüm modellerin uygulanabilirlik ve mühendislik açısından kabul edilebilir değerler ürettiği görülmektedir. Deneysel sonuçlara göre maksimum ve minimum modül değerleri 1054 MPa ve 472 MPa iken; Önerilen üç matematiksel modelin tahmin değerleri, maksimum modül için 1210-1262 MPa ve minimum modül için 483-528 MPa aralığında değişmektedir. Ancak iki tasarım parametresi, kullanılan malzeme ve ağırlık oranı dikkate alındığında, PMMA-CF malzemesinin CF ağırlık oranı %1 olduğunda deneysel sonuçlardaki maksimum basma modülü değerinin 1054 MPa olarak elde edildiği görülmektedir. Üçüncü dereceden polinom ve birinci dereceden trigonometrik modeller bu deneysel sonucu desteklemektedir ve PMMA-CF kemik çimentosu içerisinde CF'nin ağırlık oranının sırasıyla %0.76 ve %0.78 olarak belirlenmesini önermektedir.

Tablo 3.7: Basma modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

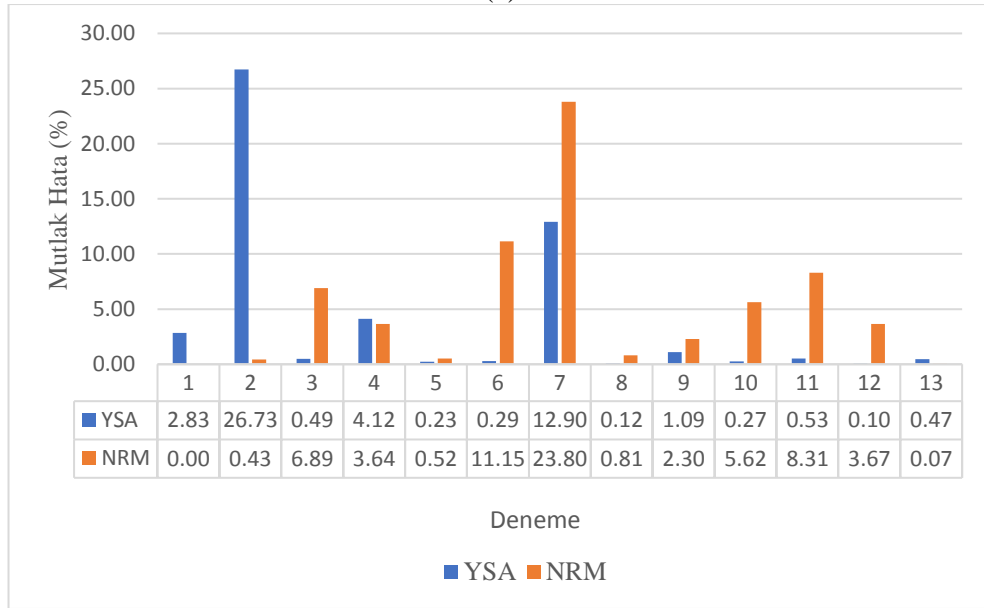
Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum Modül (MPa)		Minimum Modül (MPa)	
TOP_1	0.9	0.9	1262.72	$x_1:2, x_2:0.76$	528.28	$x_1:3, x_2:1$
TOP_2	1	-1.26	1076.66	$x_1:2, x_2:0.85$	472.52	$x_1:3, x_2:1$
FOP_1	0.99	0.005	1112.71	$x_1:4, x_2:0.71$	463.80	$x_1:3, x_2:1$
FOP_2	0.92	0.99	1214.69	$x_1:4, x_2:0.73$	483.40	$x_1:3, x_2:1$
SOT_1	0.93	0.92	1210.8	$x_1:2, x_2:0.78$	483.26	$x_1:3, x_2:1$
SOT_2	1	-1.35	1069.05	$x_1:2, x_2:0.85$	472.52	$x_1:3, x_2:1$

Bu çalışmanın deneysel süreci sonunda gözlemlenmesi beklenen ana hedef, CF/ZnO katkısının PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerini güçlendirecek olmasıdır. Bu, %0.5 CF/ZnO ağırlık oranında 1001 MPa'lık bir basma modül değerine ulaşan PMMA-CF/ZnO malzemesi için kısmen gözlenmiştir. Ancak CF/ZnO ağırlık oranı %1 yapıldığında modül değerinin düştüğü görülmektedir. Diğer iki modelden farklı olarak dördüncü derecede polinom model, PMMA-CF/ZnO malzemesinde %0.73 oranında CF/ZnO kullanılması durumunda basma modülü değerini 1214 MPa öngörmektedir ve bu sonuç deneysel olarak gözlemlenmesi beklenen CF/ZnO katkısının PMMA kemik çimentosu üzerindeki pozitif etkisini açıklayabilmektedir. Dolayısıyla bu üç modelden birinin başarılı, diğer ikisinin başarısız olduğunu

söylemek mümkün değildir. Ancak dördüncü dereceden polinom modelinin deneysel olarak gözlemlenmesi beklenen sonuçlarla tutarlı olduğu ve diğer modellerle karşılaştırıldığında kemik çimentosunun basma modülünün modellenmesinde kullanımının daha uygun olacağı deneysel süreci yürüten uzmanlar tarafından kabul edilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 3.8: Basma modülünün modellenmesinde kullanılan YSA ve NRM'nin önerdiği modellerin karşılaştırılması, (a) Basma modülü, (b) Yüzde mutlak hata

Şekil 3.8, basma modülüne ilişkin deneysel ve tahmin edilen sonuçları göstermektedir. Deneysel sonuçları tahmin etmek için YSA ve NRM kullanılmış ve bu iki yöntemin

tahmin performansları birbirleriyle karşılaştırılmıştır. YSA ve NRM yöntemlerinin gerçek değerleri tahmin etme performansı Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE) kriterine göre 0.3 ve 0.4 olarak bulunmuştur. Ayrıca Tablo 3.6 ve Tablo 3.7'de her iki yöntemin tahmin performansını gösteren  $R^2$  değerlerinin 1'e oldukça yakın olduğu görülmektedir. Yani kemik çimentosunun basma modülünü modellemek için hem YSA hem de NRM'nin kullanılabileceğini söyleyebiliriz.

Burada iki yöntemin ortaya koyduğu modelleri ve kullanım kolaylıklarını değerlendirmek daha anlamlı olacaktır. YSA ve NRM yöntemleri kullanılarak deneysel sonuçlara en uygun modeller olarak tanjant sigmoid ve dördüncü derece polinom elde edilmiştir. Tanjant sigmoid 25 terimden oluşan ve 0 ile 1 arasında sonuç verebilen bir model iken, dördüncü derece polinom 15 terimden oluşan ve 483 ile 1215 arasında sonuç üreten bir modeldir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, YSA'nın ortaya koyduğu tanjant sigmoid fonksiyon tabanlı modelin kullanılması durumunda, ek bir dönüşüm formülasyonu kullanılarak sonuçların gerçek değerlerinin elde edilmesi gerektiğidir. Ayrıca tanjant sigmoid, polinom model ile kıyaslandığında üstel terimler içeren oldukça karmaşık bir modeldir. Tüm bu hususlar dikkate alındığında, daha basit ve ekstra dönüşüm gerektirmeden kullanılabilen bir model sunan NRM, kemik çimentosunun basma modülü davranışının modellenmesinde daha uygun bir yöntem olarak görünmektedir.

#### YSA Model

$$\begin{aligned} & \text{Tanh}[3.491100 - 1.951260\text{Tanh}[0.522650 - 4.041300x_1 - 0.334310x_2] - \\ & 1.951260\text{Tanh}[4.853700 + 1.928600x_1 - 0.107230x_2] - 1.951260\text{Tanh}[0.503950 - \\ & 3.321600x_1 + 1.998100x_2] + 1.951260\text{Tanh}[3.102500 - 2.367800x_1 + 2.000400x_2] + \\ & 1.951260\text{Tanh}[0.957140 + 0.652570x_1 + 3.664400x_2]] \end{aligned}$$

#### NRM Model

$$\begin{aligned} Y = & 2210.049 - 3929.907x_1 + 3387.310x_1^2 - 1148.968x_1^3 + 130.996x_1^4 - 6436.200x_2 + \\ & 5429.828x_1x_2 - 1227.514x_1^2x_2 + 51.983x_1^3x_2 + 5861.623x_2^2 - 3872.527x_1x_2^2 + 966.365x_1^2x_2^2 + \\ & 1148.779x_2^3 - 1495.654x_1x_2^3 + 176.401x_2^4 \end{aligned}$$

NRM ve YSA metotlarıyla gerçekleştirilen modelleme sonuçları değerlendirildiğinde, regresyon ve YSA modelleme yöntemlerinin birlikte kullanılmasıyla oluşturulan NRM'nin YSA yerine modellemede tercih edilebilir bir metot olduğu sonucuna



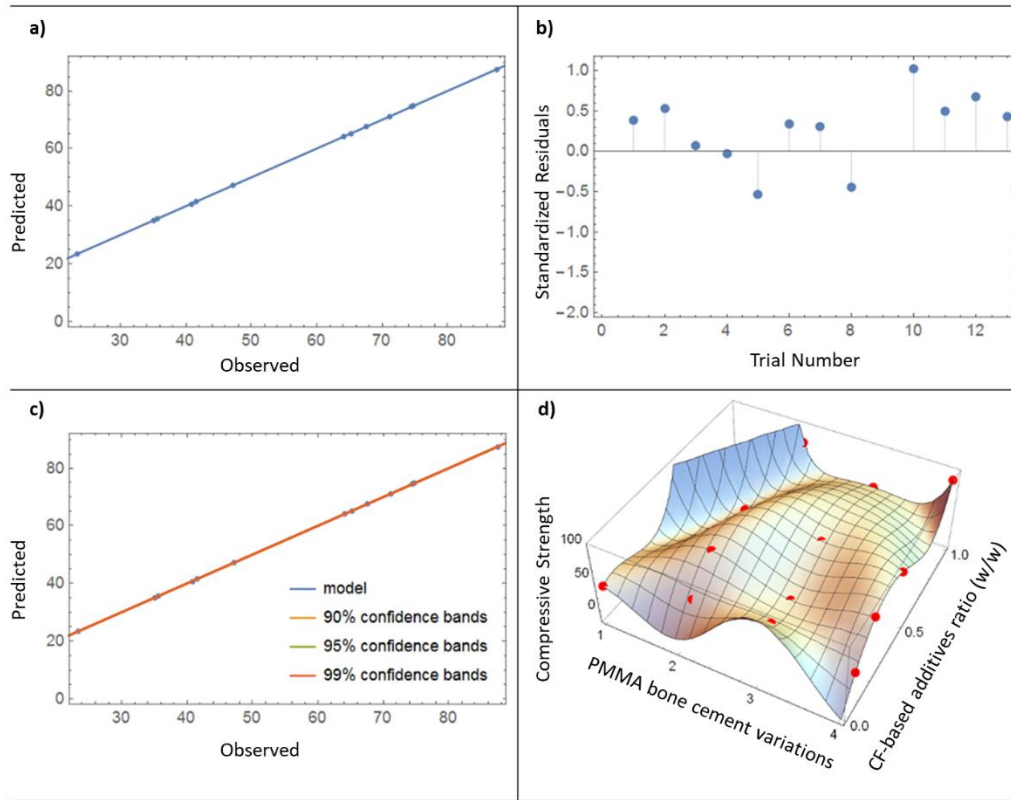
varılmıştır. Bu nedenle, diğer iki çıktı parametreleri olan dayanım ve gerinmeyi modellemek için yalnızca NRM kullanılarak sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 3.8, basma yükü altında kemik çimentosunun basma dayanımı davranışını modellemede önerilen matematiksel modelleri ve bu modellerin başarısını ölçmede kullanılan  $R^2$  kriteri, sınır kontrol başarı kriteri ile ilgili olan maksimum ve minimum basma dayanımı değerlerini göstermektedir. Sonuçlara göre tüm modeller, eğitim ve test aşamalarında yüksek tahmin performansına sahiptir. Ayrıca tüm modellerde maksimum ve minimum basma dayanımı durumunda elde edilen birinci ve ikinci tasarım parametrelerinin değerleri aynıdır. Bu modeller arasında polinom ve trigonometrik ifadeleri içeren hibrit model deneysel sonuçlarla birebir aynı sonuçları vermiş ve en başarılı model olarak belirlenmiştir.

Tablo 3.8: Basma dayanımının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum Dayanım (MPa)	Minimum Dayanım (MPa)
TOP	0.84	0.91	86.88	28.82
TOP	0.83	0.94	86.81	28.56
SOT	0.99	1	87.64	23.34
HM1	1	1	87.45	23.34

Şekil 3.9, kemik çimentosu basma dayanımı davranışının modellenmesinde kullanılan hibrit matematiksel model tarafından tahmin edilen değerler ile gerçek değerler arasındaki hata ilişkisini göstermektedir. Burada modeli ve deneysel sonuçları içeren üç boyutlu grafik, modelin standart matematiksel polinom ifadeleri ile elde edilemeyecek kadar karmaşık bir yapıya sahip olduğunu açıkça göstermektedir. Ayrıca gerçek ve tahmin edilen değerlerin uyumunu ve standart hatayı gösteren grafikler hibrit modelin başarısını destekleyen sonuçlardır.



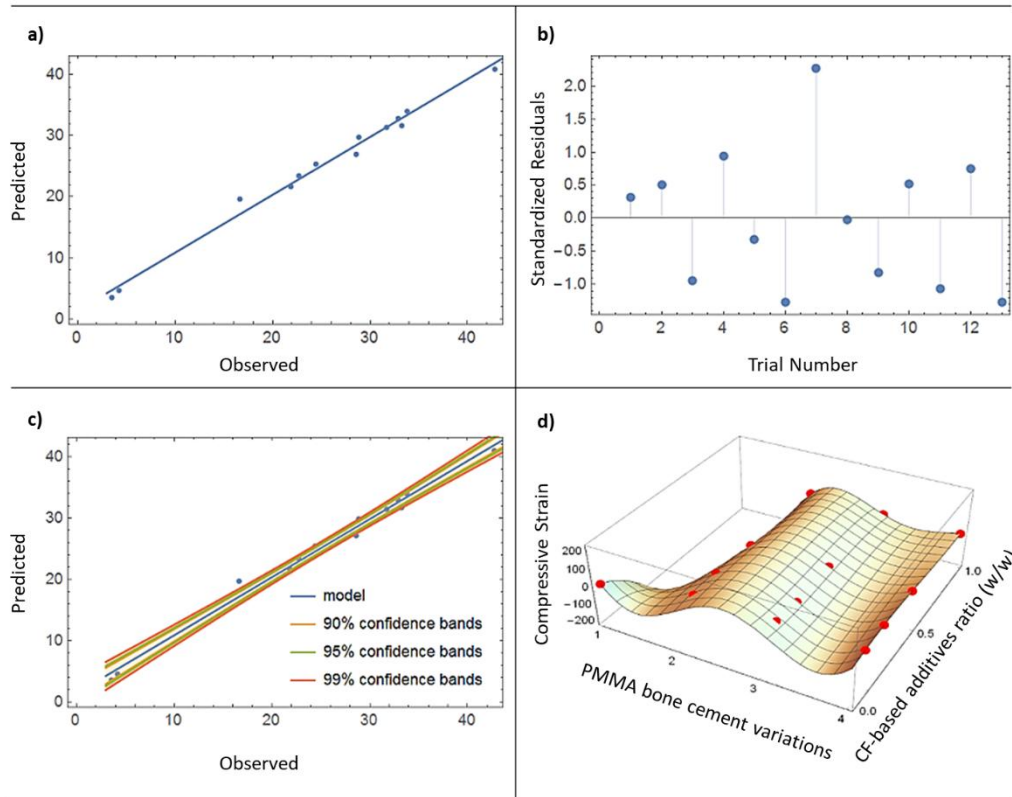
Şekil 3.9: Basma dayanımı için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi

Tablo 3.9, PMMA kemik çimentosunun basma gerinim davranışının modellenmesinde kullanılan üç farklı matematiksel modelin başarı değerlendirmesini göstermektedir. Eğitim, test ve sınırlılık kontrolü değerlendirme kriterleri dikkate alındığında deneysel sonuçlara daha yakın sonuçlar veren polinom ve trigonometrik ifadelerden oluşan hibrit modelin en başarılı model olduğu söylenebilir. Ancak hibrit modelin daha başarılı olması diğer iki modelin kullanılamayacağı anlamına gelmemektedir. Aksine, bu modellerin tahmin performansları ve ürettikleri maksimum ve minimum gerinim değerleri deneysel sonuçlarla tutarlıdır. Bu nedenle, modelleme aşamasında hesaplama süresini kısaltmak ve yüksek tahmin kapasitesine sahip daha basit bir modelle çalışmak isteniyorsa, polinom ve trigonometrik modeller hibrit modele alternatif olabilir.

Tablo 3.9: Basma yükü altında gerinmenin modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum Gerinme (%)	Minimum Gerinme (%)
FOP	0.81	0.86	38.27 $x_1=2, x_2=0.18$	2.94 $x_1=4, x_2=1$
SOT	0.78	0.92	37.16 $x_1=2, x_2=0.15$	3.17 $x_1=4, x_2=1$
HM2	0.98	0.99	41.42 $x_1=2, x_2=0.26$	3.28 $x_1=4, x_2=0.96$

Şekil 3.10, kemik çimentosu basma gerinim davranışını modellemede kullanılan hibrit modelin başarı değerlendirilmesi ile ilgili grafiksel sonuçları içermektedir. Grafiksel sonuçlar, gerçek ve tahmin edilen değerlerin tutarlı olduğunu ve bu ikisi arasındaki hatanın istatistiksel olarak kabul edilebilir bir aralık olan  $\pm 2$  aralığında değiştiğini göstermektedir. Yine deneysel gerçek sonuçlar ve hibrit modelin üç boyutlu grafiğinin bir arada sunulduğu görsel ve tahmin edilen değerlerin istatistiksel güven aralığını gösteren bantlar hibrit modelin başarısını destekleyen sonuçlar sunmaktadır.



Şekil 3.10: Basma gerinmesi için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi

Literatürde kemik çimentosu ile ilgili matematiksel modelleme çalışmaları oldukça azdır. İncelenen çalışmalarda en sık kullanılan yöntemler YSA ve YYY dir. Bu yöntemlerin kullanıldığı modelleme çalışmalarında en sık görülen eksiklikler ve sorunlar:

- 1) Kemik çimentosu modellemesi üzerine yapılan tüm çalışmalarda, genellikle polinom formları olan yalnızca bir veya iki farklı regresyon modeli kullanılır. Bu durum, polinom yapılarının açıklayamadığı daha karmaşık problemler için modelleme sürecinde engel teşkil etmektedir. Süreci daha doğru tanımlayabilen modeller kullanmak yerine, tahmin kapasitesi düşük olan modeller polinom ifadeler kullanılarak ortaya konulmaktadır.
- 2) YSA, istatistiksel modelleme yöntemleri kullanılarak çözülemeyen büyük veri içeren problemler için daha uygun olsa da, veri türü ve boyutu ne olursa olsun yanlış bir şekilde amacının dışında modelleme metodu olarak kullanılmaktadır. Bu durum hatalı sonuçlar üretilmesine sebep olabilir. Ayrıca, YSA’da tahmin sonucunu doğrudan etkileyen nöron sayısı, gizli katman sayısı, aktivasyon fonksiyon tipi, eğitim fonksiyonu, öğrenme fonksiyonu, iterasyon sayısı, ağ tipi gibi parametrelerin rastgele bir şekilde değiştirilerek matematiksel modellemenin gerçekleştirilmeye çalışılması sıklıkla rastlanan bir durumdur.
- 3) YSA ile modellemede elde edilen modelin doğrudan kullanılamaması da istenmeyen bir durumdur. Elde edilen sonuçlar ekstra bir dönüşüm formülü kullanılarak yeniden belirlenir.

Bu nedenlerden dolayı, PMMA kemik çimentosunun matematiksel modellemesinde yeni bir metot olan NRM yaklaşımı önerilmiştir. Sonuçlar, YSA ile regresyon yaklaşımının avantajlarını birleştiren hibrit NRM’nin, tahmin performansında YSA kadar başarılı ve uygulaması daha basit bir yöntem olduğunu göstermektedir.

## Bölüm 4

# R<sup>2</sup> Model Değerlendirme Kriteri

### 4.1 Model Başarısını Belirlemede Tek Kriter Olarak R<sup>2</sup> Kullanımı

R<sup>2</sup>'nin tek başına bir değerlendirme kriteri olarak kullanılması sonucu elde edilen modeller, gerçek sonuçları çok başarılı bir şekilde tahmin edebilmektedir, ancak bu, önerilen modelin problem olgusunu doğru bir şekilde açıklayabildiğinin değil yalnızca gerçek sonuçlar ile uyum içerisinde olduğunun bir göstergesidir. Bu nedenle, bu konuda doğru bir değerlendirme yapabilmek için tüm veri setini kullanarak bir model oluşturmak yerine veri setini eğitim-test ve eğitim-test-doğrulama gibi iki veya üç parçaya bölmek gerekmektedir. Bu yaklaşımda eğitim dataları kullanılarak oluşturulan model, daha önce hiç karşılaşmadığı datalar ile test ve doğrulama işlemlerine tabi tutulur. Böylece tüm dataları kullanarak model oluşturma yaklaşımına göre daha güvenilir bir model elde edilebilir; ancak eğitim, test ve doğrulama aşamalarındaki başarı her zaman modelin kullanılabilir olduğunu garanti etmez. Bu nedenle bir diğer başarı kriteri olan sınırlılık kontrolü, geliştirilen model fonksiyonları tarafından sağlanması gereken önemli bir kriterdir. Tüm mühendislik parametrelerinin sonlu olduğu gerçeğinden hareketle mühendislik sistemlerinde gerçekçi modelleme, sınırlılık kriterinin sağlanmasıyla mümkün olur. Bu doğrultuda, önerilen modellerin tanımlanan problemdeki mühendislik parametre aralıklarına bağlı olup olmadığı doğrulanmalıdır. Tüm bu kriterleri başarılı bir şekilde sağlayan modellerin stabilitesini test etmek de mutlaka dikkate alınması gereken bir adımdır. Stabilitate testinde girdi parametrelerinin değerleri belirli seviyelerde arttırılıp azaltılarak bu durumun çıktı değerleri üzerindeki etkisi incelenir. Üretilen çıktı değerleri mühendislik açısından

gerçekçi aralıkta kalıyorsa aday model stabildir. Sonuç olarak bu aşamaları başarıyla geçen model, YYY tarafından önerilen modele göre çok daha güvenilirirdir. Bu durum aşağıda farklı mühendislik problemlerinde karşılaştırmalı açıklamaları ile tartışılmaktadır.

## Problem 4

*Ye, W., Wang, X., Liu, Y., & Chen, J. (2021). Analysis and prediction of the performance of free- piston Stirling engine using response surface methodology and artificial neural network. Applied Thermal Engineering, 188, 116557. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116557> [41]*

Bu çalışmada araştırmacılar, doğrusal olmayan serbest pistonlu bir Stirling motorunda girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi YYY ve YSA metotlarını kullanarak matematiksel modellemeyi amaçlamışlardır. Seçilen termodinamik ve dinamik tasarım parametrelerinin çıktı parametreleri; (i) yer değiştirici ve piston genlikleri ( $x_d$  ve  $x_p$ ), (ii) çalışma frekansı ( $f$ ) ve (iii) çıkış gücü ( $p_{out}$ ) üzerindeki etkileri incelenmiştir. Veri setinin oluşturulmasında BBD tasarım yöntemi kullanılmıştır. Tasarım parametreleri ve onların seviye değerleri Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1: Dizayn parametreleri ve seviye değerleri

Parametreler	Sembol	Seviyeler		
		L1	L2	L3
Sıcak uç sıcaklığı	$x_1$	723	823	923
Soğuk uç sıcaklığı	$x_2$	288	300.5	313
Yük sönümlemesi	$x_3$	12	13	14
Yer değiştirici için yay sertliği	$x_4$	12000	15	4.4
Piston için yay sertliği	$x_5$	10000	13000	16000

YYY sonuçlarına göre ikinci derece polinom model kullanmak dört çıktı parametresinin girdiler ile ilişkisini modellemek için de yeterli olmaktadır. Referans çalışmada bu şekilde elde edilen ikinci derece polinom modellerin  $R^2$  tahmin

performansı 0.99 olarak tespit edilmiştir. Burada önemli bir soru ortaya çıkmaktadır: Modelleme için  $R^2$  tek başına yeterli bir değerlendirme kriteridir denilebilir mi? Ve aynı zamanda  $R^2$ 'nin datayı iyi fit etmesi, problem olgusunu da doğru tanımladığı şeklinde yorumlanabilir mi ? Bu sorulara cevap bulabilmek için referans çalışmada verilen data seti %75 eğitim ve %25 test olarak iki parçaya ayrılmış ve eğitim dataları kullanılarak ikinci derece polinom modellerin her bir çıktı için katsayıları tespit edilmiştir. ANOVA analizi ile modelde yer alması gereken ve modelden çıkarılmasında bir sakınca bulunmayan terimler belirlenerek ikinci derece polinom modellerin nihai halleri elde edilmiştir. Burada beklenti, eğer  $R^2$  hem datayı iyi fit edip hem de problem olgusunu doğru tanımlamamıza yardımcı oluyorsa geriye kalan %25'lik datanın çıktı değerlerinin katsayıları belirlenmiş olan ikinci derece polinom modeller tarafından yüksek tahmin performansı göstererek belirlenebilmesidir.

Tablo 4.2: Çıktı parametrelerini modellemek için önerilen modellerin başarı değerlendirmesi

Çıktı parametresi	Model başarı değerlendirmesi	
	$R^2$	$R^2$ düzeltme
Yer değiştirici genlikleri ( $x_d$ )	0.996	0.992
Piston genlikleri ( $x_p$ )	0.997	0.994
Çalışma frekansı (f)	0.999	0.999
Çıkış gücü ( $p_{out}$ )	0.998	0.997

Tablo 4.2, 40 satırlık eğitim veri seti kullanılarak her çıktı parametresi için elde edilen matematiksel modelleri göstermektedir. Tablo 4.2'de her bir çıktı parametresi için elde edilen modellerin  $R^2$  başarı ölçütleri referans çalışmada 55 satır datanın tümü kullanılarak elde edilen modellerin  $R^2$  başarı ölçütleri ile karşılaştırıldığında bir fark görülmediği, her iki durumda da  $R^2$  değerlendirme kriterinin 0.99 seviyelerinde olduğu ve ikinci derece polinom modellerin tüm çıktıların modellenmesinde kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

Tablo 4.3 İkinci derece polinom model ANOVA analizi

	p-değeri - $x_d$	p-değeri - $x_p$	p-değeri - f	p-değeri - $p_{out}$
Model	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_1$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_2$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_3$	< 0.0001	< 0.0001	0.9290	< 0.0001
$x_4$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_5$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_1 x_2$	0.0073	0.0018	0.3770	0.0031
$x_1 x_3$	0.0135	0.0067	0.2909	0.1191
$x_1 x_4$	0.6990	0.2761	< 0.0001	< 0.0001
$x_1 x_5$	0.0128	0.0740	0.4785	< 0.0001
$x_2 x_3$	0.3354	0.2501	0.8587	0.3718
$x_2 x_4$	0.3827	0.4620	0.0001	< 0.0001
$x_2 x_5$	0.5763	0.3060	0.2909	0.0014
$x_3 x_4$	0.0302	0.0531	0.7220	0.1016
$x_3 x_5$	0.1018	0.0430	0.7220	0.9439
$x_4 x_5$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001
$x_1^2$	< 0.0001	< 0.0001	< 0.0001	0.5913
$x_2^2$	0.9597	0.7590	< 0.0001	0.2228
$x_3^2$	0.7313	0.6590	< 0.0001	0.9327
$x_4^2$	< 0.0001	< 0.0001	0.9290	< 0.0001
$x_5^2$	0.1669	0.2187	< 0.0001	0.8574
Hata				
Toplam				

Eğitim dataları kullanılarak her bir çıktı parametresi için elde edilen matematiksel modellerin parametrelerinin modelde yer almasını gerektirecek derecede önemli olup olmadığına ANOVA analizi ile karar verilmiştir. Tablo 4.3’de her bir çıktı için modellerde yer alan terimlerin “p” değerlerine bakılarak önem derecelerinin tespit edildiği bir değerlendirmeye yer verilmiştir.



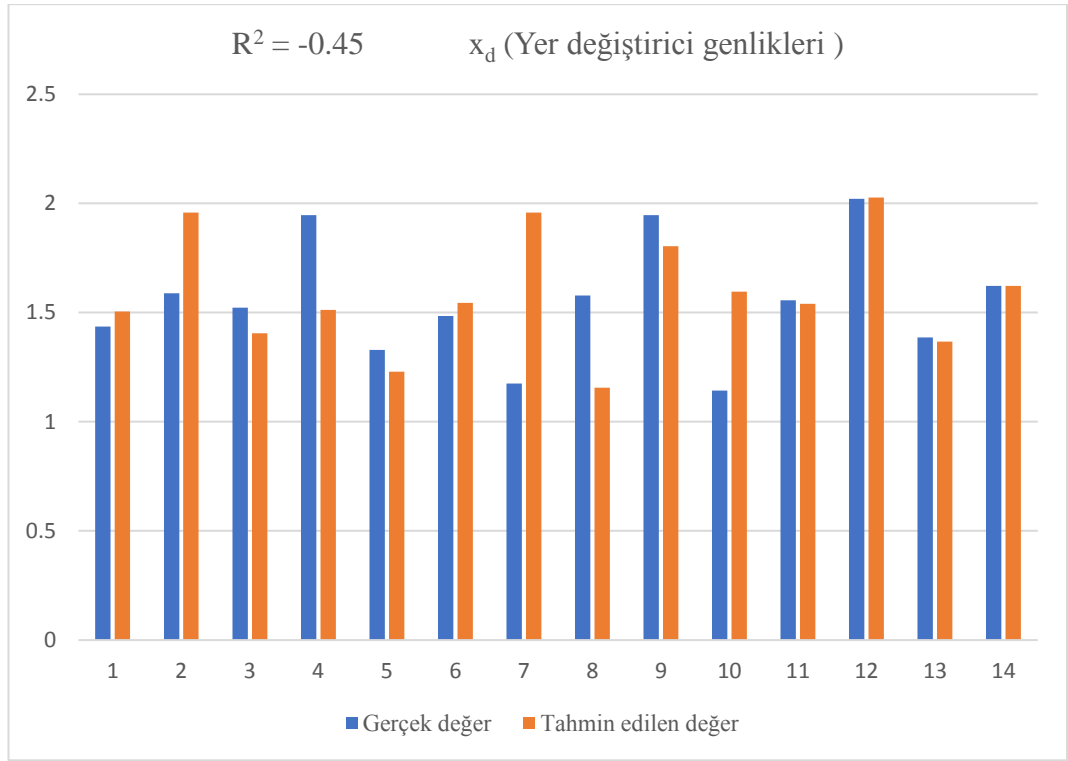
P değerinin 0.05'den küçük olması, model terimlerinin çıktı parametresi üzerinde önemli bir etkisinin olabileceğini gösterir. Bu durumda  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_1 x_2, x_1 x_3, x_1 x_4, x_3 x_4, x_4 x_5, x_1^2, x_4^2$  önemli model terimleridir. 0.1'den büyük değerler, model terimlerinin anlamlı olmadığını gösterir. Model içerisinde çok sayıda önemsiz model terimi varsa, model derecesini düşürmek modelin başarısını arttırabilir.

ANOVA analizi ile modelden atılmasında bir sakınca görülmeyen terimlerin çıkarılması ile elde edilen nihai modeller Tablo 4.4 de verilmiştir. Bu modellerin  $R^2$  tahmin performansı sonuçları ANOVA analizini destekler niteliktedir. Modelde önemli bir etkisi olmadığı düşünülerek yer verilmeyen terimler modellerin  $R^2$  tahmin performansında bir değişikliğe sebep olmamıştır. Dört farklı çıktı için YYY kullanılarak matematiksel modellemenin yapıldığı bu çalışmada, önerilen tüm modellerin  $R^2$  değerleri 0.99'dur. Burada önerilen modellerin verilere çok iyi uyduğu söylenebilir.

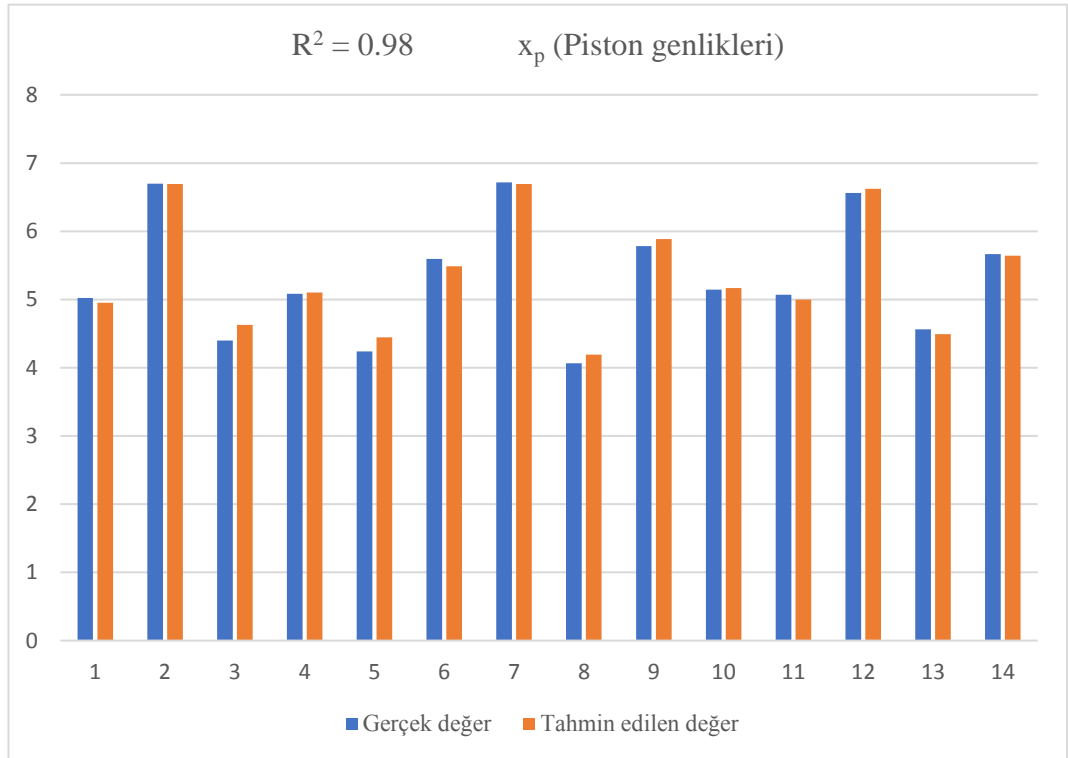
Tablo 4.4: ANOVA analizi sonucu gereksiz terimlerin atılmasıyla elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

Çıktı parametresi	Model başarı değerlendirilmesi	
	$R^2$	$R^2$ düzeltme
Yer değiştirici genlikleri ( $x_d$ )	0.996	0.993
Piston genlikleri ( $x_p$ )	0.996	0.994
Çalışma frekansı ( $f$ )	0.999	0.999
Çıkış gücü ( $p_{out}$ )	0.997	0.996

Ancak daha önce de vurgulandığı gibi burada asıl merak edilen konu modellerin test aşamasında da aynı performansı gösterip gösteremeyecekleri sorusudur. Bunun için her bir çıktı parametresinin modellenmesinde kullanılan modellere %25'lik test datası girdi olarak verilerek gerçek değerleri tahmin etmesi istenmiştir. Modellerin daha önce hiç karşılaşmadıkları test verileri için tahmin performansları Şekil 4.1'de gösterilmiştir.

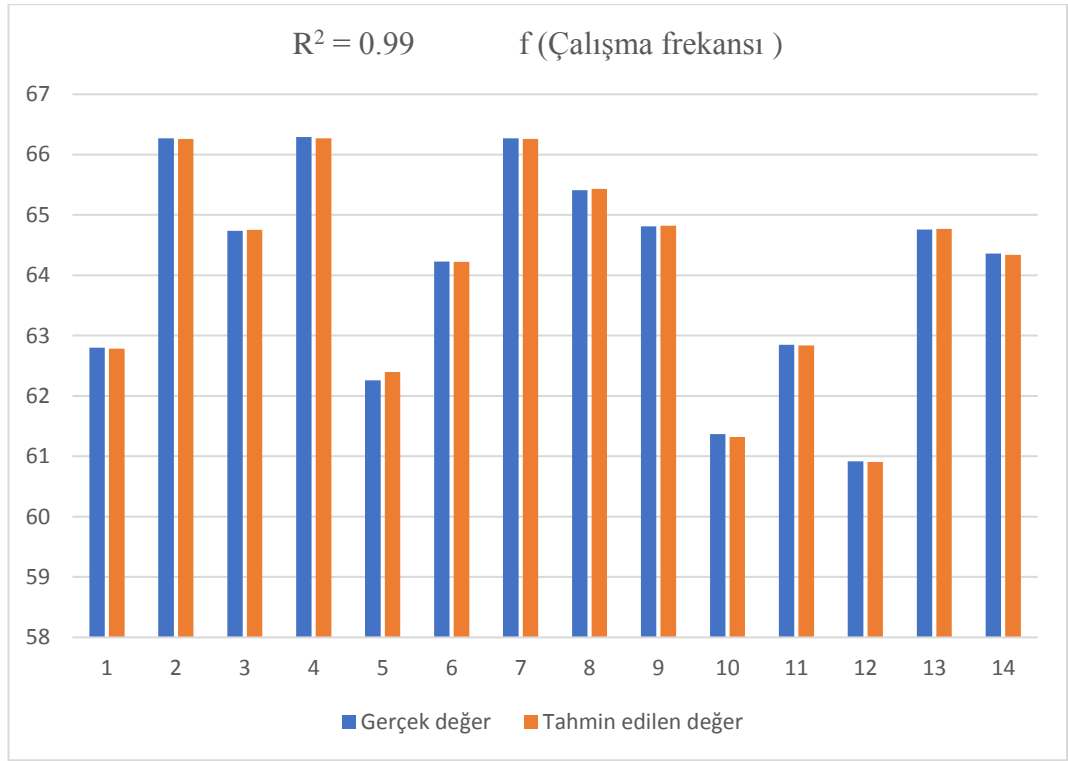


(a)

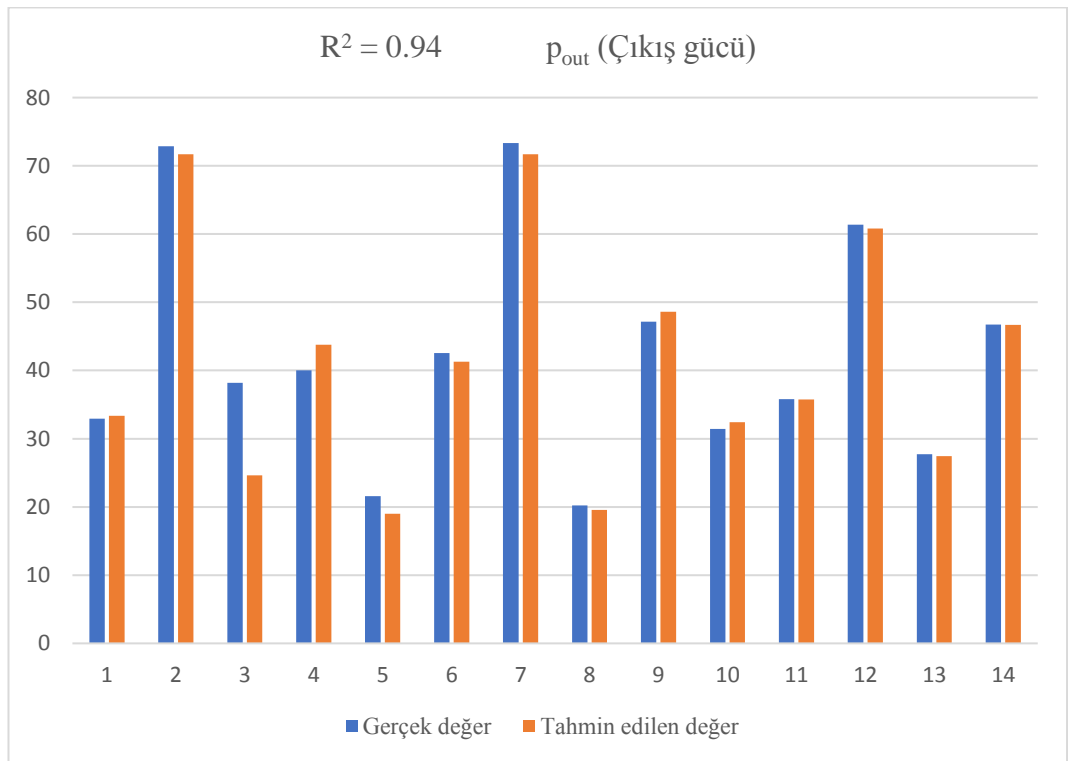


(b)

şekil 4.1



(c)



(d)

Şekil 4.1: Çıktı parametreleri için önerilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri

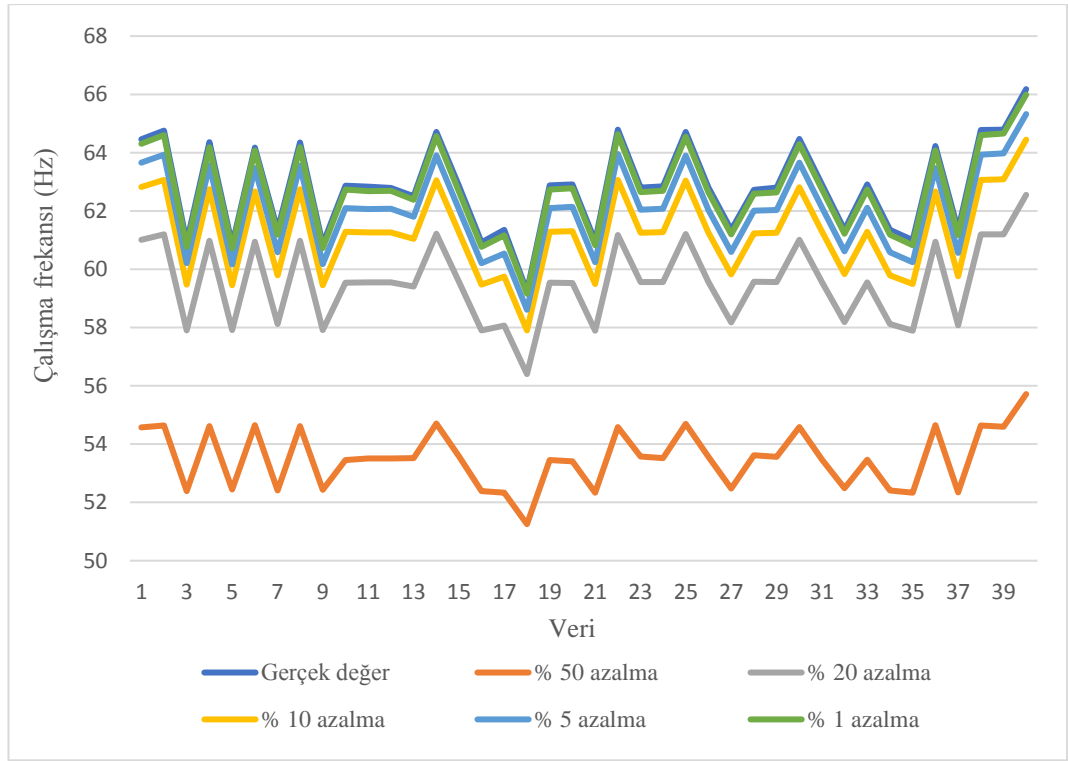
Şekil 4.1'de gösterildiği gibi,  $x_d$  çıktısı için önerilen matematiksel model test aşamasında başarısız olurken, diğer üç çıktı parametresi test aşamasını başarıyla tamamlamıştır. Ancak, daha önce de belirtildiği gibi, modelin tanımlanan tasarım parametrelerinin değer aralıklarında gerçekçi sonuçlar üretip üretmediğinin bir göstergesi olarak sınırlılık kontrolünün de başarılı bir şekilde gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Tablo 4.5, dört çıktı parametresi için önerilen modellerin sınır kontrol kriteri dikkate alındığında incelenmesi gereken maksimum ve minimum değerlerini göstermektedir. Bu sonuçlara göre, çalışma frekansı çıktısını ifade eden model dışındaki tüm modeller sınırlılık kontrol kriterinde başarısız olmuştur. Bu üç çıktının ilgili modellerinden elde edilen minimum değerler, pratikte imkansız gerçekçi olmayan sonuçlardır. Yalnızca çalışma frekansı çıktısı için önerilen model tüm kriterleri başarıyla karşılamıştır.

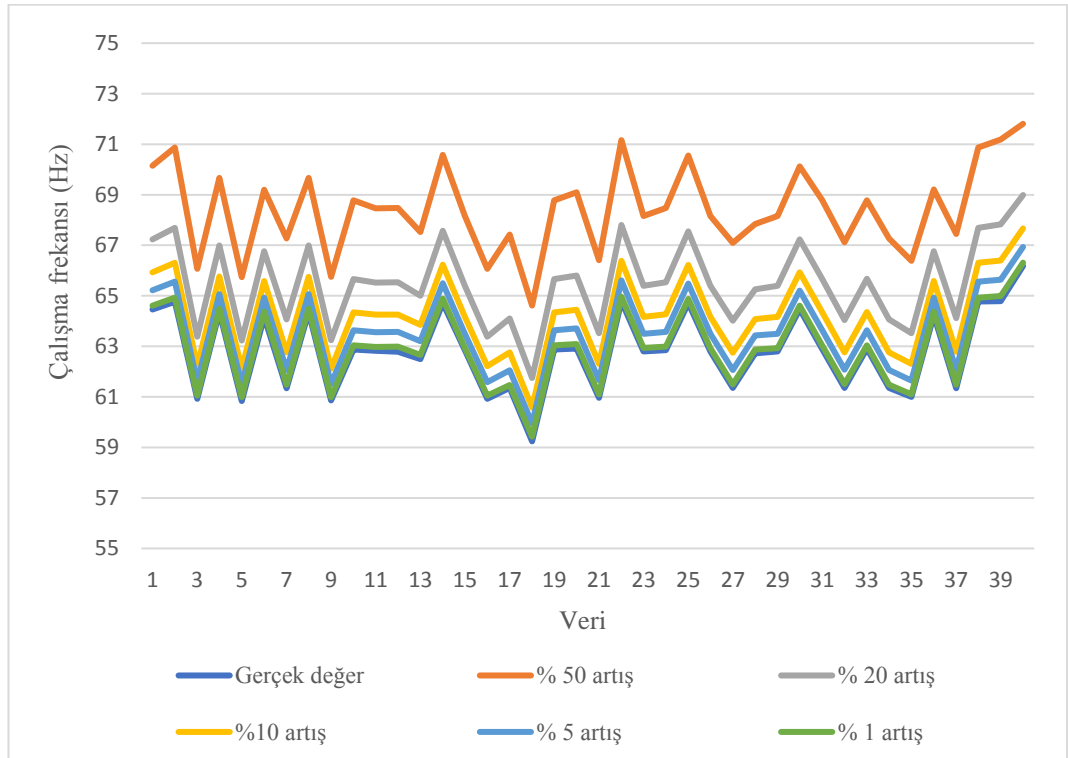
Tablo 4.5: Çıktı Parametreleri için sınır kontrol (boundedness check) kriteri kapsamında elde edilen maksimum ve minimum değerler

Çıktı parametresi	Maksimum	Minimum
Yer değiştirici genlikleri ( $x_d$ )	2.671	-0.476
Piston genlikleri ( $x_p$ )	8.692	-1.392
Çalışma frekansı ( $f$ )	66.455	59.264
Çıkış gücü ( $p_{out}$ )	133.444	-28.901

Bu problemde elde edilen sonuçlarla ilgili olarak sadece  $R^2$ 'ye dayalı model seçiminin hatalara neden olacağını söylemek mümkündür. Yüksek  $R^2$  değeri yalnızca modelin tahmin sonuçlarının gerçek sonuçlarla iyi derecede uyumlu olduğu anlamına gelir. Mühendislik problemlerinde beklentimiz sadece verilere iyi uyan bir model sağlamak değil, aynı zamanda problemle uyumlu gerçekçi sonuçlar sunabilen bir model oluşturmaktır. Bu kapsamda modeller dört çıktı için de eğitim, test ve sınır kontrol kriterleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Yalnızca çalışma frekansı çıktısı için önerilen model, belirtilen test kriterlerini başarıyla karşıladı. Bu durumda diğer üç çıktı için referans çalışmada[41] sunulan ikinci dereceden polinom modellerinin kullanılabilir olduğunu söylemek mümkün değildir.



(a)



(b)

Şekil 4.2: Çalışma frekansı çıktı parametresi için önerilen modelin stabilite testi, (a) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda arttırıldığında ,(b) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda azaltıldığında

Stabilite modelin kararlılığını ölçen bir değerlendirme kriteri olarak tanımlanmıştı. Dört çıktı parametresi arasından sadece çalışma frekansı için önerilen model, eğitim, test ve sınır kontrolü kriterlerini başarıyla sağlayabildiğinden dolayı bu modelin stabilitesini test etmek yeterli olacaktır. Stabilite testinde girdi parametresinin değerleri belirli seviyelerde artırılıp azaltılarak bu durumun çıktı değerleri üzerindeki etkisi incelenir. Üretilen çıktı değerleri mühendislik açısından gerçekçi aralıkta kalıyorsa aday model uygun demektir. Bu test kapsamında, girdi parametresinin değerleri %1, %5, %10, %20, %50 artırılıp azaltılarak çalışma frekansı çıktı parametresinin değerlerinin değişimi Şekil 4.2’ de grafiksel olarak verilmiştir.

Şekil 4.2 sonuçlarına göre çalışma frekansı için önerilen ikinci derece polinom model oldukça stabil görünmektedir. Girdi parametrelerinin değerlerinde %50 oranlarına varan artırım ve azaltıma rağmen çıktı parametresi değeri makul aralıkta kalmaya devam etmiştir. Dolayısıyla diğer çıktı parametreleri için önerilen modellerin aksine çalışma frekansı için önerilen polinom modelin eğitim, test, sınır kontrol ve stabilite analiz değerlendirme kriterlerini başarıyla sağlayan bir model olduğu söylenebilir.

## Problem 5

*Chacón, J. M., Caminero, M. A., García-Plaza, E., & Núñez, P. J. (2017). Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection. Materials & Design, 124, 143-157. [42]*

Bu çalışmada; araştırmacılar, 3B eriyik biriktirme yöntemiyle üretilen PLA numuneleri için çekme ve eğilme yükleri altında basma yönü, tabaka kalınlığı ve ilerleme hızı imalat parametrelerinin mekanik performans üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Mekanik dayanım ve modül çıktı parametreleri olarak belirlenmiş ve FFD tasarım yöntemi ile oluşturulan 36 satırdan oluşan bir veri seti matematiksel modelleme için kullanılmıştır. Tasarım parametreleri ve alabilecekleri seviye değerleri Tablo 4.6’da görülmektedir.

Tablo 4.6: Katmanlı üretim dizayn parametreleri ve seviye değerleri

Parametreler	Sembol	Seviyeler			
		L1	L2	L3	L4
Tabaka kalınlığı	$x_1$	0.06	0.12	0.18	0.24
Besleme oranı	$x_2$	20	50	80	-
Basma yönü	$x_3$	1 (Dikey)	2 (Kenar boyu)	3 (Yatay)	-

PLA malzemenin mekanik performansı, YYY yöntemi ve ANOVA analizi kullanılarak matematiksel olarak modellenmiştir. Tüm veri seti kullanılarak elde edilen modelin başarı değerlendirilmesi  $R^2$  kriteri kullanılarak yapılmıştır. Bu çalışmada, bu değerlendirmenin tek başına yeterli olmayacağı ve bu nedenle matematiksel modellemenin bu bölüm kapsamında önerilen değerlendirme ölçütlerine göre yeniden oluşturulması gerektiği gösterilecektir. Modelleme sürecinde tüm çıktı parametreleri için benzer adımları tekrarlamak yerine sadece çekme dayanımı için bahsedilen modelleme işlemi uygulanarak elde edilen sonuçlar tartışılmıştır. Buradaki amaç, her çıktı parametresini ayrı ayrı modellemek değil, modelleme sürecindeki her adımın önemini vurgulamaktır. Bu nedenle istenildiği takdirde modelleme adımlarını takip ederek diğer çıktı parametreleri için matematiksel modeller oluşturmak mümkündür.

Tablo 4.7: Çekme dayanımı için önerilen matematiksel modeller

No	Model*	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	$R^2_{\text{doğrulama}}$	Maksimum	Minimum
1	SON	0.95	0.94	-	-	-	-
2	SON	0.94	0.92	0.95	-	-	-
3	SON	0.96	0.95	0.88	-0.39	-	-
4	TON	0.94	0.93	0.95	0.74	93.15	23.33
5	SOTN	0.97	0.96	0.98	0.88	364.54	-1846.82

\*katsayılı modeller ekler kısmında verilmiştir

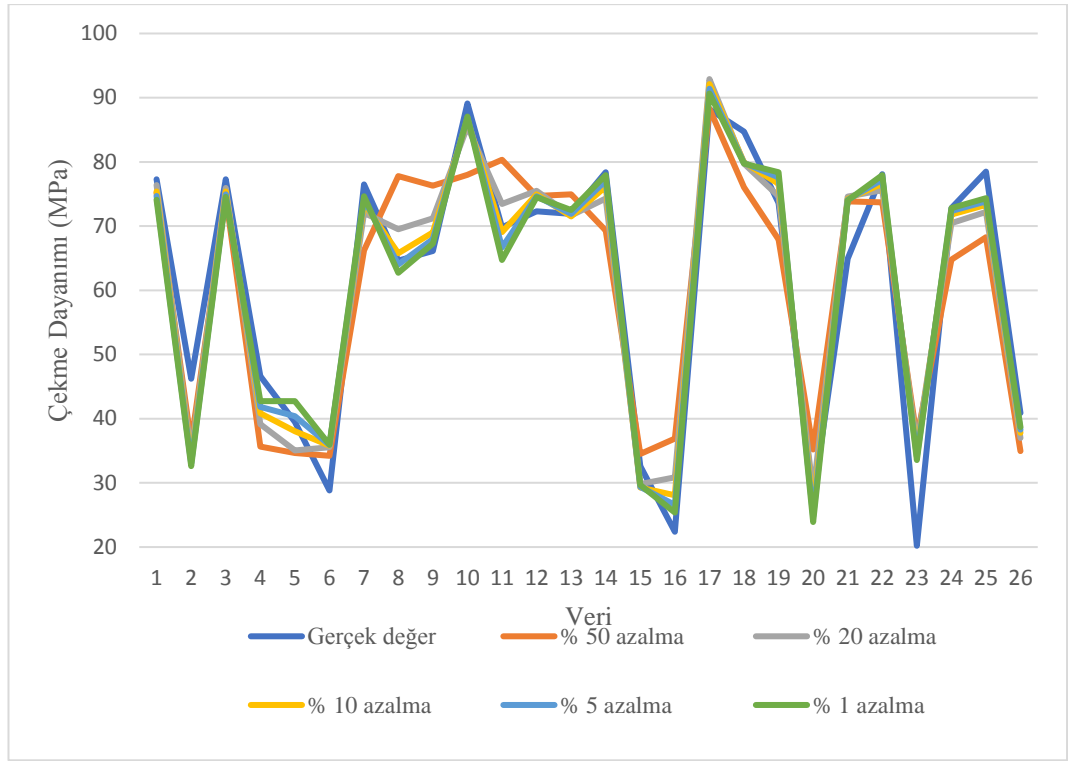
Tablo 4.7, çekme dayanımı için önerilen matematiksel modelleri ve bunların gerçek çekme dayanımı değerlerini tahmin etmedeki performanslarını göstermektedir.

Burada, ilk model tüm veri seti kullanılarak oluşturulur. Daha sonra veriler eğitim ve test olmak üzere iki gruba ayrılarak ikinci model; eğitim, test ve doğrulama gruplarına ayrılarak üçüncü, dördüncü ve beşinci model oluşturulmuştur. Birinci ve ikinci modeller incelendiğinde ikinci dereceden polinom'un gerçek sonuçları tahmin etmede oldukça başarılı olduğu görülmektedir. Ancak birinci ve ikinci modele benzer olan üçüncü model doğrulama işlemine tabi tutulduğunda tahmin performansına ilişkin düşük bir değer elde edilmektedir ( $R^2 = -0.39$ ). Şöyle ki, sadece eğitim veya eğitim ve test aşamaları dikkate alındığında, ikinci dereceden polinom kullanılabilir bir model gibi görünürken, doğrulama aşamasında bu modelin tahmin performansı yeterli değildir. Diğer iki model üçüncü dereceden polinom (dördüncü model) ve ikinci dereceden trigonometrik (Beşinci model) modeller eğitim, test ve doğrulama kriterlerini başarıyla sağlamıştır. Bu iki model arasında  $R^2$  dikkate alındığında trigonometrik modelin daha başarılı olduğu söylenebilir. Ancak modellerin alabileceği maksimum ve minimum sınır değerlere bakıldığında trigonometrik modelin gerçekte mümkün olmayan maksimum ve minimum sonuçlar ürettiği görülmektedir. Buna karşılık, üçüncü dereceden polinom model, referans çalışmada verilen deneysel sonuçlarla tutarlı mantıklı sonuçlar üretir. Referans çalışmada deneysel olarak maksimum ve minimum çekme dayanımı değerleri 89.1 MPa ve 20.2 MPa olarak elde edilirken, önerilen üçüncü dereceden model çekme dayanımını sırasıyla 93.15 MPa ve 23.33 MPa olarak bulmuştur.

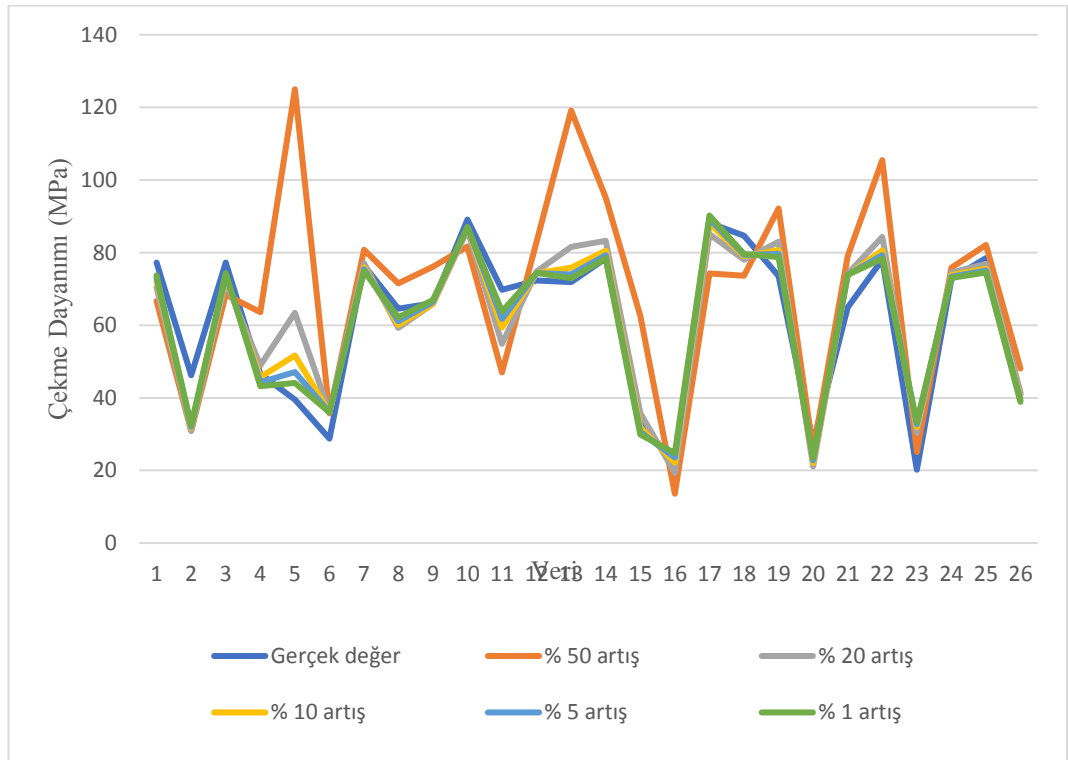
Bu nedenle; eğitim, test, doğrulama ve sınır kontrolü kriterlerini başarıyla karşılayan tek model üçüncü derecede polinom dur denilebilir. Son adım olarak, bu modelin sağlamlığını ölçmek için stabilite testi uygulanmıştır. Şekil 4.3, girdi parametrelerinin değerlerinin %1, %5, %10, %20, %50 oranında artırılıp azaltıldığı durumda PLA malzemenin çekme mukavemeti sonuçlarının değişimini göstermektedir.

Sonuçlara göre, girdi parametrelerinin değerlerindeki değişime bağlı olarak çekme dayanımının tutarlılığını koruduğu ve makul diyebileceğimiz 20 ile 120 MPa aralığında değişen değerler aldığı görülmektedir. Eğitim, test ve doğrulama aşamalarında tahmin performansı kendisinden daha iyi olan modeller olmasına rağmen üçüncü derece polinom model 3B katmanlı üretim metodu kullanılarak üretilen malzemelerin çekme dayanımının modellenmesinde tek uygun model olmuştur.





(a)



(b)

Şekil 4.3: Çekme dayanımı çıktı parametresi için önerilen modelin stabilite testi, (a) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda azaltıldığında, (b) girdi parametrelerinin değerleri belirli oranlarda arttırıldığında

Bu sonuç, bölüm boyunca önemine vurgu yapılmaya çalışılan  $R^2$  tek başına bir değerlendirme kriteri olarak model başarısını ölçmede yeterli olamayabilir görüşünü desteklemekte ve mutlaka modeli test, doğrulama, sınır kontrol, stabilite kriterlerini de dikkate alarak değerlendirmenin gerekliliğini ortaya koymaktadır.

## Bölüm 5

# Model Oluşturmada Polinom Yapıların Kullanımı

Modelleme sürecinde girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişki matematiksel modeller kullanılarak tanımlanır. Bu süreçte, girdi ve çıktı ilişkisini en doğru şekilde ifade edecek matematiksel fonksiyonun ortaya konulması gerekir. Dolayısıyla, kullanılacak matematiksel modellerin çeşitliliğinin fazla olması üzerinde çalışılan prosesi ve girdi-çıkı ilişkisini en az hata ile tanımla yönünde güçlü bir etki sağlar. Literatürdeki matematiksel modelleme ve optimizasyon tabanlı çalışmalar dikkate alındığında polinom tipi modellerin baskın bir şekilde kullanıldığı görülmektedir. Nonlineerlik seviyesi düşük problemlerde polinom tipi modeller genelde süreci tanımlama konusunda oldukça başarılı olmasına rağmen nonlineerlik seviyesi yüksek daha kompleks problem tiplerinde tek başına polinom yapılar yeterli hassasiyette çözüm üretme konusunda eksik kalmaktadır. Buradaki başarısızlık önerilen polinom modellerin test ve doğrulama aşamalarında net bir şekilde görülmektedir. Bu durumun üstesinden gelmek için kullanılan matematiksel model tipini çeşitlendirmek gerekir. Bu bölüm kapsamında, mühendislik problemleri örnekleri üzerinden matematiksel model tipleri ve karşılaştırmaları yapıp, bazı durumlarda polinom modellerin süreci doğru tanımlama konusunda yetersiz kaldığı veya süreci daha iyi tanımlayabilecek başka matematiksel modellerin olabileceği vurgusuna yer verilmiştir. Bu kapsamda Makine Müh. ilgi alanında yer alan üç farklı problem ele alınmıştır. Her bir problem tipi için detaylı açıklama ve değerlendirmelere aşağıda yer verilmiştir.

## Problem 6

*Mahdi Gerdooei, Mohammad Javad Rezaei & Hasan Ghaforian Nosrati (2022) Improving the performance of a multi-layer armored system subjected to shock loading of an underwater explosion, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 29:3, 419-428. [43]*

Bu çalışma, bir su altı patlamasında şok yüklemesine maruz kalan çok katmanlı bir zırhlı sistemin tasarlanmasını amaçlamaktadır. Tasarım parametreleri ve bu parametrelerin alabileceği seviye değerleri Tablo 5.1'de sunulmuştur.

Tablo 5.1: Zırh sistemi için belirlenen tasarım parametreleri ve alabilecekleri seviye değerleri [43]

Parametreler	Sembol	Seviye				
		L1	L2	L3	L4	L5
Zırh kalınlığı	$x_1$	6.6	10	15	20	23.4
Silisyum karbür plaka kalınlığı	$x_2$	1.6	5	10	15	18.4
Patlayıcının zırh sistemine uzaklığı	$x_3$	1.33	1.4	1.5	1.6	1.66

Tasarım parametreleri dikkate alınarak veri seti oluşturmak için CCD yöntemi kullanılmıştır. Hedef katmandaki gerilme ve deplasman çıktı parametreleri olarak belirlenmiştir. Bahsedilen girdi ve çıktı parametrelerini içeren veri seti Tablo 5.2'de verilmiştir.

Burada, bu çalışmanın tekrar ele alınmasındaki temel amaç; gerilme çıktısı için önerilen lineer modelin 0.68 olarak tespit edilen  $R^2$  başarı ölçütünün farklı tip matematiksel modeller kullanılarak geliştirilebileceğini göstermektir. Daha önceki bölümlerde yapılan değerlendirmeler sonucunda, tüm datayı kullanarak model oluşturmanın bizi yanılgıya düşürebileceği, önerilen matematiksel modellerin daha önce karşılaşmadığı bir test datası ile başarısının tekrar gözden geçirilmesinin modelin güvenilirliğini arttırdığı gösterilmiştir.

Tablo 5.2: CCD metodu kullanılarak zırh sisteminde girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkisi tanımlamak için oluşturulan deney seti [43]

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	Gerilme (MPa)	Deplasman (mm)
1	15	10	1.5	36.29	13.03
2	10	5	1.4	36.83	24.2
3	15	10	1.5	36.29	13.03
4	15	10	1.5	36.29	13.03
5	20	15	1.6	34.7	12.41
6	10	15	1.6	33.28	11.78
7	15	10	1.5	36.29	13.03
8	15	10	1.66	32.62	11.09
9	15	18.4	1.5	35.48	7.49
10	20	15	1.4	37.9	7.31
11	15	10	1.5	36.29	13.03
12	10	15	1.4	37.13	14.16
13	6.6	10	1.5	36.67	21.73
14	15	10	1.5	36.29	13.03
15	15	1.6	1.5	40.07	21.83
16	10	5	1.6	35.61	22.24
17	23.4	10	1.5	36	7.44
18	15	10	1.33	42.1	15.08
19	20	5	1.6	34.8	12.41
20	20	5	1.4	38.9	14.37

Dolayısıyla, referans çalışmanın aksine data seti eğitim ve test olarak iki gruba ayrılarak modelleme süreci yürütülmüştür. Farklı matematiksel model tiplerinin başarı oranları, maksimum ve minimum gerilme değeri tahminleri Tablo 5.3 'de sunulmuştur.

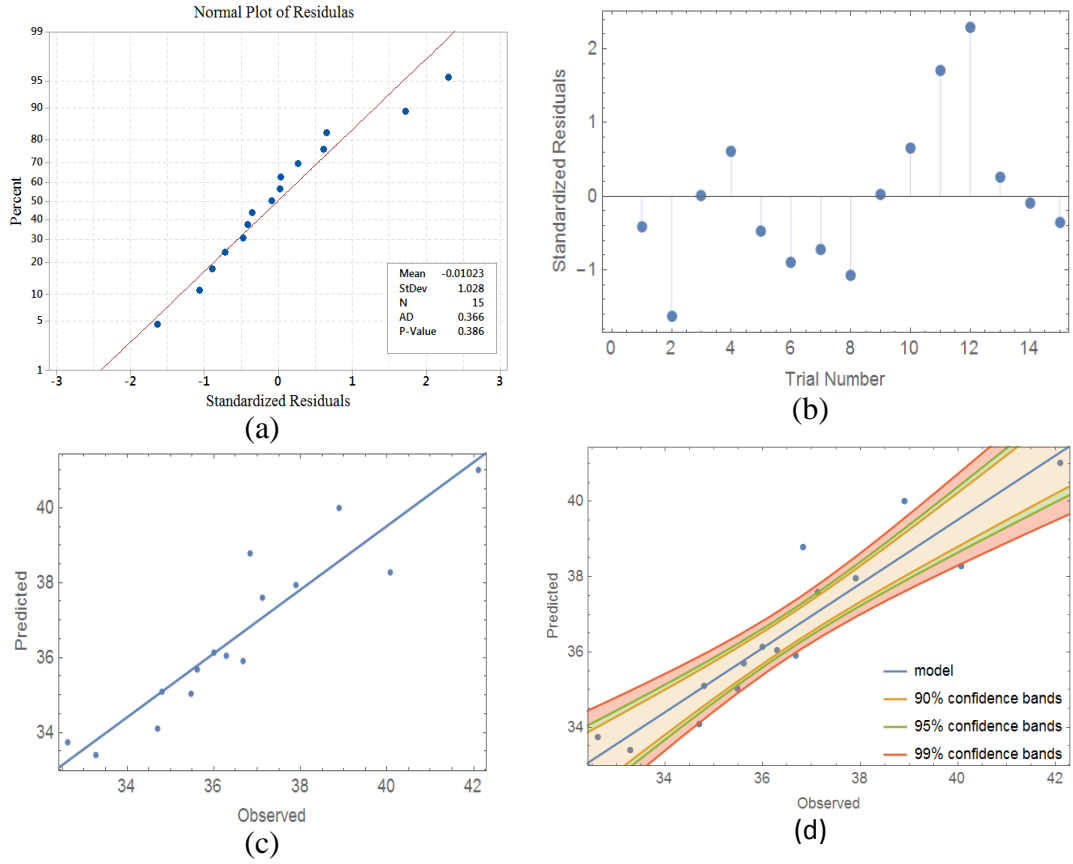
Sonuçlar incelendiğinde, eğitim aşamasında tüm modellerin 0.78 ve üzeri başarı oranına sahip olduğu, en başarılı model SONR, en başarısız model L olarak tespit edilmiştir. Burada ortaya konulan modellerin tamamı referans çalışmada önerilen lineer modelden daha başarılı gözükmemektedir.

Tablo 5.3: Gerilme çıktısı için önerilen matematiksel modellerin başarı değerlendirmesi

	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum	Minimum
L	0.78	0.7	0.71	41.85	31.43
LR	0.79	0.71	0.66	42.67	32.23
SON	0.93	0.9	-715.92	154.85	-2.24
SONR	1	1	-55.3	9.47E+08	-1372450
TON	0.97	0.95	0.86	253.52	-180.36
TONR	0.99	0.98	0.84	1.87E+08	-102689
FOTN	0.88	0.84	-14.82	42.43	23.38
FOTNR	0.98	0.97	0.77	419299	-1.05E+14
SOTN	0.99	0.98	0.86	49.74	-5.49
SOTNR	0.98	0.97	0.77	5.76E+06	-3.29E+09
FOLN	0.83	0.77	0.88	42.87	31.83
FOLNR	0.85	0.8	0.97	59.77	30.94
SOLN	0.93	0.89	-0.03	45.07	32.95
SOLNR	0.97	0.95	0.72	60704.1	-1664.4

Bununla birlikte modellerin test aşamasındaki başarıları da dikkate alındığında SON, SONR, FOTN ve SOLN modellerin gerçek değerleri tahmin etme konusunda kabul edilemez seviyede başarısız oldukları görülmektedir. Benzer şekilde, modellerin ortaya koyduğu maksimum ve minimum gerilme değerleri dikkate alındığında L, LR, FOTN, FOLN, FOLNR ve SOLN dışındaki modellerin ürettiği sonuçların mühendislikte gerçek bir karşılığı olmayan kabul edilemez gerilme değerleri olduğu görülür. Tüm bu değerlendirmeler doğrultusunda, tüm kriterleri başarıyla sağlayan modeller L, LR, FOLN ve FOLNR dir. Bu dört model arasında ise FOLNR daha yüksek tahmin performansı ile ön plana çıkmaktadır.

Şekil 5.1; FOLNR modeli için tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisini, tahmin edilen değerlerin hata seviyelerini, tahmin edilen değerlerin istatistiksel güven bantları açısından değerlendirilmesini göstermektedir.



Şekil 5.1: Gerilme çıktısı için FOLNR modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata dağılımı, (c) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi, (d) güven aralığı bantları

FOLNR model için sonuçlar incelendiğinde, hataların normal dağılıma sahip olduğu ilk grafikten görülmektedir. Ayrıca her bir çıktı değeri için gerçekleşen ve tahmin edilen değerler arasındaki farktan elde edilen hatanın bu hata değerinin standart hatasına oranı da ikinci grafikte gösterilmiştir. Burada hataları gösteren nokta dağılımlarının istatistiksel olarak kabul edilebilir aralığı +3 ile -3 arasında olmasıdır. Üçüncü grafikte, tahmin edilen değerler regresyon çizgisine çok yakın kümelenmektedir. Gözlenen ve tahmin edilen değerler birbiriyle uyumludur. Son olarak dördüncü grafikte veriler çoğunlukla %99 güven aralığında, bazıları ise %95 güven aralığındadır. Bu, istatistiksel tahminlerin makul olduğunu ve diğer grafiklerdeki sonuçlarla tutarlı olduğunu göstermektedir.

Tüm bu sonuçlar göz önüne alındığında, FOLNR modelinin L modeline göre daha başarılı olduğu ve onun yerine alternatif olarak kullanılabileceği söylenebilir. Ayrıca tekrar ele alınan örnek literatür çalışması matematiksel modelleme sürecinin polinom modellerle sınırlandırılmaması gerektiğini açıkça göstermiştir.

## Problem 7

*Shui, L., Chen, F., Garg, A., Peng, X., Bao, N., & Zhang, J. (2018). Design optimization of battery pack enclosure for electric vehicle. Structural and Multidisciplinary Optimization, 58(1), 331-347. [18]*

Ömrünü Tamamlamış Araçlar yönetmeliği ve emisyon limit düzenlemeleri (Euro 5 & Euro 6) nedeniyle, otomotiv endüstrisinde çevre dostu ve hafif elektrikli araç bileşenlerinin araştırılması zorunlu hale gelmiştir. Pil modüllerinin bir araya gelmesinden oluşan Lityum-iyon pil paketi, elektrikli araçlar için en önemli ana bileşenlerden biridir. Elektrikli aracın çalışması sırasında pil takımı ve muhafazası, gerilmelere ve deformasyonlara neden olan farklı mekanik yüklere maruz kalır.

Referans alınan bu çalışma, maksimum doğal frekans, minimum ağırlık ve deformasyon dikkate alınarak elektrikli araç akü paketi muhafazalarının tasarlanmasını amaçlamaktadır. Batarya paketi muhafazasına ilişkin veri seti referans çalışmada CCD ve LHS tasarım yöntemleri kullanılarak oluşturulmuştur [18]. Tasarım parametreleri (i) pil kutusu duvar kalınlığı ( $x_1$ ), (ii) pil kutusu alt kalınlığı ( $x_2$ ), (iii) modül alt kalınlığı ( $x_3$ ), (iv) pil modülünün uzun duvar kalınlığı ( $x_4$ ), (v) pil modülünün geniş duvar kalınlığı ( $x_5$ ) ve (vi) sıcaklık ( $x_6$ ) şeklinde tanımlanmıştır. Bahsedilen girdi ve çıktı parametrelerini içeren veri seti Tablo 5.4'de verilmiştir.

Tezin bu bölümünde, modellemede bazı durumlarda polinom yapıların yeterli olamayabileceği alternatif diğer matematiksel model tiplerinden de faydalanmanın gerekli olduğu vurgulanmaya çalışılmaktadır. Bu kapsamda örnek bir problem olarak ele alınan elektrikli araç batarya paketi muhafazası çalışması, farklı model tiplerinin, maksimum doğal frekans çıktısı ve tasarım parametreleri ilişkisinin en doğru şekilde modellenmesindeki etkisini incelemeyi amaçlamaktadır. Burada referans çalışma yeniden ele alınmış ve doğal frekans ile tasarım parametreleri arasındaki ilişki polinom, rasyonel, trigonometrik ve logaritmik modellerle tanımlanmaya çalışılmıştır.



Tablo 5.4: LHS ve CCD metotları kullanılarak elektrikli araç batarya muhafaza paketinin tasarımı için oluşturulan deney seti [18]

Girdiler						Çıktılar		
X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	Deformasyon (m)	Doğal frekans (Hz)	Ağırlık (kg)
1.21	1.55	1.17	1.32	3.25	34.79	0.0019	90.12	15.81
1.62	1.71	1.39	1.32	3.31	33.65	0.0018	88.66	17.65
1.32	1.66	1.28	1.62	3.04	36.07	0.0018	89.28	16.78
1.21	1.51	1.37	1.31	2.92	38.76	0.0019	92.07	15.61
1.38	1.7	1.18	1.58	2.92	38.46	0.0018	89.3	16.73
1.29	1.53	1.31	1.26	2.52	39.26	0.0019	92.73	15.37
1.01	1.13	1.26	1.39	3.24	38.96	0.0019	93.25	14.41
1.35	1.49	1.25	1.37	3.13	42.83	0.0018	90.64	16.12
1.27	1.54	1.14	1.25	2.84	34.16	0.0019	91.15	15.43
1.24	1.79	1.2	1.6	2.88	38.56	0.0019	89.23	16.57
1.05	1.33	1.28	1.55	3.08	46.43	0.0019	92.52	15.15
1.26	1.38	1.06	1.5	2.47	40.66	0.002	90.11	14.94
1.17	1.39	1.12	1.42	2.57	45.26	0.002	91.3	14.79
1.37	1.76	1.24	1.29	2.95	37.19	0.0018	90.43	16.51
1.43	1.91	1.09	1.26	2.18	42.55	0.0019	88.97	16.1
1.22	1.69	1.22	1.14	2.79	38.06	0.0019	90.88	15.54
1.07	1.36	1.55	1.36	2.87	39.55	0.0019	93.15	15.09
.	.	.	.	.	.	.	.	.
1.14	1.61	1.12	1.41	3.18	37.85	0.0019	89.86	15.75
1.28	1.57	1.2	1.48	2.56	47.84	0.0019	91.23	15.68
1.25	1.5	1.28	1.45	2.64	39.65	0.0019	90.72	15.58
1.25	1.53	1.33	1.33	3.7	44.03	0.0018	90.25	16.48
1.34	1.64	1.16	1.36	3.22	42.69	0.0018	89.46	16.4
1.17	1.74	1.01	1.38	3.01	41.54	0.002	88.27	15.79
1.52	1.24	0.97	1.11	2.91	44.7	0.002	89.69	15.08

$R^2$  kriteri ve modelin sınırlılığı hakkında bilgi veren maksimum ve minimum doğal frekans değerleri dikkate alınarak yapılan matematiksel model değerlendirme sonuçları Tablo 5.5'de gösterilmektedir.

Tablo 5.5: Doğal frekans çıktısı için önerilen matematiksel modellerin başarı değerlendirmesi

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğ.	Maksimum	Minimum
L	0.76	0.74	0.82	0.92	96.52	84.72
SON	0.87	0.86	0.82	0.67	100.16	74.75
TON	1	1	-235	-86	513.31	-371.76
FOTN	0.82	0.8	0.84	0.94	95.53	83.35
SOTN	0.89	0.88	0.89	0.84	98.8	73.2
FOLN	0.76	0.74	0.84	0.92	96.94	84.87
SOLN	0.86	0.85	0.85	0.67	100.92	75.78
LR	0.81	0.8	0.6	0.7	641169	-2.61E+07
SONR	0.98	0.98	-6.2	0.1	1.70E+11	-3.50E+07
TONR	0.83	0.82	0.78	0.91	100.72	84
FOTNR	0.87	0.86	0.7	-0.03	5.00E+07	-1.17E+06
FOLNR	0.81	0.8	0.6	0.53	5.12E+04	-1.20E+15
SOLNR	0.92	0.91	-2.11	0.81	3381	-21396

Sonuçlar incelendiğinde, eğitim aşamasında en başarılı model SONR, en başarısız modeller ise L ve FOLN olarak tespit edilmiştir. Bununla birlikte modellerin test ve doğrulama aşamalarındaki performansları da dikkate alındığında TON, SONR, FOTNR, SOLNR gerçek sonuçları tahmin etme konusunda başarısız olmaları sebebiyle elenen modellerdir. Burada dikkat çeken bir nokta eğitim aşamasında en başarılı model olarak ön plana çıkan SONR modelin test ve doğrulama aşamalarında çok düşük performans göstermiş olmasıdır. Benzer şekilde modellerin ürettikleri maksimum ve minimum doğal frekans değerleri dikkate alınarak sınır kontrolleri gerçekleştirildiğinde TON, LR, SONR, FOTNR, FOLNR ve SOLNR modellerin gerçek doğal frekans problemlerinde karşılığı olmayan anlamsız sonuçlar ortaya koydukları ve bu sebeple kullanılamaz oldukları görülmüştür.

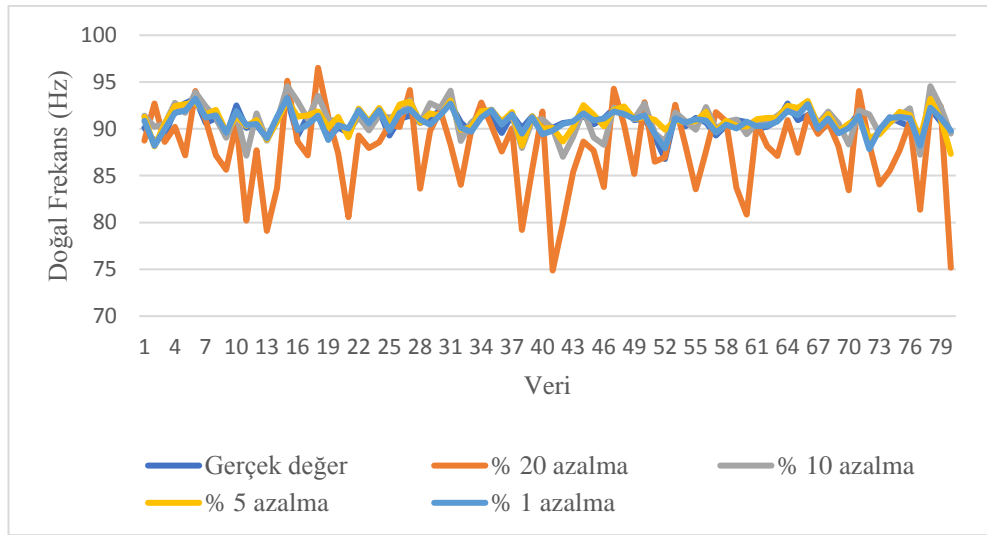
Başarılı modelleri eğitim, düzeltme, test ve doğrulama aşamalarındaki performanslarının ortalaması alınarak oluşturulan ortalama  $R^2$  tahmin performanslarına göre sıraladığımızda en başarılı modelin SOTN olduğu görülmüştür. Diğer modellerin başarı durumları ve sıralamaları Tablo 5.6 de verilmiştir.

Tablo 5.6: Ortalama  $R^2$  ve model terim sayıları dikkate alınarak model başarılarının değerlendirilmesi

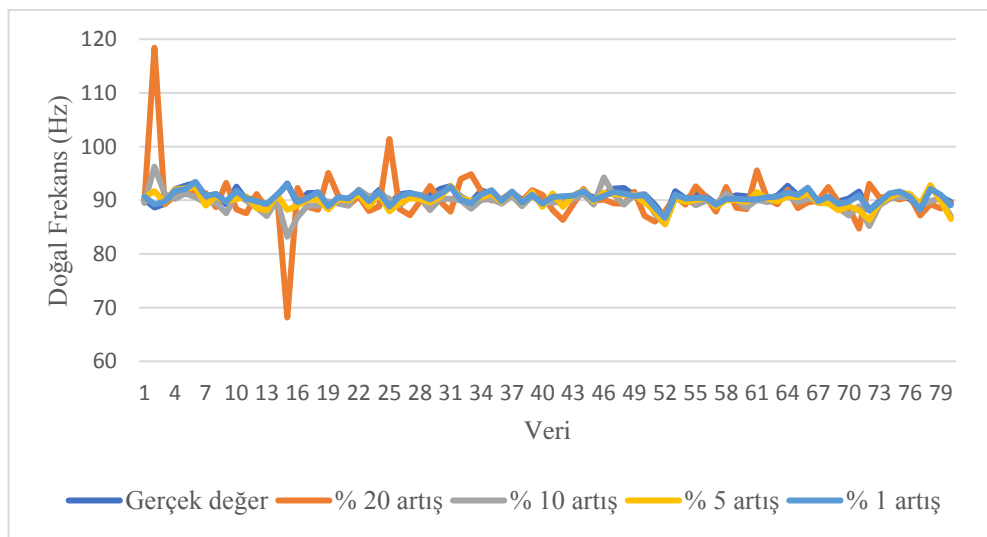
	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	$R^2_{\text{valid}}$	Ortalama $R^2$	Model terim sayısı	Maks.	Min.
SOTN	0.89	0.88	0.89	0.84	0.875	50	98.8	73.2
FOTN	0.82	0.8	0.84	0.94	0.85	13	95.53	83.35
TONR	0.83	0.82	0.78	0.91	0.835	168	100.72	84
FOLN	0.76	0.74	0.84	0.92	0.815	7	96.94	84.87
L	0.76	0.74	0.82	0.92	0.81	7	96.52	84.72
SOLN	0.86	0.85	0.85	0.67	0.8075	28	100.92	75.78
SON	0.87	0.86	0.82	0.67	0.805	28	100.16	74.75

Tablo 5.6'daki sonuçlara göre trigonometrik model tiplerinin ön plana çıkan daha başarılı modeller oldukları görülmektedir. Literatürde, YYY yaklaşımı ile modelleme yapıldığında kullanılabilecek model tipleri rasyonel olmayan polinomlar ile sınırlı kalmaktadır. Bu durum, prosesi modelleme de yaşanacak eksikliklerin yanında optimum tasarım elde etme konusunda da yanılgıya sebep olur. Dolayısıyla matematiksel modelleme sürecinde kullanılabilecek alternatif model tipleri önermek prosesi daha doğru tanımlamak ve sonrasında optimum tasarıma ulaşmak için kesinlikle üzerine çalışılması gereken bir konudur. Bu çalışmada tanımlanan, elektrikli araç batarya paketi muhafazası için doğal frekansın tahminine yönelik en uygun matematiksel modelin ortaya konulması probleminde en başarılı model SOTN dir. Modeller içerdikleri terimler ve terim sayıları dikkate alınarak daha basit veya daha karmaşık yapıya sahip modeller olarak sınıflandırılabilir. Bu durumda yaklaşık tahmin performansı gösteren modellerden daha basit yapıya ve az terim sayısına sahip olanı kullanmanın daha mantıklı olduğu düşünülebilir. FOTN modelin içerdği terimler ve terim sayısı dikkate alındığında, daha karmaşık ve fazla terim sayısı içeren SOTN

model yerine kullanımının daha mantıklı olduğu düşünölebilir ancak modelin sadece tahmin performansına bakarak bu değerdendirmeyi yapmak doğru değıldir. Daha önce stabilite olarak adlandırılan ve modelin tahmin performansının yanında kararlılığını da ölçen kriteri dikkate alarak bir değerdendirme yapmak daha anlamlı olacaktır. Modelin stabilitesini ölçmek için girdi parametrelerinin değerdeleri belirli oranlarda arttırılıp azaltılarak çıktı parametresi değerdeleri üzerindeki etkisi incelenir. Elde edilen çıktı parametresi değerdeleri mühendislik açısından gerčekçi kabul edilebilecek uygulanması mümkün bir aralıkta kalıyorsa aday modelin stabilite testinden başarıyla geçtiği söylenebilir.

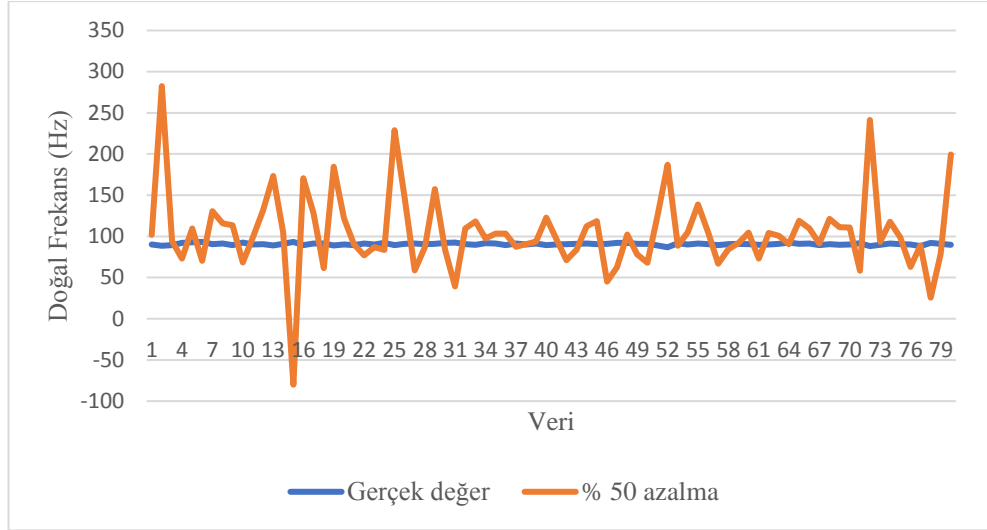


(a)

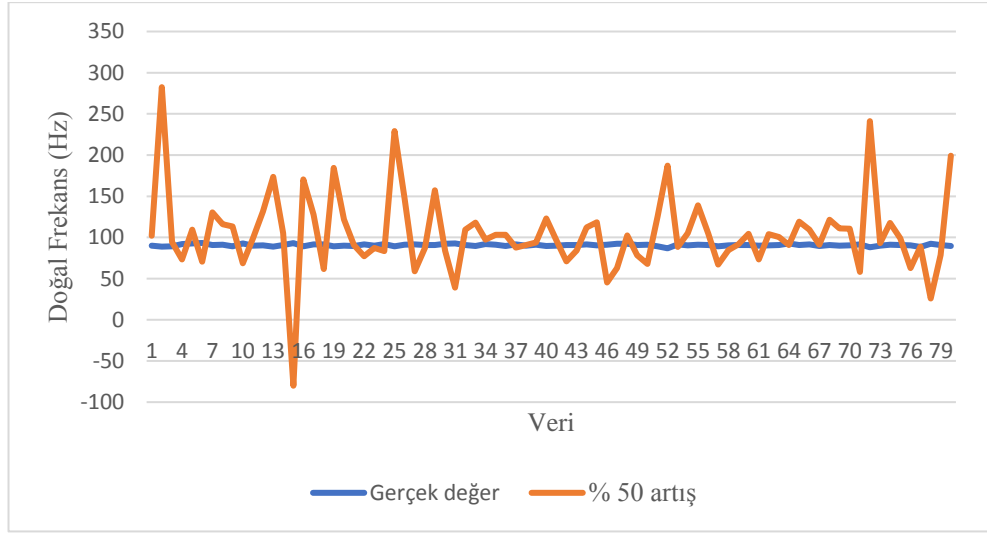


(b)

Şekil 5.2



(c)

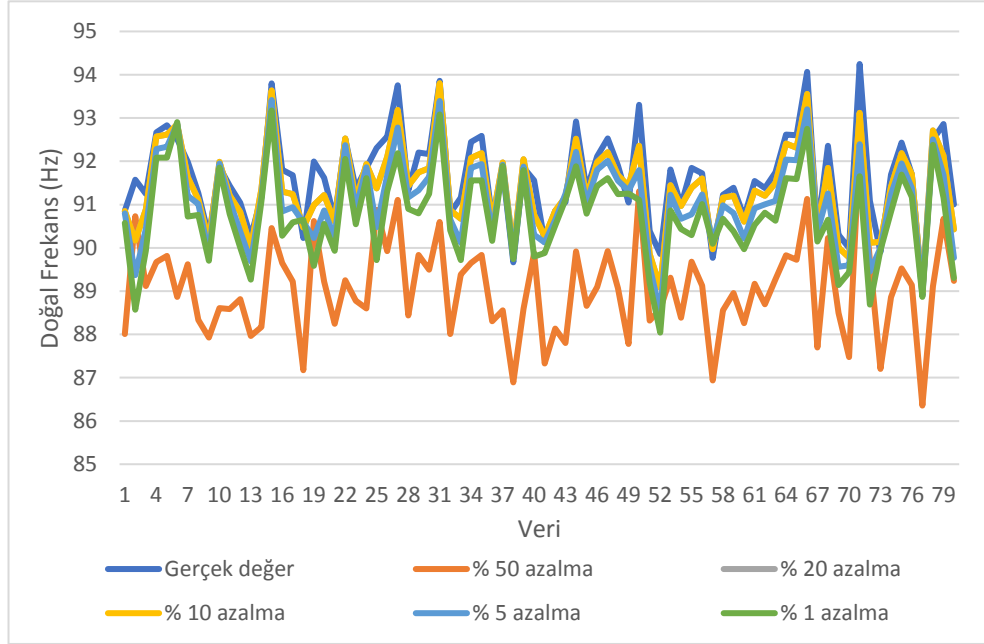


(d)

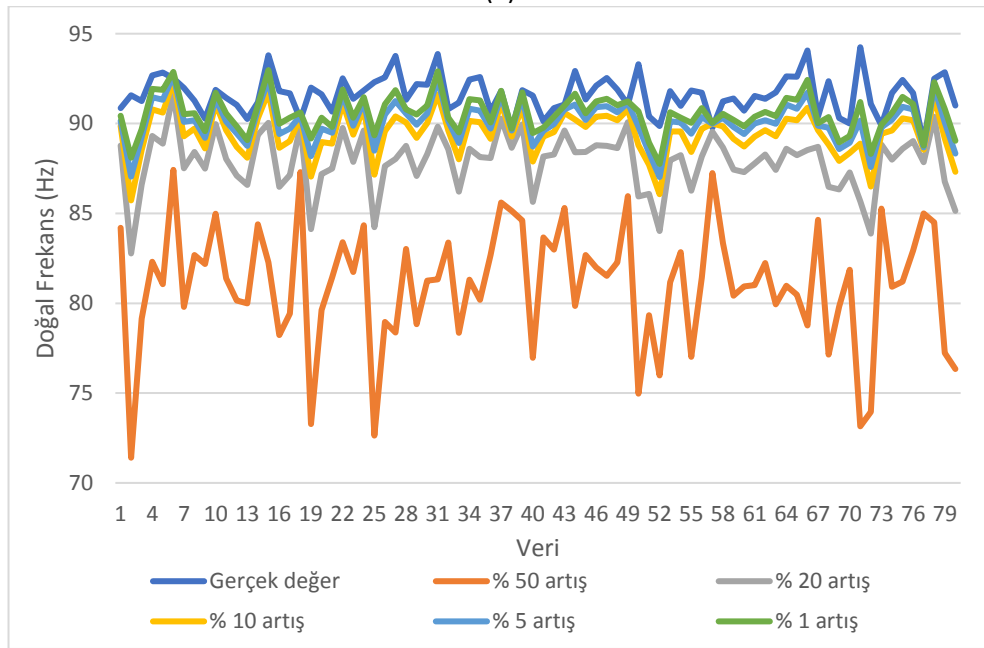
Şekil 5.2: Doğal frekans çıktısı için SOTN modelin stabilite analizi, (a) girdi parametrelerinin %1, 5, 10, 20 oranlarında azaltımı durumunda, (b) girdi parametrelerinin değerlerinin %1, 5, 10, 20 oranlarında arttırımı durumunda, (c) girdi parametrelerinin değerlerinin %50 oranında azaltımı durumunda, (d) girdi parametrelerinin değerlerinin %50 oranında arttırımı durumunda

Şekil 5.2, SOTN modelin doğal frekans çıktısı için stabilite testi analiz sonuçlarını göstermektedir. Stabilite testinde girdi parametre değerleri; 1%, 5%, 10%, 20%, 50% artırılıp azaltılarak doğal frekans çıktı değerinin değişimi grafiksel olarak gözlenmiştir. Şekil 5.2 a ve b' de görüldüğü gibi girdi değerlerini % 20'ye kadar arttırmak ve azaltmak doğal frekans değerlerinde anormal bir değişime sebebiyet vermemiştir. Ancak Şekil 5.2 c ve d' de girdilerin % 50 seviyesindeki değişimi doğal frekansta mühendislik bakımından makul olmayan bir değişim oluşturmuştur. Burada

ortaya çıkan negatif doğal frekans ve 150 hz ve üzeri doğal frekans gerçekte karşılaşılmaması mümkün olmayan değerlerdir.



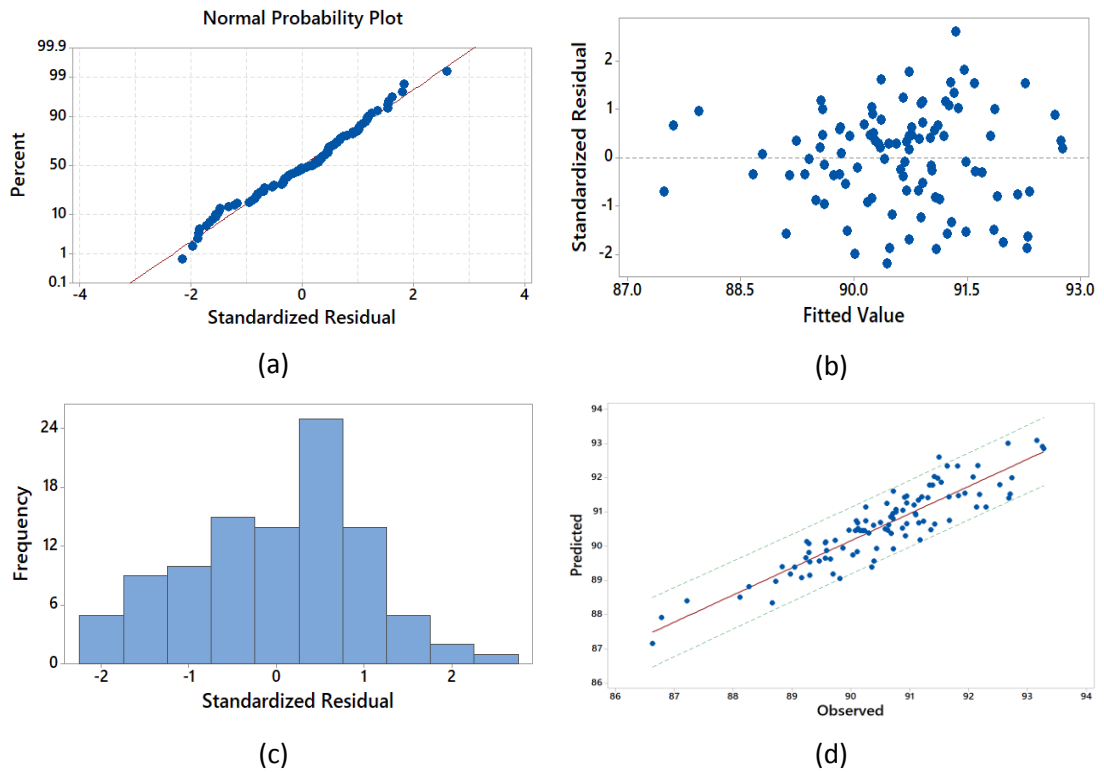
(a)



(b)

Şekil 5.3: Doğal frekans çıktısı için FOTN modelin stabilite analizi, (a) girdi parametrelerinin %1, 5, 10, 20, 50 oranlarında azaltımı durumunda, (b) girdi parametrelerinin değerlerinin %1, 5, 10, 20, 50 oranlarında arttırımı durumunda

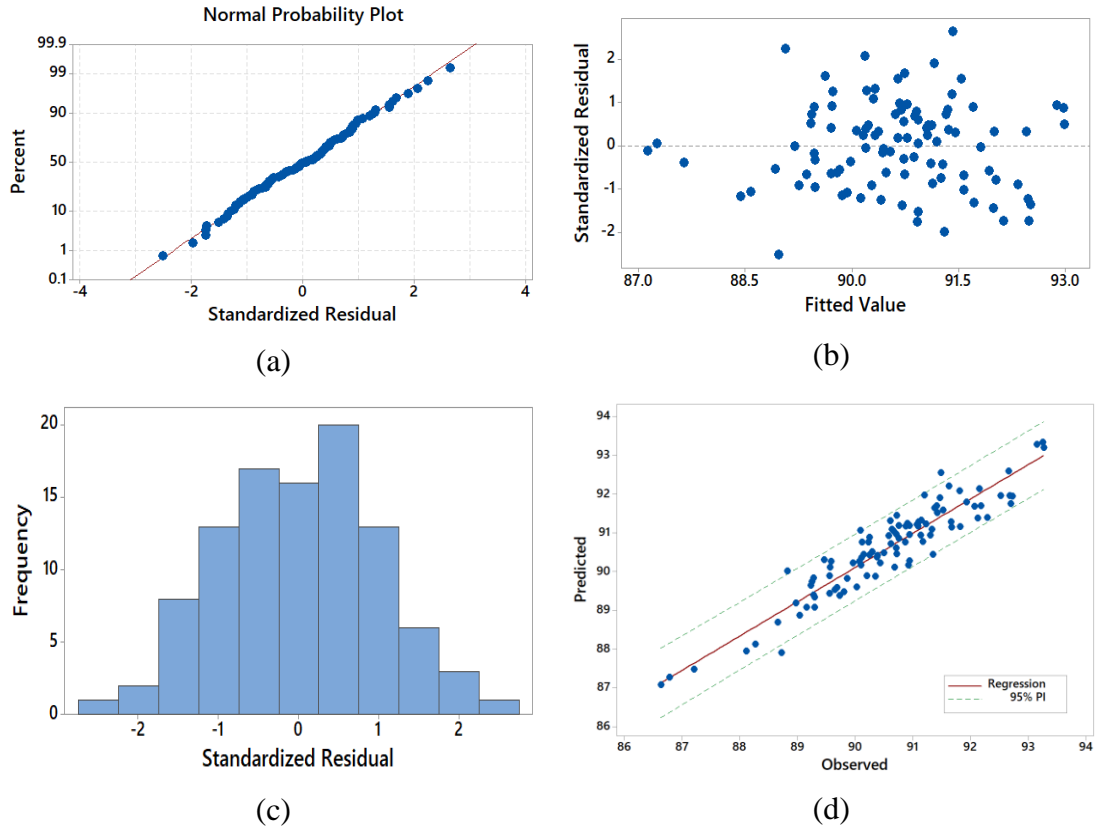
Şekil 5.3, FOTN modelin doğal frekans çıktısı için stabilite testi analiz sonuçlarını göstermektedir. SOTN modelden farklı olarak Şekil 5.3 (a) ve( b)’ de görüldüğü gibi girdi değerlerini 50%’ e kadar arttırmak ve azaltmak doğal frekans değerlerinde anormal bir değişime sebebiyet vermemiştir. FOTN ve SOTN modelin stabilite testi sonuçları incelendiğinde FOTN modelin SOTN modele göre daha kararlı olduğu söylenebilir. Ayrıca FOTN modelin içerdiği terimler ve terim sayısı dikkate alındığında, daha basit bir yapıya sahip olduğu görülür.



Şekil 5.4: Doğal frekans çıktısı için FOTN modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata değerleri, (c) standart hata oranlarının dağılımı (d) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi

Şekil 5.4, tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisini, tahmin edilen değerlerin hata oranlarını ve bunların dağılımlarını, tahmin edilen değerlerin istatistiksel tahmin bantları açısından değerlendirilmesini göstermektedir. FOTN modele ait sonuçlar incelendiğinde tahminden kaynaklanan hataların normal dağılım gösterdiği Şekil 5.4 a’da görülmektedir. Ayrıca her bir çıktı değeri için gerçekleşen ve tahmin edilen arasındaki farktan elde edilen hatanın bu hata değerinin standart hatasına oranı da Şekil 5.4 b’de gösterilmiştir. Burada hataları gösteren nokta dağılımlarının istatistiksel

olarak anlamlı ve kabul edilebilir olması için +3 ile -3 arasında değişiyor olmaları gerekir. Şekil 5.4 c’de hataların çoğunlukla 0-1 aralığında yer aldığı görülür. Şekil 5.4 d’de, tahmin edilen değerler, regresyon çizgisine yakın ve %95 tahmin aralığı bandında kümelenir. Bu, istatistiksel tahminlerin makul olduğunu ve diğer grafiklerdeki sonuçlarla tutarlı olduğunu göstermektedir.



Şekil 5.5: Doğal frekans çıktısı için SOTN modelin istatistiksel analizi, (a) hataların normal dağılımı, (b) standart hata değerleri, (c) standart hata oranlarının dağılımı (d) tahmin edilen ve gözlenen değerler ilişkisi

Şekil 5.5, SOTN model kullanılarak elde edilen tahmin sonuçların gerçek değerler ile ilişkisini ve hata değerlerinin istatistiksel olarak değerlendirilmesini göstermektedir. FOTN model ile benzer değerlendirmeleri yapmak mümkündür. Hataların normal dağıldığı, tahmin değerlerinin 95% güven aralığının içerisinde yer aldığı ve hataların -1 ile 1 aralığında yoğunlaştığı söylenebilir.

Bu çalışma, model değerlendirme kriterleri; sınır kontrolü, stabilite analizi ve hataların istatistiksel dağılımı incelenerek hem FOTN hem de SOTN modelin polinom modeller



yerine doğal frekansı modellemede kullanılabilecek daha uygun modeller olduklarını ortaya koymuştur. FOTN ve SOTN modeller bir birleri ile karşılaştırıldığında ise her iki modelin de bazı değerlendirme kriterlerinde birbirlerine üstünlük sağladıklarını ve net bir tercih yapmak yerine FOT modelin daha az terimli ve stabilitesi daha yüksek, SOT modelin ise tahmin performansı daha iyi bir model olduğunu söylemek daha anlamlı olacaktır.

## Problem 8

*Mathematical Modeling and Optimum Design of Zinc Oxide Nanostructures Modified Carbon Fiber Reinforced Polymethylmethacrylate-based Bone Cement Composite Using Machine Learning Methods*

Matematiksel modellemede polinom yapıların tek başlarına yeterli olamayabileceğine örnek olması bakımından incelenen bir diğer çalışma biyomedikal alanındandır. Bu çalışma kapsamında ele alınan polymethylmethacrylate (PMMA), ortopedi ve travmatolojide en sık kullanılan akrilik kemik çimentosudur. Eklem değiştirme operasyonlarında yükü protez implant ile kemik arasında aktarmak için eklem sızdırmazlık maddesi görevi görür. Tipik kullanım alanları arasında total eklem protezleri, kemik defektlerinin doldurulması ve osteoporoza bağlı vertebral kırıkların tedavisi sayılabilir. Tıbbi uygulamalarda sıklıkla kullanılan ve insan sağlığı için oldukça önemli olan bu kemik çimentosunun mühendislikte gerekli olan mekanik özellikleri sağlaması gerekmektedir. Bu nedenle farklı oranlarda karbon fiber (CF) ve çinko (Zn) ve/veya çinko oksit (ZnO) eklenerek güçlendirilmiş PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerinin uygun matematiksel modellerle belirlenmesi büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmanın amacı, PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerinin modellenmesinde değerlendirme kriterlerini karşılayan en iyi modelleri bulmaktır. Ayrıca bu süreçte polinom modellerin tek başlarına yeterli olup olamayacağı sorgulanmıştır. Bu bağlamda; polinom, trigonometrik, üstel (lojistik sigmoid) ve bu ifadelerin birleştirilmesi de dahil olmak üzere hibrit modeller aday model olarak kabul edilmiş ve gerçek sonuçları tahmin etme performansları istatistiksel olarak ölçülmüştür. Matematiksel modellerin incelendiği mekanik özellikler, eğilme yüklemesine maruz kalan PMMA kemik çimentosunun modül, dayanım ve gerinme

parametreleridir. Belirtilen mekanik özellikleri etkileyen tasarım değişkenleri, malzeme tipi ( $x_1$ ) ve malzeme oranıdır ( $x_2$ ). Burada CF, CF/Zn ve CF/ZnO birinci tasarım parametresi ( $x_1$ ) ve bu malzemelerin PMMA kemik çimentosundaki oranları ise ikinci tasarım parametresi ( $x_2$ ) ile ilişkilidir.

Matematiksel modelleme aşamasında kullanılan PMMA kemik çimentosunun modül, dayanım ve gerinim değerlerine ilişkin eğitim ve test verileri Tablo 5.7'de verilmiştir.

Tablo 5.7. PMMA kemik çimentosu için eğme yükü altında elde edilen modül, dayanım ve uzama değerleri

			Eğme Yükleme		
			Modül (MPa)	Dayanım (MPa)	Gerinme (%)
Eğitim	PMMA	0	1507.14	23.22	3.59
Test		0.1	1861.94	36.61	1.33
Eğitim	PMMA-CF	0.25	1399.63	35.61	2.24
Eğitim		0.5	1978.70	43.53	2.17
Eğitim		1	1531.00	34.95	2.62
Eğitim		0.1	1783.14	23.46	2.01
Eğitim	PMMA-CF/Zn	0.25	1765.39	38.8	2.05
Test		0.5	1414.05	36.77	3.47
Eğitim		1	875.73	16.22	2.11
Eğitim	PMMA-CF/ZnO	0.1	1534.56	27.86	1.76
Eğitim		0.25	2156.43	25.88	1.07
Eğitim		0.5	1868.02	36.51	2.28
Test		1	1542.33	19.54	1.66

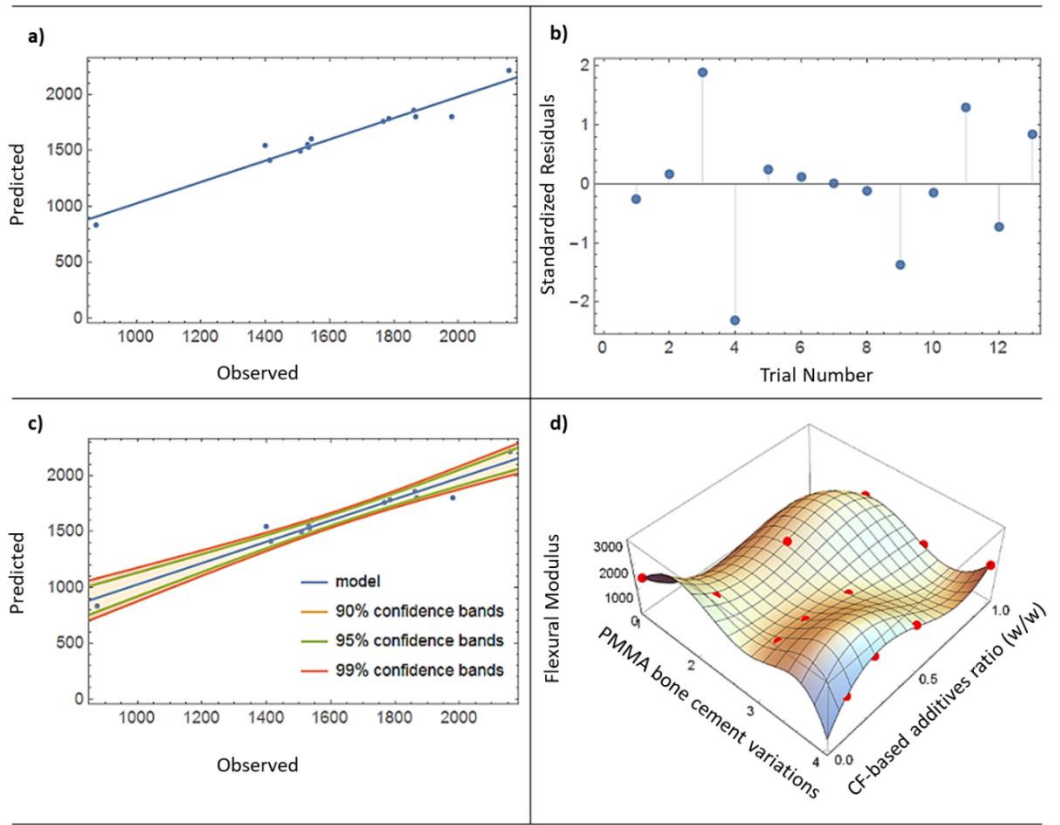
Tablo 5.8, eğilme modülünü doğru bir şekilde tanımlamak için önerilen matematiksel modelleri ve bunların başarı değerlendirme kriterleri sonuçlarını göstermektedir. Matematiksel modeller polinom, trigonometrik ve bu iki formu birleştiren hibrit formlardan oluşur. Elde edilen sonuçlara göre FOTN model test aşamasında başarısız olurken, FON ve HM3 modeller tüm değerlendirme kriterlerini karşılamaktadır.  $R^2$  değerlendirme kriterlerine göre eğitim ve test aşamalarında FON model HM3 modele

göre daha başarılı olmasına rağmen HM3 modelin ürettiği sonuçlar deneysel sonuçlarla daha yüksek uyum içindedir. Deneysel sonuçlarda, maksimum eğilme modülü ve ilgili tasarım parametresi değerleri sırasıyla; 2156 MPa ve  $x_1=4$ ,  $x_2=0,25$  iken, HM3 model tarafından tahmin edilen modül ve tasarım parametreleri 2246 MPa ve  $x_1=4$ ,  $x_2=0.29$  dir. Yani, deneysel sonuçlar ve HM3 model, en yüksek eğilme modülü elde etmek için CF/ZnO eklenmiş PMMA kemik çimentosunun kullanılmasını önermektedir. Buna karşılık, FON model, CF eklenmiş PMMA kemik çimentosunun en yüksek eğilme modülü sağlayacağı bilgisini vermektedir. Ek olarak, hem deneysel sonuçlar hem de modeller, CF/Zn katkı maddelerinin PMMA kemik çimentosu ile desteklenmesi durumunda eğilme modülünün minimum olacağını göstermektedir.

Tablo 5.8: Eğilme modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maks. Modül (MPa)		Min. Modül (MPa)	
FON	0.99	0.98	2684.23	$x_1=2$ , $x_2=0.77$	869.67	$x_1=3$ , $x_2=1$
FOTN	0.99	-0.17	1879.93	$x_1=4$ , $x_2=0.1$	1231.05	$x_1=3$ , $x_2=1$
HM3	0.94	1	2246.82	$x_1=4$ , $x_2=0.29$	834.88	$x_1=3$ , $x_2=1$

Şekil 5.6, kemik çimentosu malzemesinin eğilme modülü davranışını tanımlayan HM3'ün ayrıntılı bir grafiksel değerlendirmesini göstermektedir. Grafiksel sonuçlara göre, önerilen HM3'ün gerçek sonuçları oldukça düşük hata oranlarıyla tahmin edebildiği, istatistiksel bakımdan hata oranlarının güvenli kabul edilen sınırlar içerisinde kaldığı söylenebilir. Şekil 5.6 d'de deneysel sonuçlar ve önerilen modelin bir arada yer aldığı grafiksel gösterim modelin başarısını desteklemekte ve eğilme modülünün matematiksel davranışı ile ilgili fikir vermektedir.



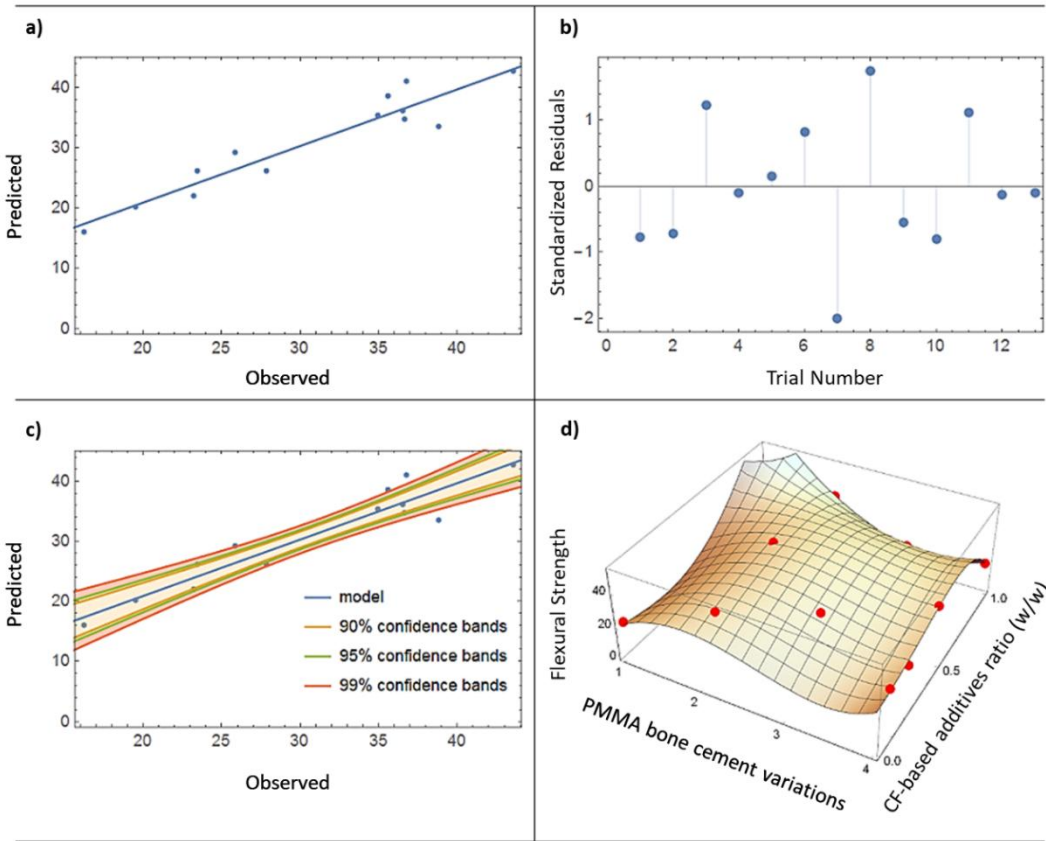
Şekil 5.6: Eğilme modülü için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi

Tablo 5.9, PMMA kemik çimentosu malzemesi için eğilme dayanımı davranışını açıklamak için kullanılan matematiksel modelleri ve onların başarı değerlendirme kriterleri sonuçlarını göstermektedir. Sadece HM4 ve HM5'in tüm değerlendirme kriterlerini sağladığı ve TON ve FON modellerin test aşamalarında ve sınırlılık kontrolünde başarısız olduğu görülmektedir. FON model, hem test aşamasında hem de ürettiği maksimum ve minimum değerlerin mühendislik ve uygulama açısından makul olup olmadığının kontrol edildiği sınırlılık kontrol aşamasında başarısız oldu. Bu model, kemik çimentosunun eğilme dayanımını kabul edilemez değerler olan maksimum 158 MPa ve minimum -128 MPa olarak bulmuştur. TON model sadece test kriterlerini karşılayamamıştır ve sınır kontrolünde elde edilen maksimum ve minimum eğilme dayanımları deneysel sonuçlarla tutarlı kabul edilebilir değerlerdir.

Tablo 5.9: Eğme yükü altında dayanımın modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirilmesi

Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum Dayanım (MPa)	Minimum Dayanım (MPa)
TON	1	-3.96	51.69 $x_1=2, x_2=0.75$	16.22 $x_1=3, x_2=1$
FON	0.9	0.003	150.12 $x_1=3, x_2=0.1$	-128.07 $x_1=3, x_2=0.69$
HM4	0.91	0.89	43.85 $x_1=2, x_2=0.67$	16.11 $x_1=3, x_2=1$
HM5	0.93	0.75	43.77 $x_1=2, x_2=0.67$	16.23 $x_1=3, x_2=1$

PMMA kemik çimentosu malzemesinin eğilme mukavemeti davranışını tanımlayan HM4'ün ayrıntılı bir grafiksel değerlendirmesi Şekil 5.7'de verilmiştir.



Şekil 5.7: Eğilme dayanımı için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi

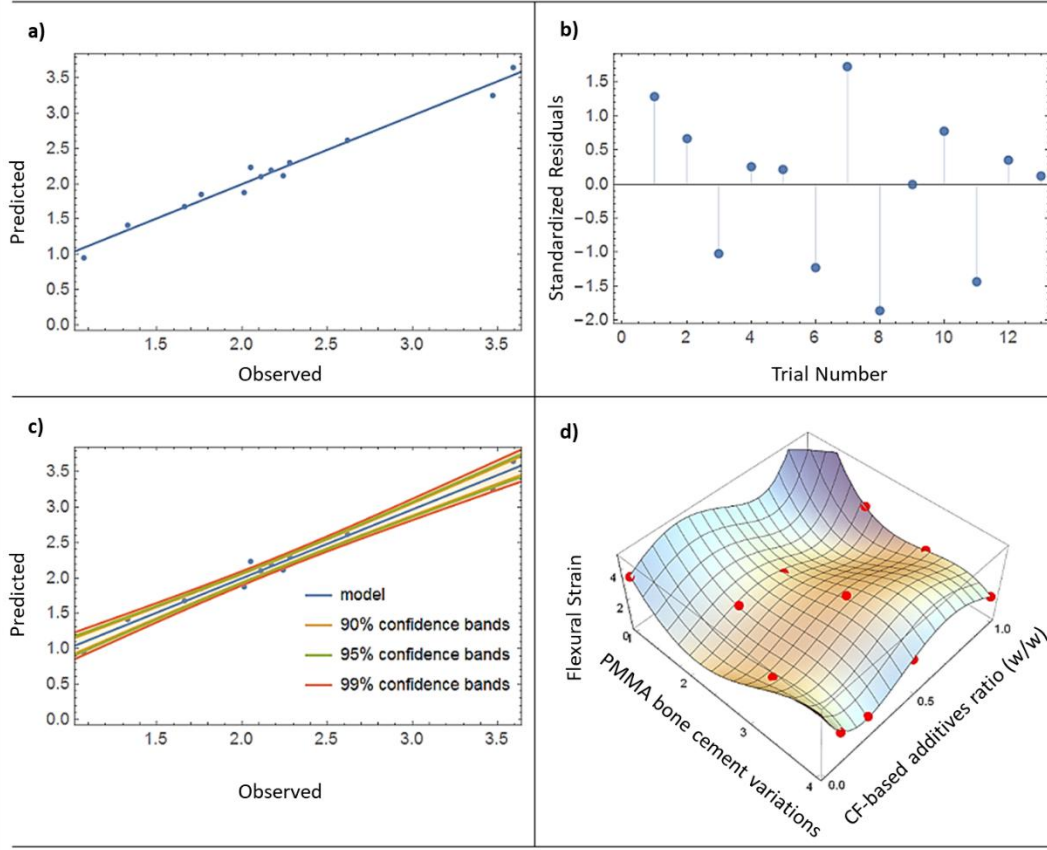
Grafiksel sonuçlara göre, önerilen HM4'ün gerçek sonuçları oldukça düşük hata oranlarıyla tahmin edebildiği, istatistiksel bakımdan hata oranlarının güvenli kabul edilen sınırlar içerisinde kaldığı söylenebilir.

Tablo 5.10, PMMA kemik çimentosu eğilme gerinme davranışını açıklamak için önerilen matematiksel modelleri ve onların başarı değerlendirme sonuçlarını göstermektedir. HM6 ve LS modelin tüm değerlendirme kriterlerini başarıyla sağladığı, dördüncü dereceden polinom modelinin ise test aşamasında başarısız olduğu görülmektedir. HM6 ve LS modeller tarafından bulunan %0.95 ve %0.81'lik eğilme gerinim değerleri, deneysel sonuç ile tutarlı (%1.07) ve ondan daha iyi bir tasarım sunmaktadır. Hem deneysel sonuç hem de HM6 ve LS matematiksel modeller en düşük eğilme gerinmesinin CF/ZnO kaplı PMMA malzemesi kullanılarak elde edilebileceğini ortaya koymaktadır.

Tablo 5.10: Eğme yükü altında gerinme davranışının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı değerlendirmesi

Model	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{test}}$	Maksimum Gerinme (%)		Minimum Gerinme (%)	
FON	1	0.46	3.36	$x_1=3, x_2=0.68$	1.07	$x_1=4, x_2=0.24$
HM6	0.97	0.98	3.30	$x_1=3, x_2=0.55$	0.95	$x_1=4, x_2=0.24$
LS	1	0.96	3.49	$x_1=3, x_2=0.42$	0.81	$x_1=4, x_2=0.32$

Şekil 5.8, PMMA kemik çimentosu malzemesinin eğilme gerinim davranışını tanımlayan HM6'nın ayrıntılı bir grafiksel değerlendirmesini göstermektedir. Şekil 5.8 a, b ve c'deki grafiksel sonuçlar; model tarafından tahmin edilen değerlerin ve deneysel olarak elde edilen gerçek sonuçların istatistiki açıdan tutarlı olduğunu göstermektedir. Şekil 5.8 d'de tahmin edilen ve gerçekleşen değerlerin uyumu, matematiksel modelin deneysel sonuçların bir arada verildiği grafiksel gösterimde açıkça görülmektedir.



Şekil 5.8: Eğme yükü altında gerinme davranışının modellenmesinde için NRM'nin önerdiği modelin, (a) gerçek ve tahmin edilen sonuçlar ilişkisi, (b) hataların dağılımı, (c) güven aralığı, (d) 3B matematiksel modelin gösterimi

Bu bölüm kapsamında üç farklı mühendislik alanından problem incelenmiş ve polinom yapıların matematiksel modelleme de her zaman yeterli olup olmadığı değerlendirilmiştir. Ele alınan problemlerde de görüldüğü gibi polinom yapılar bazen girdi ve çıktı arasındaki ilişkiyi modelleme yetersiz kalabilmekte veya tamamen başarısız olabilmektedir. Bu gibi durumlarda, alternatif model tipi olarak trigonometrik, üstel fonksiyonlardan ve onların bir arada kullanıldığı hibrit yapılardan faydalanmak modellemede önemli bir iyileştirme ve fayda sağlayabilir. İncelenen örnek problemlerde bu model yapılarının polinom modellerle karşılaştırmaları detaylı bir şekilde yapılmış ve alternatif model yapıları kullanmanın avantajı açık bir şekilde ortaya konulmuştur.

## Bölüm 6

# Taguchi Deney Tasarım Metodu

### 6.1 Taguchi'nin Bir Deney Tasarım Metodu Olarak Kullanılmasının Modelleme Üzerindeki Etkisi

Taguchi birçok farklı alandaki problemlerin deney tasarımı, modelleme ve optimizasyonu amacıyla kullanılan literatürde en sık karşılaşılan metotlardan biridir. Taguchi'nin çok fazla tercih edilen bir metot olmasının temel sebebi deney tasarımı sürecinde yapılması gereken deney sayısının minimum seviyede tutulmasını mümkün kılması ve bunun doğal sonucu olarak tüm problemlerde en önemli faktör olarak ön plana çıkan maliyeti düşürmesidir. Taguchi'yi prestijli bir metot haline getiren bu durumun sonucu olarak mühendislik, fizik, kimya, biyoloji, tıp, sosyal bilimler gibi birçok farklı alan problemlerinde Taguchi kullanımını görmek mümkündür. Taguchi ortogonal dizilimi araştırmacılara deney seti oluşturma konusunda çok geniş bir tasarım imkânı sunar. Daha önce deney tasarım metotlarından bahsedilirken sunulmuş olan Taguchi dizayn tablosu incelendiğinde, dizayn parametreleri ve onların seviye değerleri dikkate alınarak farklı deney tasarım setleri oluşturma mümkün olduğu görülebilir. Bazı Taguchi dizilimleri kullanıldığında diğer deney tasarım metotları ile deney sayısı ve içerdiği parametreler bakımından büyük oranda benzerlik söz konusu iken, bazı Taguchi dizilimleri ise deney sayısını alternatif deney tasarım metotları ile karşılaştırıldığında çok düşük sayılarda tutmaktadır. Bu cazip bir durum gibi gözükse de deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon birbirlerinden ayrı düşünülmemesi gereken bir sürecin parçaları olduğu için herhangi birinde ortaya çıkan aksaklık diğer adımları da etkiler. Yani Taguchi'nin az deney sayısı ile modelleme ve optimizasyon imkânı sunması ele alınan problemin doğru tanımlanması ve analiz edilmesi ile ilgili



yanılığa sebep olabilir. Bu sebeple, deney tasarımı bu üçlü sürecin çok önemli bir adımıdır. Kullanılacak deney tasarım metoduna karar verilmeden önce ele alınan problemin dizayn parametreleri, kısıtları ve onların değer aralıkları dikkatli bir şekilde analiz edilmelidir. Tablo 6.1’de literatürde en sık kullanılan Taguchi ortogonal dizilimlerine ve onların kullanıldığı çalışmalara örnekler verilmiştir. Taguchi metodu farklı sayılarda dizayn parametrelerine sahip birçok mühendislik probleminde deney tasarım, modelleme ve optimizasyon metodu olarak kullanılmaktadır. En çok ön plana çıkan Taguchi ortogonal dizilimleri L8, L9, L16, L18, L25, L27 ve L32 dir. Modellemede ise lineer, ikinci ve üçüncü derece polinom matematiksel modeller kullanılmaktadır. Tablo 6.1’de Taguchi metodu tarafından gerçekleştirilmesi önerilen deney sayısı ile normalde tüm seçenekler dikkate alınarak gerçekleştirilmesi gereken deney sayısı karşılaştırıldığında dikkat çeken bir durum ortaya çıkmaktadır. Taguchi metodu FFD’e göre bazı durumlarda yüzde bir bazı durumlarda ise neredeyse binde bir oranında deney gerçekleştirilmesini önermektedir. Tüm bu bahsedile açıklamalar doğrultusunda Taguchi metodunun ürettiği sonuçların güvenilirliğini tartışmak mutlaka ele alınması gereken bir konu haline gelmiştir. Bu sebeple aşağıda detayları açıklanan problemde en çok karşılaşılan taguchi ortogonal dizilimleri kullanılarak deney tasarımı ve modelleme süreçlerinde elde edilen sonuçlar FFD sonuçları ile karşılaştırılarak Taguchi’nin verimliliği incelenmiştir.

Tablo 6.1: Literatürde en sık kullanılan Taguchi ortogonal dizilimleri ve örnek çalışmalar

Yıl	Çalışma	Çalışma Konusu	Dizayn Parametresi Sayısı	Taguchi Ortogonal Dizilimi	FFD Deney Sayısı	Amaç Fonksiyonu	Model
2018	Raju ve diğ.[1]	3B katmanlı üretim	4	L18(2x3 <sup>3</sup> )	54	Yüzey pürüzlülüğü Sertlik Çekme dayanımı Eğme modülü	L
2021	Hong ve diğ. [44]	Tren fren disk tasarımı	18	L32(2 <sup>18</sup> )	262144	Sıcaklık	SON
2016	Pahange ve Abolbashari [3]	Uçak kanat tasarımı	6	L18(2x3 <sup>5</sup> )	486	Ağırlık Deplasman	-
2016	Zeng ve diğ. [45]	Otomotiv kompozit tampon tasarımı	4	L9(3 <sup>4</sup> )	81	Ağırlık Maliyet	TON
2021	Fountas ve Vaxevanidis [46]	3B katmanlı üretim	3	L9 (3 <sup>3</sup> )	27	Boyutsal hata Üretim süresi	SON
2019	Kun ve diğ. [47]	Elyaf takviyeli kompozit enjeksiyon kalıplama işlemi	5	L27(3 <sup>5</sup> )	243	Büzülme Çarpıklık Artık gerilme	SON
2021	Chaudhari ve diğ. [48]	Elektroerozyon prosesi	4	L16(4 <sup>4</sup> )	256	Malzeme kaldırma oranı Yüzey pürüzlülüğü	L
2022	Jahari ve Akyüz [2]	Otomobil fren diski tasarımı	9	L16(2 <sup>6</sup> x3 <sup>3</sup> )	1728	Soğuma süresi	L

2021	Kumar ve diğ. [49]	Polimer kompozitlerde delme prosesi	3	L16(4 <sup>3</sup> )	64	Malzeme kaldırma oranı Yüzey pürüzlülüğü İtme kuvveti Tork	L
2021	Huang ve diğ. [50]	Lazer kaynak prosesi	6	L25(5 <sup>6</sup> )	15625	Kaynak derinliği Kaynak dayanımı	-
2022	Cheng ve diğ. [51]	Rüzgar türbini kanat tasarımı	3	L9 (3 <sup>3</sup> )	27	Türbin verimi	-
2022	Elsayed ve diğ. [52]	Enerji depolama sistemleri	6	L25 (5 <sup>6</sup> )	15625	Türbin hidrolik gücü	
2020	Biçer ve diğ. [53]	Kabuk ve boru tipi ısı eşanjörünün tasarımı	5	L16(4 <sup>5</sup> )	1024	Sıcaklık Basınç	-
2021	Maguliri ve diğ. [54]	3B katmanlı üretim	3	L8(2 <sup>2</sup> x4)	16	Elastik modül Çekme dayanımı Kopma gerinmesi	-
2019	Lenin ve diğ. [55]	Bina havalandırma sistemlerinin optimizasyonu	5	L8(2 <sup>4</sup> x4)	64	Sıcaklık Kütleli debi	SON
2022	Yuce ve diğ. [56]	Bina havalandırma sistemlerinin performans analizi	5	L25 (5 <sup>5</sup> )	3125	Hava kalitesi	-

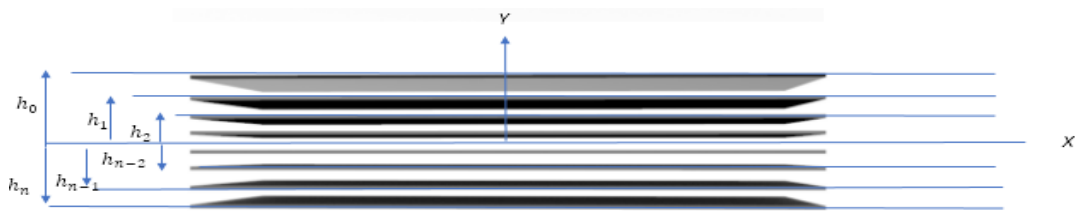
## Problem 9

*Hosseinzadeh, Y., Jalili, S., & Khani, R. (2020). Investigating the effects of flax fibers application on multi-objective optimization of laminated composite plates for simultaneous cost minimization and frequency gap maximization. Journal of Building Engineering, 32, 101477. [57]*

Bu çalışmada Taguchi'nin bir deney tasarım metodu olarak kullanılmasının modelleme üzerindeki etkisinin araştırılması amaçlanmıştır. Bunun için tabakalı kompozit malzemelerde doğal frekans aralığı analizi referans problem olarak seçilmiştir. Böyle bir problemin seçilmesi bize deney tasarımı ve modelleme açısından bazı avantajlar sağlar:

1. Tabakalı kompozit malzemelerde doğal frekans aralığı analizi analitik çözümü olan bir problemdir. Dolayısıyla veri seti oluşturmak için istenilen sayıda ve doğru bir şekilde sonuç üretmek mümkün olacaktır.
2. Tabakalı kompozit malzeme mekaniği problemlerinde çözüm aşamasında kullanılan amaç fonksiyonları yüksek nonlineerlik içeren trigonometrik ifadelerden oluşmaktadır. Bu durum matematiksel modelleme sürecinde başarılı model elde edilebilmesi için daha hassas çalışmayı gerektirmektedir.
3. Tabakalı kompozit malzemeler birçok kullanım alanına sahip olduğu için sistematik bir deney tasarımı ve matematiksel modelleme prosesi geliştirmek araştırmacıların zor analitik formül ve diferansiyel denklem çözümleri ile ilgilenmelerine gerek kalmadan kompozit malzeme mekaniği problemlerine çözüm sunabilmelerine imkan sağlayacaktır.

Bu değerlendirmeler doğrultusunda, Şekil 6.1'de yer alan 8 tabakalı simetrik grafit/epoksi kompozit kullanılmış ve bu yapıda fiber açıları girdi, frekans aralığı ise çıktı parametresi olarak seçilmiştir.



Şekil 6.1: Tabakalı simetrik grafit/epoksi kompozit

Tabakalı kompozit doğal frekans aralığı problemi Klasik Laminasyon Teorisi dikkate alınarak çözülmüştür. Klasik Laminasyon Teorisinin varsayımları ve detaylı bilgi için referans çalışma incelenebilir [58]. Kompozit malzeme mekaniği tabanlı analitik formül kullanılarak doğal frekans aralığının hesaplanabilmesi için tabakalı kompozit'in açığa bağlı özelliklerinin tespit edilmesi gerekir. Dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi  $[\bar{Q}_{ij}]$  elamanları açılı tabakalı kompozit için şu şekilde ifade edilir [58].

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 + Q_{12}(c^4 + s^4) \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})sc^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})s^3c \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})cs^3 - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66})sc^3 \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})s^2c^2 + Q_{66}(c^4 + s^4)
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi içerisinde yer alan elemanlar mühendislik sabitlerine bağlı olarak ifade edilebilirler.

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} & Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} & Q_{66} &= G_{12} \\
Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} & \nu_{21} &= \frac{E_2}{E_1}\nu_{12}
\end{aligned} \tag{6.2}$$

Burada,  $E_1, E_2, \nu_{12}$  and  $G_{12}$  sırasıyla, tabakalı kompozit malzemenin fiber yönünde ve fibere dik yönde elastisite modüllerini, poisson oranını ve kayma modülünü göstermektedir. Eğilme rijitlik matrisi  $[D]$  herbir tabaka için hesaplanan dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi ve herbir tabakanın kalınlığına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir [58].

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1})^3, \quad i, j = 1, 2, 6 \tag{6.3}$$

Ele alınan problemde amaç fonksiyonu olarak seçilen doğal frekans modları arası fark (F) ve onunla bağlantılı doğal frekans ( $\omega$ ) aşağıdaki gibi hesaplanır [34, 57].

$$\omega_{mn}^2 = \frac{\pi^4}{\rho h} \left[ D_{11} \left( \frac{m}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left( \frac{m}{a} \right)^2 \left( \frac{n}{b} \right)^2 + D_{22} \left( \frac{n}{b} \right)^4 \right] \tag{6.4}$$

$$F = \left( \frac{(\omega_2^{Gl} - \omega_1^{Gl})_{max} - (\omega_2 - \omega_1)}{(\omega_2^{Gl} - \omega_1^{Gl})_{max}} \right)^2 \quad (6.5)$$

Tablo 6.2: Taguchi ortogonal dizilimleri, dizayn parametreleri ve onların aldığı seviye değerleri

	L8	Seviye 1	Seviye 2			
Senaryo1	x <sub>1</sub>	0	90			
	x <sub>2</sub>	0	90			
	x <sub>3</sub>	0	90			
	x <sub>4</sub>	0	90			
	L9	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3		
Senaryo2	x <sub>1</sub>	0	45	90		
	x <sub>2</sub>	0	45	90		
	x <sub>3</sub>	0	45	90		
	x <sub>4</sub>	0	45	90		
	L16	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3	Seviye 4	
Senaryo3	x <sub>1</sub>	0	30	60	90	
	x <sub>2</sub>	0	30	60	90	
	x <sub>3</sub>	0	30	60	90	
	x <sub>4</sub>	0	30	60	90	
	L25	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 5
Senaryo4	x <sub>1</sub>	0	22.5	45	67.5	90
	x <sub>2</sub>	0	22.5	45	67.5	90
	x <sub>3</sub>	0	22.5	45	67.5	90
	x <sub>4</sub>	0	22.5	45	67.5	90
	L27	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3		
Senaryo5	x <sub>1</sub>	0	45	90		
	x <sub>2</sub>	0	45	90		
	x <sub>3</sub>	0	45	90		
	x <sub>4</sub>	0	45	90		

Literatürde en çok kullanılan deney tasarım ve modelleme metotlarından biri olan Taguchi kullanılarak deney setleri oluşturulmuştur. Ve yine bu deney setleri oluşturulurken literatürde en sık rastlanan Taguchi ortogonal dizilimleri tercih edilmiştir. Taguchi'nin modellemede başarısını karşılaştırabilmek için tanımlanan aynı kompozit malzemede doğal frekans problemleri FFD deney tasarım ve modelleme metodu kullanılarak da ele alınmış ve sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Burada dikkat çekilmek istenen nokta, Taguchi'nin çok düşük deney sayılarıyla modelleme ve optimizasyonda kullanımı gerçekten anlamlı mı? Yoksa bu durum yanılgılara sebebiyet verebileceği için kullanımında daha dikkatli olunmalıdır görüşlerini tartışmaktır.

Tablo 6.2, farklı Taguchi ortogonal dizilimleri için dizayn parametrelerini ve onların aldığı seviye değerlerini göstermektedir. Belirtilen ortogonal dizilimler için dizayn parametreleri ve seviye değerleri kullanılarak deney setleri oluşturulmuştur. Burada L8 deney setinin 8 deneyden oluştuğunu göstermektedir. Benzer şekilde diğer ortogonal dizilimlerin deney sayıları da belirtilmiştir.

Tablo 6.3: Taguchi ve FFD tasarımlarda gerçekleştirilmesi gereken deney sayıları

	Senaryo	Taguchi	FFD
Deneme	Senaryo1	8 (L8)	16 (L16)
	Senaryo2	9 (L9)	81 (L81)
	Senaryo3	16 (L16)	256 (L256)
	Senaryo4	25 (L25)	625 (L625)
	Senaryo5	27 (L27)	81 (L81)

Tablo 6.3, aynı senaryo çalışmasında Taguchi ve FFD deney tasarım metotları kullanıldığı durumda gerçekleştirilmesi gereken deney sayılarını göstermektedir. Mesela Senaryo1'i incelersek Taguchi kullanıldığı durumda 8 deney yapmak yeterliyken, aynı problem için FFD 16 deney önermektedir. Burada özellikle Taguchi kullanıldığı durumda L9, L16, ve L25 ortogonal dizilimlerinde FFD ile kıyaslandığında deney sayısında önemli düşüşler sağlandığı görülmektedir.

Dolayısıyla Taguchi ve FFD deney tasarım ve modelleme metotlarının karşılaştırılması ile ilgili bir gereklilik ortaya çıkmıştır.

Tablo 6.4 deney tasarımı ve modelleme metodu olarak Taguchi kullanıldığı durumda farklı ortogonal dizilimler (L8, L9, L16, L25, L27) için oluşturulan ikinci ve üçüncü derece polinom modellerin başarı durumlarını göstermektedir.  $R^2$  bir değerlendirme kriteri olarak kullanıldığında, senaryolarda (1-5) yer alan tüm ortogonal dizilimler için önerilen polinom modellerin çok yüksek başarı oranlarına sahip oldukları görülmektedir ( $R^2 > 0.95$ ). İkinci bir değerlendirme kriteri olarak sınır kontrolü dikkate alınarak modellerin ürettikleri maksimum ve minimum çıktı değerleri incelendiğinde senaryo 2 ve senaryo 5’de yer alan SON modellerin mühendislik bakımından anlamsız değerler ürettikleri görülmektedir. Doğal frekans aralığı çıktısının negatif bir değer alması mümkün değildir. Bunların dışında diğer senaryolardaki modellerin ürettikleri maksimum ve minimum değerler analitik formül kullanılarak üretilen değerler ile tutarlılık göstermektedir.

Tablo 6.4: Taguchi deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modellerin başarı değerlendirmesi

Senaryo	Dizayn Metot	Model	$R^2$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	Maks.	Min.
Senaryo1	Taguchi L8	SON	1	1	1502.68	502.67
		TON	1	1	1502.68	502.67
Senaryo2	Taguchi L9	SON	1	1	1856.76	-338.18
		TON	1	1	2269.76	502.67
Senaryo3	Taguchi L16	SON	0.97	0.95	2696.28	534.75
		TON	1	1	2597.37	461.27
Senaryo4	Taguchi L25	SON	0.95	0.94	2473.11	162.18
		TON	0.99	0.99	2934.85	500.02
Senaryo5	Taguchi L27	SON	1	1	1856.76	-338.18
		TON	1	1	2269.76	502.67

Tablo 6.5’de Taguchi metodu için yapılan değerlendirmenin bir benzeri FFD kullanıldığı durumda yapılmıştır. Tüm senaryolarda önerilen ikinci ve üçüncü derece



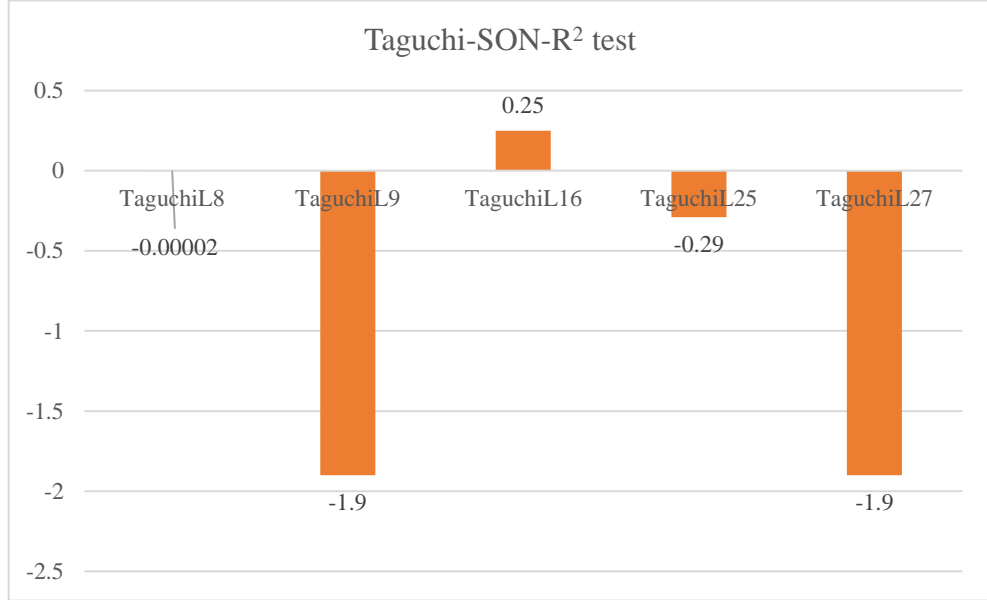
polinom modellerin hem  $R^2$  hem de sınır kontrol kriterlerini başarı ile sağladığı görülmektedir.

Tablo 6.5: FFD deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modellerin başarı değerlendirilmesi

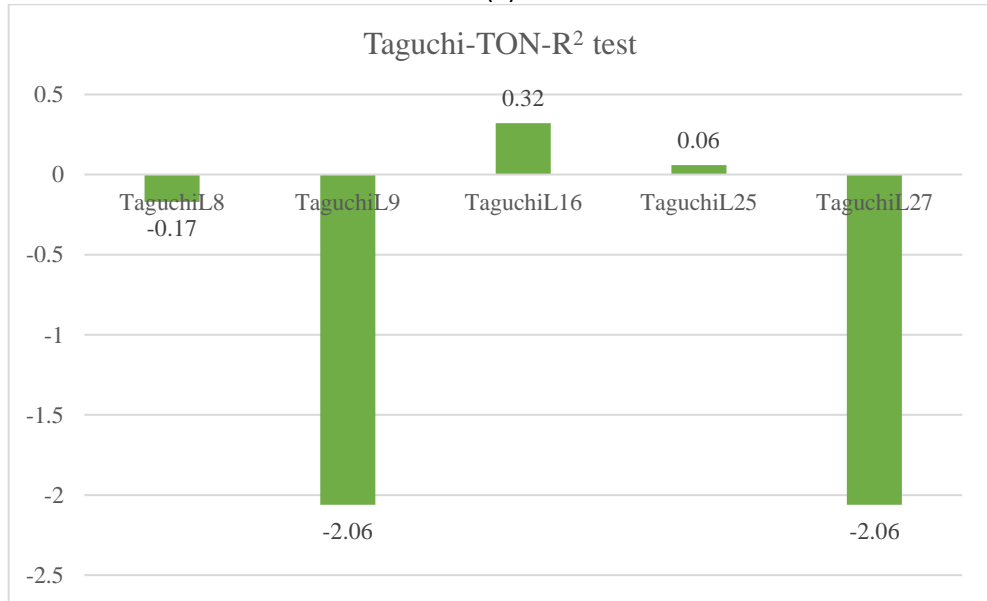
Senaryo	Dizayn Metot	Model	$R^2$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	Maks.	Min.
Senaryo1	FFD L16	SON	0.99	0.99	1770.02	503.78
		TON	0.99	0.99	1770.02	503.78
Senaryo2	FFD L81	SON	0.98	0.98	1732.93	451.13
		TON	0.98	0.98	1789.96	451.13
Senaryo3	FFD L256	SON	0.91	0.91	1817.7	379.8
		TON	0.91	0.91	1817.7	379.8
Senaryo4	FFD L625	SON	0.9	0.9	1846.9	313.01
		TON	0.9	0.9	1846.9	313.01
Senaryo5	FFD L81_2	SON	0.98	0.98	1732.93	451.13
		TON	0.98	0.98	1789.96	451.13

Tablo 6.4 ve Tablo 6.5 ‘deki sonuçlar incelendiğinde Taguchi’nin deney tasarımı ve modelleme de oldukça başarılı olduğu düşünülebilir ancak sadece deney seti dataları kullanılarak modelleme yapmak ve model başarısına bakmak sadece modelin gerçek değerleri ne kadar iyi tahmin ettiği yönünde bir çıkarım yapmamızı sağlar. Oysaki önerilen modellerden beklenti veri seti içerisinde yer almayan bir girdi seti sorulduğunda da doğru tahminlerde bulunabilmeleridir. Bu sebeple Taguchi metodu ile üretilen deney setleri kullanılarak elde edilen matematiksel modeller Taguchi’ de yer almayıp FFD’ de yer alan data satırları kullanılarak test edilmiştir. Bu işlem gerçekleştirilirken her bir senaryo ’ya karşılık gelen Taguchi ve FFD veri setleri kullanılmıştır. Mesela Senaryo1 ele alınırsa Taguchi için 8 satırdan oluşan veri seti kullanılarak model kurulduğu anlaşılmaktadır. Aynı senaryo için FFD 16 satırdan oluşan bir veri seti önermektedir. Dolayısıyla FFD’ de olup Taguchi’ de olmayan 8 satır vardır. Bu 8 satır kullanılarak Taguchi’nin önerdiği matematiksel modeller test edilecektir. Benzer değerlendirmeler tüm senaryolar için gerçekleştirildiğinde FFD

yerine Taguchi kullanmanın nasıl bir etki yaratacağını gözlemlemek mümkün olacaktır.



(a)



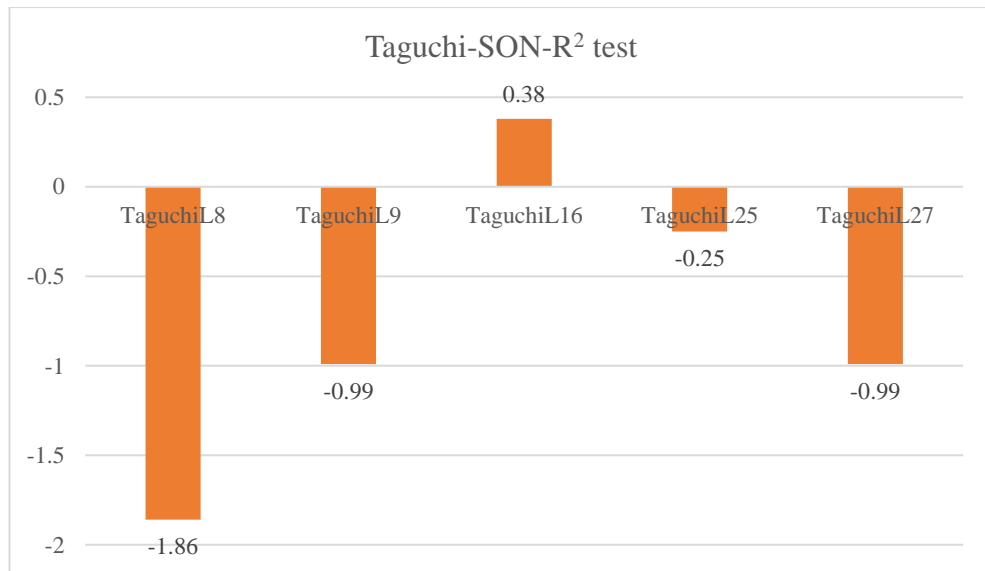
(b)

Şekil 6.2: Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin test aşamasındaki  $R^2$  başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON

Şekil 6.2, Taguchi deney tasarım setleri kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin FFD' de yer alıp Taguchi' de yer almayan veri satırları ile test edilmesi sonucu elde edilen  $R^2$  başarı oranlarının karşılaştırmasını göstermektedir. Sonuçlara

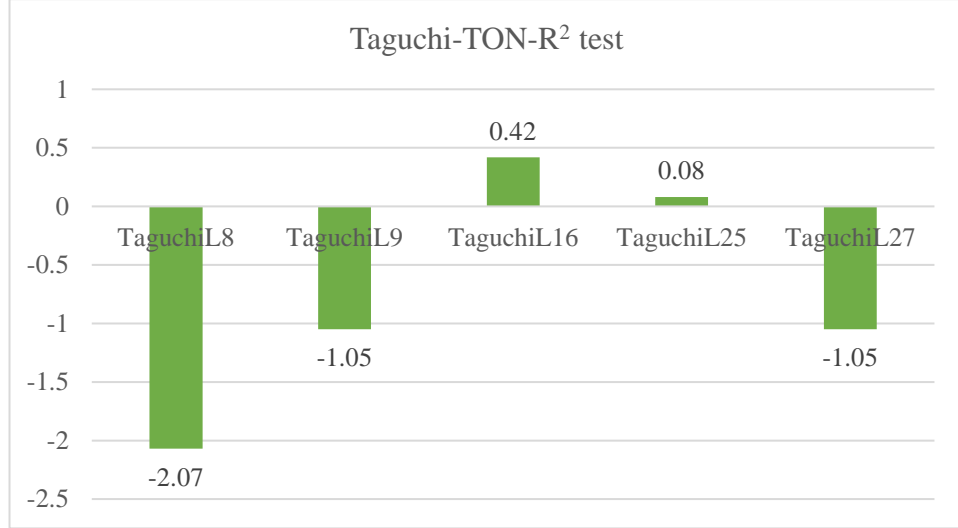
göre hem SON hem de TON model Tablo 6.4'deki yüksek tahmin performanslarının aksine test aşamasında oldukça düşük performans göstermişlerdir. En yüksek tahmin performansları Senaryo 3'de Taguchi L16 kullanıldığında SON ve TON modeller için  $R^2=0.25$  ve  $0.32$  olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar  $R^2$  uyum iyilik indeksi için oldukça düşük başarı oranını göstermektedir. Diğer senaryolar için elde edilen  $R^2$  başarı oranları negatif ve tahmin performansı bakımından kesinlikle kabul edilemez değerlerdir. Yani, Taguchi metodu, tabakalı kompozit malzemelerde doğal frekans aralığı çıktısını modellemede başarılı bir metot değildir. Ancak burada FFD metodunun ne kadar başarılı olduğunu anlamak ve Taguchi metodu ile bir karşılaştırma yapabilmek için her iki metot tarafından önerilen matematiksel modellerin rastgele olarak üretilmiş aynı veri seti kullanılarak teste tabi tutulması gerekir.

Şekil 6.3, Taguchi deney tasarım setleri kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin rastgele olarak üretilmiş 150 satırdan oluşan veri seti kullanılarak test edilmesi durumunda elde edilen  $R^2$  uyum iyiliği indeksi sonuçlarını göstermektedir. Şekil 6.2 ile benzer şekilde, en yüksek tahmin performansları Senaryo 3'de Taguchi L16 kullanıldığında SON ve TON modeller için  $R^2=0.38$  ve  $0.42$  olarak elde edilmiştir. Ancak bu başarı oranlarının yeterli olmadığı ve önerilen modellerin bu şartlar altında kullanımının yanlış tasarımlara sebep olacağını söylemek gerekir.



(a)

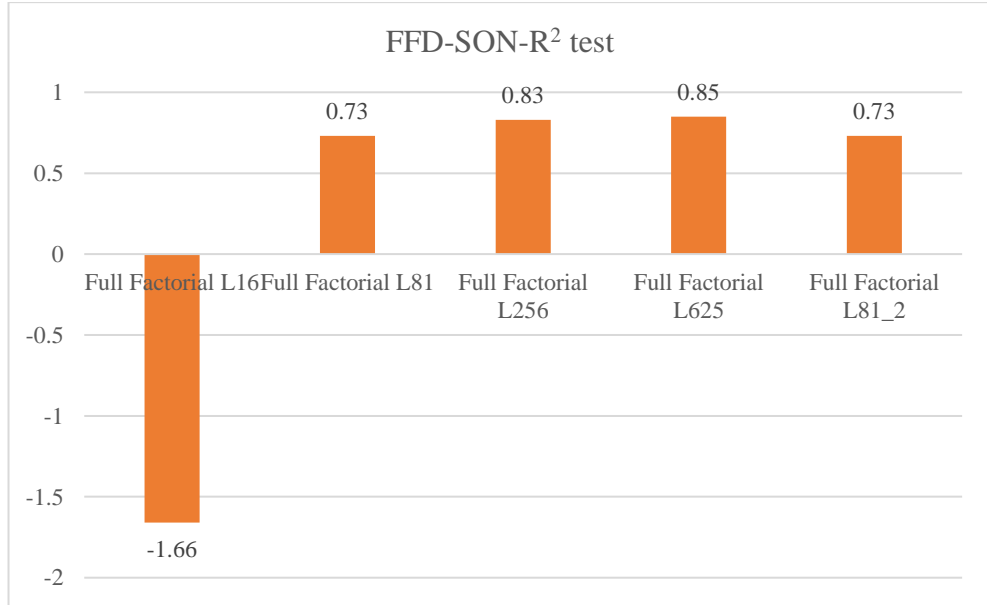
Şekil 6.3



(b)

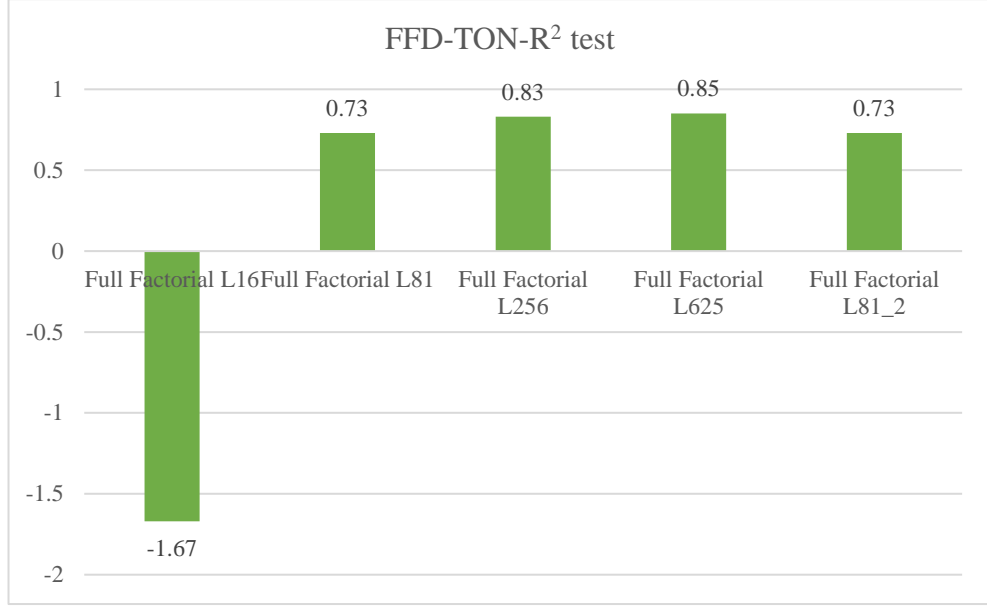
Şekil 6.3: Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin rastgele üretilmiş 150 satırlık test datasına göre  $R^2$  başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON

Peki, Taguchi’ de yaşanan bu başarısızlık FFD tasarım metodu kullanılsaydı ortadan kaldırılabilir miydi? Bu sorunun cevabı için Taguchi metodunu test etmede kullanılan 150 satırdan oluşan veri seti FFD metodu test etmek için de kullanılmış ve sonuçlar Şekil 6.4’de gösterilmiştir.



(a)

Şekil 6.4



(b)

Şekil 6.4: FFD deney seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modellerin rastgele üretilmiş 150 satırlık test datasına göre  $R^2$  başarı değerlendirme sonuçları, (a) SON, (b) TON

Şekil 6.4'deki sonuçlara göre Senaryo1'de 16 satırdan oluşan (L16) veri seti kullanılarak ortaya koyulan modeller dışındaki diğer senaryolardaki tüm modeller  $R^2$  uyum iyiliği indeksi bakımından doğal frekans aralığını doğru tahmin etme konusunda yeterli başarıyı göstermiştir. Burada dikkat çeken bazı sonuçlar vardır: (i) FFD' de veri setlerinin satır sayısı arttıkça başarı oranı da artmıştır, (ii) En başarılı tasarım hem SON hem de TON modeller için Senaryo4'de L625 veri seti kullanıldığı durumda elde edilmiştir. (iii) Aynı değerlendirmeyi Taguchi için yapmak doğru değildir. Şekil 6.3'de en başarılı tasarımlarlar L16 kullanıldığı durumda elde edilmiştir. Bu sonuç, Taguchi' de deney seti oluşturulurken dikkate alınan ortogonal dizilimin tasarımda direk etki yaratabilecek önemli veri dizilim satırlarını atlamış olabileceği şeklinde yorumlanabilir. Bu durum hangi ortogonal dizilim kullanılarak veri seti oluşturulmalı konusunda da soru işareti yaratmaktadır. (iv) Ayrıca hem FFD hem de Taguchi' de gözlenen ortak bir sonuç; iki seviye kullanarak veri seti oluşturmanın anlamsız olduğudur. Bu durumda hem FFD hem de Taguchi tarafından önerilen modeller başarısız olmuştur. İki seviye kullanımı durumunda dizayn parametrelerinin alabileceği ara değerler ile ilgili büyük bir esneklik söz konusu olduğu için önerilen modellerin problemde ortaya konulmak istenen doğal frekans aralığı davranışını doğru bir şekilde belirlemeleri çok zordur. (v) Bir deney tasarımı oluştururken, deney satır

sayısı önemli olduğu kadar dizayn parametrelerinin kaç seviye değ erinden oluş acağı ve onların alacağı değ erleri de dikkate almanın önemli ve gerekli olduğu anlaşılmaktadır. Tüm bu sonuçlar doğ rultusunda literatürde deney tasarımı için en fazla tercih edilen metotlardan biri olan Taguchi kullanımı konusunda dikkatli olunması gerektiğı ve problemi iyi analiz ederek doğ ru deney tasarım metoduna karar vermenin sonuçlar üzerinde de direk olarak bir etki oluşturacağı çalış manın ana sonucu olarak vurgulanabilir.

## Bölüm 7

# Veri Ayırma Teknikleri ve Modelleme Metotlarının Karşılaştırılması

### 7.1 Nöro Regresyon ve Stokastik Nöro Regresyon Metotlarının Farklı Veri Ayırma Teknikleri Kullanılarak Karşılaştırılması

Deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin önemli bir aşaması olan matematiksel modellemede kullanılan modelleme metotlarıyla doğrudan bağlantılıdır.

Matematiksel modelleme sürecinde birçok farklı metot kullanılmaktadır. Literatürde en sık rastlanan modelleme yöntemleri; Yüzey Yanıt Metodu (YYY), Yapay Sinir Ağları (YSA), Bulanık Mantık Metodu (BMM), Uyarlamalı Sinirsel Bulanık Çıkarım Sistemi (USBÇS), Regresyon, Destek Vektör Makinaları (DVK) ve bahsedilen bu metotlara benzer şekilde çalışan türevleri olan diğer metotlardır. Literatürde bu metotlar kullanılarak gerçekleştirilmiş birçok modelleme ve optimizasyon çalışmasına rastlamak mümkündür. Özellikle farklı modelleme metotlarını aynı problem için kullanarak metotların birbirleri ile karşılaştırılması sıklıkla tercih edilmektedir. Tezin bu bölümde, tez çalışması kapsamında ortaya konulan orijinal modelleme metotları Nöro Regresyon (NRM) ve Stokastik Nöro Regresyon (SNRM) aşağıda verilen referans problem de önerdikleri modeller ve onların başarı durumlarına göre birbirleriyle karşılaştırılmışlardır. Bu iki metottan NRM, YSA ve regresyonu, SNRM ise bunlara ek olarak optimizasyonu da model belirlemede kullanan hibrit metotlardır.

Matematiksel modelleme sürecine modelleme metodu dışında etki eden bir başka parametre de modeli oluşturma aşamasında veri setinin ne şekilde kullanıldığıdır. Burada takip edilen farklı veri ayırma teknikleri mevcuttur. Genel bir sınıflandırma yapmak gerekirse veri ayırma eğitim-test, eğitim-test-doğrulama veya test ve doğrulamaya hiç yer vermeden tüm dataları eğitim için kullanarak gerçekleştirilebilir. Bu üç veri ayırma şekli içerisinde tüm verileri kullanarak model oluşturma ve sonrasında modeli test ve doğrulama süreçlerine tabi tutmadan başarı durumu ile ilgili bir karara varmanın kabul edilebilir bir yaklaşım olmadığı tez çalışmasının daha önceki bölümlerinde gösterilmişti. Bu sebeple, çalışmanın bu bölümünde eğitim-test ve eğitim-test-doğrulama veri ayırma metotları kullanılarak matematiksel modelleme gerçekleştirilmiştir. Burada, test ve doğrulama olarak isimlendirilen ve model başarısını değerlendirmede aktif olarak kullanılan süreçler, içerdikleri amaç bakımından birbirlerinden farklı değildir. Test ve doğrulama adımlarında amaç, eğitim dataları kullanılarak oluşturulan modeli daha önce hiç karşılaşmadığı dataları kendisine sorarak tahmin performansını ölçmektir. Birçok kaynakta doğrulama model oluşturma aşamasında eğitim sürecinin bir parçası olarak tanımlanır. Eğitilen model düşük tahmin performansı gösterdiğinde doğrulama işlemine tabi tutularak eğitim aşamasında karşılaştığı veri kümesi ve çeşitliliğinin artırılmasıyla modelin başarısının iyileştirilmesi hedeflenir. Bu tez çalışmasında, doğrulama için eğitim sürecinin bir parçası olarak kullanılmasına ilave olarak, test aşamasında olduğu gibi eğitim aşamasından tamamen bağımsız modelin daha önce karşılaşmadığı verilerin gerçek değerlerini tahmin etme performansını ölçmeyi amaçlayan bir yaklaşımda kullanılmıştır. Tez boyunca takip edilen bu yaklaşımda genel olarak veri seti %80 eğitim, %15 test ve %5 doğrulama olarak üç kısma ayrılmıştır.

## Problem 10

*Shui, L., Chen, F., Garg, A., Peng, X., Bao, N., & Zhang, J. (2018). Design optimization of battery pack enclosure for electric vehicle. Structural and Multidisciplinary Optimization, 58(1), 331-347 [18]*

Shui ve diğ. [18] tarafından gerçekleştirilen çalışmada, batarya paketi muhafaza kutusunun maksimum doğal frekans hedeflenerek tasarlanması amaçlanmaktadır. Batarya kutusu duvar kalınlıkları ve sıcaklık tasarım parametreleri olarak seçilmiştir.



Girdi ve çıktı parametrelerini içeren 100 satırlık deney seti CCD ve LHS deney tasarım metotları kullanılarak oluşturulmuştur.

Tezin bu bölümünde, modelleme aşamasında uygulanan farklı test ve doğrulama metotlarının birbirleri ile karşılaştırılmasına yer verilmiştir. Ayrıca bu değerlendirme yapılırken, bu tez kapsamında önerilmiş olan iki yeni modelleme yöntemi; NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen model başarılarının birbirleri ile karşılaştırılması bir diğer hedef olarak ön plana çıkmıştır.

NRM, yapay zeka ve regresyonun avantajlarından yararlanarak matematiksel model oluşturmayı hedeflerken, SNRM gerçek ve tahmin edilen değerler farkını minimize etmek ve en uygun model katsayılarını belirlemek için yapay zeka ve regresyona ek olarak stokastik optimizasyon tekniklerinden faydalanır. Bu iki model oluşturma metodunun karşılaştırılmasıyla optimizasyon tekniklerinin model oluşturmada ne kadar aktif kullanılabileceği ile ilgili fikir sahibi olmak mümkün olacaktır.

Tablo 7.1: NRM metodu ile doğal frekans çıktısının modellenmesinde kullanılan modellerin başarı değerlendirme sonuçları

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğ.	$R^2$ ortalama	Maks.	Min.
L	0.76	0.74	0.82	0.92	0.81	96.52	84.72
SON	0.87	0.86	0.82	0.67	0.805	100.16	74.75
TON	1	1	-235	-86	-79.75	513.31	-371.76
FOTN	0.82	0.8	0.84	0.94	0.85	95.53	83.35
SOTN	0.89	0.88	0.89	0.84	0.875	98.8	73.2
FOLN	0.76	0.74	0.84	0.92	0.815	96.94	84.87
SOLN	0.86	0.85	0.85	0.67	0.8075	100.92	75.78
LR	0.81	0.8	0.6	0.7	0.7275	641169	-2.61E+07
SONR	0.98	0.98	-6.2	0.1	-1.035	1.70E+11	-3.50E+07
TONR	0.83	0.82	0.78	0.91	0.835	100.72	84
FOTNR	0.87	0.86	0.7	-0.03	0.6	5.00E+07	-1.17E+06
FOLNR	0.81	0.8	0.6	0.53	0.685	5.12E+04	-1.20E+15
SOLNR	0.92	0.91	-2.11	0.81	0.1325	3381	-21396

Tablo 7.1’de bu tez boyunca sıklıkla tercih edilen; verileri eğitim, test ve doğrulama şeklinde ayırma tekniği kullanılarak NRM yaklaşımıyla batarya paketi muhafazasının doğal frekansını matematiksel olarak modellemek için kullanılan modeller ve onların başarı durumları verilmiştir. Lineer, polinom, logaritmik, trigonometrik ve rasyonel model tipleri ile gerçekleştirilen denemeler sonucunda SOTN model yapısının eğitim, test ve doğrulama aşamalarında elde edilen ortalama  $R^2$  değeri ve modelin maksimum ve minimum ürettiği değerler dikkate alındığında en başarılı model olduğuna karar verilmiştir. Benzer değerlendirmeler doğrultusunda; L, SON, FOTN, FOLN, SOLN ve TONR modellerin de doğal frekansı açıklamada başarılı modeller olduğu söylenebilir. Diğer model tipleri, hem  $R^2$  değerlendirme kriteri hem de modelin maksimum ve minimum ürettiği değerleri gösteren sınır kontrol (boundedness check) kriterlerini sağlamadıkları için doğal frekans çıktısını modellemede başarısız kabul edilmişlerdir.

Tablo 7.2: SNRM metodu ile doğal frekans çıktısının modellenmesinde kullanılan modellerin başarı değerlendirme sonuçları

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğ.	$R^2$ ortalama	Maks.	Min.
L	0.76	0.74	0.85	0.95	0.825	96.96	84.19
SON	0.86	0.85	0.93	0.85	0.8725	97.52	77.68
TON	0.97	0.96	0.99	0.98	0.975	150.8	26.02
FOTN	0.82	0.81	0.87	0.96	0.865	95.94	83.27
SOTN	0.88	0.87	0.97	0.94	0.915	97.06	78.8
FOLN	0.75	0.74	0.86	0.95	0.825	97.37	84.39
SOLN	0.85	0.84	0.94	0.84	0.8675	97.56	78.64
LR	0.8	0.79	0.87	0.86	0.83	95	74.08
SONR	0.85	0.84	0.92	0.88	0.8725	96.96	81.83
TONR	0.86	0.85	0.93	0.88	0.88	96.58	80.55
FOTNR	0.83	0.82	0.86	0.95	0.865	95.7	71.78
FOLNR	0.78	0.77	0.9	0.87	0.83	95.19	72.9
SOLNR	0.88	0.86	0.96	0.87	0.8925	1222	-249671

Tablo 7.2, doğal frekans çıktısını modellemek için SNRM kullanıldığı durumda modellerin başarı durumlarını göstermektedir. Tablo 7.1’de NRM için elde edilen model sonuçlarından farklı olarak, SNRM kullanıldığı durumda elde edilen modellerin tamamı ortalama  $R^2$  kriterini başarıyla sağlamaktadır.  $R^2$  kriterine göre tüm modellerin başarılı olduğu söylenebilir. Aynı şekilde modellerin ürettiği maksimum ve minimum değerler dikkate alındığında SOLNR dışında modellerin referans çalışmadaki veri setinde verilen gerçek değerler ile tutarlı sonuçlar ürettiği ve bu sebeple sınır kontrol kriterini de sağladığı söylenebilir.

Tablo 7.1 ve Tablo 7.2’de verilen sonuçlar beraber değerlendirildiğinde, SNRM’ nin doğal frekans çıktısını modellemede NRM’ ye göre daha başarılı olduğu görülmektedir. NRM; TON, LR, SONR, FOTNR, FOLNR ve SOLNR model tipleri için başarılı model oluşturamazken SNRM kullanılarak elde edilen modellerden sadece SOLNR sınır kontrol kriterini sağlamadığı için başarısız kabul edilmiştir.

Tablo 7.3, SOTN model tipi için veri seti eğitim ve test olarak iki parçaya ayrıldığı ve eğitim, test, doğrulama olarak üç parçaya ayrıldığı durumda NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen SOTN modellerin başarı değerlendirmesini göstermektedir.

Tablo 7.3: İki farklı veri ayırma yöntemi için NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması

		$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğ.	$R^2$ ort.	Maks.	Min.
Eğitim- Test	NRM	0.94	0.93	0.97	-	0.947	97.09	78.35
	SNRM	0.94	0.93	0.98	-	0.95	97.19	76.37
Eğitim- Test- Doğrulama	NRM	0.89	0.88	0.89	0.84	0.875	98.8	73.2
	SNRM	0.88	0.87	0.97	0.94	0.915	97.06	78.8

Veri setinin iki parçadan oluştuğu ilk durumda, dataların %80’i eğitim, %20’si test işlemi için kullanılmıştır. Veri setinin üç parçadan oluştuğu ikinci durumda ise dataların %80’i eğitim, %15’i test ve %5’i doğrulama için kullanılmıştır. Bu iki durum için NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen SOTN modellerin başarı durumları karşılaştırıldığında, ortalama  $R^2$  değerleri veri setinin eğitim ve test olarak ayrıldığı ilk durum için hem NRM hem de SNRM’ de eğitim, test ve doğrulama olarak üç parçaya

ayrıldığı ikinci duruma göre daha yüksek olduğu görülür. Ayrıca her iki durum içinde SNRM kullanılarak elde edilen modellerin başarılarının NRM metodu ile elde edilen modellerin başarılarına göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Sonuçlara göre modeli ikinci bir test aşaması olarak tanımlayabileceğimiz doğrulamaya tabi tutmak ortalama başarı oranını bir miktar düşürse de model başarısını ölçmede ilave bir kriter daha eklendiği için daha güvenilir model elde etmeyi sağlayabilir.

Tablo 7.3’de elde edilen sonuçlar veri setini eğitim, test ve doğrulama olarak üç parçaya bölmenin daha güvenilir bir modelleme için eğitim ve test olarak iki parçaya ayırmaya göre daha anlamlı olduğu şeklinde yorumlanmıştır.

Tablo 7.4: Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması ((80 Eğitim – 15 Test – 5 Doğrulama)

		R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğ.	Maks.	Min.
1	NRM	0.96	0.96	0.74	-0.57	98.96	81.42
	SNRM	0.95	0.95	0.98	0.76	97.1	76.25
2	NRM	0.97	0.97	0.9	0.71	98.16	77.17
	SNRM	0.96	0.96	0.96	0.92	97.1	76.25
3	NRM	0.96	0.96	0.39	0.78	98.37	71.05
	SNRM	0.94	0.94	0.98	0.77	98.12	77.17
4	NRM	0.96	0.96	0.72	0.62	103.94	72.33
	SNRM	0.95	0.95	0.97	0.86	97.23	76.72
5	NRM	0.96	0.95	-0.11	0.86	102.33	78.85
	SNRM	0.95	0.94	0.96	0.89	96.57	76.71
6	NRM	0.95	0.95	0.8	0.96	97.27	77.8
	SNRM	0.94	0.94	0.95	0.96	98.45	74.78
7	NRM	0.96	0.96	0.71	0.84	101.32	77.44
	SNRM	0.95	0.95	0.98	0.84	97.67	75.05
8	NRM	0.96	0.96	0.69	0.76	98.82	75.47
	SNRM	0.95	0.94	0.98	0.89	96.70	76.30
9	NRM	0.96	0.95	0.64	0.27	98.5	78.62

	SNRM	0.95	0.95	0.95	0.71	97.1	76.25
10	NRM	0.95	0.95	0.46	0.92	105.83	78.35
	SNRM	0.95	0.94	0.97	0.94	96.89	76.36
11	NRM	0.98	0.98	-1.44	-0.55	111.38	67.32
	SNRM	0.96	0.96	0.94	0.93	97.29	75.83
12	NRM	0.96	0.95	0.81	0.92	100.99	77.43
	SNRM	0.94	0.94	0.97	0.93	96.65	76.1
13	NRM	0.97	0.97	0.36	0.37	101.66	75.1
	SNRM	0.96	0.96	0.91	0.82	97.1	76.25
14	NRM	0.94	0.94	0.55	0.98	103.17	75.56
	SNRM	0.93	0.93	0.99	0.97	97.69	76.41
15	NRM	0.96	0.96	0.68	0.43	101.08	77.18
	SNRM	0.95	0.95	0.97	0.72	97.11	76.25
16	NRM	0.96	0.95	0.86	0.85	98.59	79.02
	SNRM	0.95	0.95	0.95	0.92	97.57	76.17
17	NRM	0.95	0.95	0.7	0.16	98.4	74.27
	SNRM	0.94	0.94	0.99	0.96	97.95	76.33
18	NRM	0.98	0.98	-0.2	0.21	111.79	74
	SNRM	0.96	0.96	0.94	0.9	96.85	76.16
19	NRM	0.96	0.95	0.77	0.94	97.64	78.21
	SNRM	0.95	0.94	0.95	0.98	97.89	76.31
20	NRM	0.96	0.96	0.34	0.51	102.77	67.77
	SNRM	0.94	0.94	0.92	0.92	98.37	76.55

Tablo 7.4’de bootstrap olarak isimlendirilen veri ayırma metodu kullanılarak veri seti eğitim, test ve doğrulama olarak üç parçaya ayrılmıştır. Bu yöntemde her tekrar çalıştırma işleminde veri seti rastgele olarak %80 eğitim, %15 test ve %5 doğrulama datası içerecek şekilde tekrar oluşturulur. Bahsedilen bootstrap yaklaşımı ile hem NRM hem de SNRM kullanılarak 20 tekrarlı çalıştırma işlemi sonucu elde edilen modellerin başarı oranları ayrı ayrı verilmiştir. Tekrarlı çalıştırma işlemi sonunda, eğitim, test ve doğrulama aşamaları için elde edilen ortalama  $R^2$  ve ortalama  $R^2$

düzeltilme başarı ölçütü değerleri SNRM'nin NRM'ye göre batarya paketi muhafazasının doğal frekansını modelleme de daha başarılı olduğunu göstermiştir.

Benzer şekilde tekrarlı çalıştırma işlemi sonunda NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen katsayılı modellerin başarı durumları değerlendirildiğinde NRM kullanılarak elde edilen modellerin bazılarının test ve doğrulama aşamalarında başarısız oldukları, SNRM tarafından önerilen modellerin ise 20 tekrarlı çalıştırma işleminin tamamında eğitim, test ve doğrulama aşamalarında tahmin performansı yüksek modeller ortaya koyabildiği görülmüştür. NRM tarafından belirlenen modellerden 1, 3, 5, 10, 11, 13, 15, 17, 18 ve 20. tekrar çalıştırma sonucu elde edilen modellerin  $R^2$  başarı kriterlerinden en az bir tanesini sağlamadığı veya 0.5'den daha düşük bir performans gösterdiği görülmektedir. Tablo 7.4'de 20 tekrarlı çalıştırma sonucu  $R^2$  bakımından elde edilen minimum ve maksimum değerler incelendiğinde de yukarıdaki çıkarımları destekleyen sonuçlara ulaşılabilir. SNRM kullanılarak elde edilen en başarısız SOTN modelin eğitim, test ve doğrulama aşamalarındaki  $R^2$  ve düzeltilmiş  $R^2$  değerlendirme kriteri değerleri sırasıyla 0.94, 0.93, 0.91 ve 0.71 olarak bulunmuştur. Yani, SNRM 20 tekrarlı her çalıştırma sonucunda oldukça yüksek başarı ile tahmin performansına sahip modeller ortaya koyabilmiştir.

Tablo 7.5'de bootstrap olarak isimlendirilen veri ayırma metodu kullanılarak veri seti ilk önce %80 eğitim ve %20 test olarak iki parçaya ayrılmıştır. Sonrasında eğitim seti kendi içerisinde %80 eğitim ve %20 doğrulama olmak üzere tekrar iki parçaya ayrılmıştır. Bu çalışma kapsamında ele alınan veri seti 100 satırdan oluştuğu için ilk ayırma sonucunda 80 satırlık kısmın eğitim, 20 satırlık kısmın test için ayrıldığını söyleyebiliriz. Sonrasında gerçekleştirilen ayırım ile 64 satır modeli eğitmek 16 satır ise henüz eğitim aşamasında olan modeli değerlendirmek için kullanılmıştır. Bu yaklaşımda %20'lik test verisi başlangıçta belirlenir ve tekrarlı çalıştırma işlemlerinde hiç değiştirilmez. İki parçaya ayrılan %80'lik eğitim seti ise her tekrarlı çalıştırma işleminde sürekli rastgele olarak değişir. Burada verileri ayırma konusunda izlenen yöntem veri setinin %80 eğitim, %15 test ve %5 doğrulama olarak üç parçaya ayrıldığı durum ile benzer gibi görünse de eğitim setinin de kendi içerisinde test edilmesi ve eğitimde kullanılan dataların sürekli rastgele olarak değişmesi sebebiyle bir farklılık söz konusudur. Bu şekilde, önerilen model tipinin eğitim aşamasında kullanılan

verilerin her defasında veri seti içerisinde rastgele seçilerek değiştiği durumda da kullanılabilir olup olmadığı araştırılmaktadır.

Tablo 7.5: Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması ((80 Eğitim\* - 20 Test) - \*Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (64 Eğitim – 16 Doğrulama))

		R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğ.	Maks.	Min.
1	NRM	0.95	0.95	0.71	0.91	100.04	75.2
	SNRM	0.93	0.92	0.97	0.97	96.88	76.49
2	NRM	0.97	0.96	0.34	0.76	99.31	68.9
	SNRM	0.94	0.94	0.96	0.98	97.11	76.25
3	NRM	0.93	0.93	-0.27	0.23	102.73	66.12
	SNRM	0.92	0.91	0.97	0.97	96.98	76.59
4	NRM	0.98	0.97	-0.17	0.92	99.37	74.06
	SNRM	0.95	0.95	0.88	0.97	96.97	76.59
5	NRM	0.96	0.96	0.21	0.93	102.88	71.68
	SNRM	0.93	0.92	0.97	0.98	97.23	76.42
6	NRM	0.97	0.97	0.52	0.91	101.01	76.93
	SNRM	0.94	0.93	0.92	0.97	98.15	78.17
7	NRM	0.96	0.95	-0.19	0.66	100.15	74.9
	SNRM	0.93	0.93	0.94	0.98	97.55	77.15
8	NRM	0.96	0.95	-0.12	0.94	100.64	77.82
	SNRM	0.92	0.92	0.97	0.97	99.83	77.04
9	NRM	0.95	0.94	0.57	0.94	103.17	79.35
	SNRM	0.92	0.91	0.97	0.96	97.25	76.53
10	NRM	0.95	0.95	0.39	0.93	100.34	75.7
	SNRM	0.94	0.93	0.95	0.97	97.31	76.9
11	NRM	0.97	0.97	-0.84	0.94	101.39	74.97
	SNRM	0.93	0.93	0.95	0.97	97.06	77.08
12	NRM	0.97	0.96	0.53	0.96	103.7	75.46
	SNRM	0.93	0.92	0.94	0.97	96.88	77.35

13	NRM	0.97	0.97	0.003	0.93	102.39	72.93
	SNRM	0.93	0.92	0.95	0.97	97.24	75.83
14	NRM	0.97	0.97	-0.09	0.95	104.14	66.94
	SNRM	0.93	0.93	0.94	0.97	96.92	77.42
15	NRM	0.97	0.96	-0.09	0.94	105.1	61.3
	SNRM	0.93	0.92	0.95	0.97	97.45	76.1
16	NRM	0.95	0.94	0.66	0.93	103.55	77.3
	SNRM	0.93	0.92	0.97	0.98	97	76.57
17	NRM	0.94	0.93	0.77	0.89	96.73	74.85
	SNRM	0.91	0.90	0.98	0.97	97.47	76.44
18	NRM	0.95	0.94	0.71	0.93	101.07	78.33
	SNRM	0.93	0.93	0.96	0.97	96.97	76.59
19	NRM	0.96	0.96	0.41	0.96	101.4	74.79
	SNRM	0.94	0.93	0.93	0.98	97.17	76.96
20	NRM	0.95	0.95	-0.28	0.25	101.56	73.7
	SNRM	0.93	0.93	0.98	0.98	97.34	76.12

NRM tarafından belirlenen modellerden 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 15, 19 ve 20. tekrar çalıştırma sonucu elde edilen modellerin  $R^2$  başarı kriterlerinden en az bir tanesini sağlamadığı veya 0.5'den daha düşük bir performans gösterdiği görülmektedir. SNRM ise tüm tekrar çalıştırma işlemlerinde tahmin performansı yüksek başarılı modeller önerebilmiştir. Tekrarlı çalıştırma sonucu SNRM kullanılarak elde edilen modeller için minimum  $R^2$  ve düzeltilmiş  $R^2$  değerlendirme kriterlerinin eğitim, test ve doğrulamada sırasıyla 0.92, 0.91, 0.88 ve 0.96 olarak bulunmuştur. Görüldüğü gibi SNRM, eğitim seti rastgele değiştiği durumda da model oluşturmada oldukça yüksek başarı oranına sahiptir.

Tablo 7.6'da benzer şekilde bootstrap metodu kullanılarak veri seti önce eğitim ve test olarak iki parçaya sonrasında eğitim seti kendi içerisinde tekrar iki parçaya bölünerek matematiksel modelleme süreci gerçekleştirilmiştir. Tablo 7.5'de %80 ve %20 oranında ayrılan eğitim seti Tablo 7.6'da eşit oranda ayrılarak modelleme gerçekleştirilmiştir. Böylece modeli eğitmede kullanılan veri sayının değişmesi



durumunda modelleme metotlarının başarısının nasıl değiştiğini değerlendirme imkânı ortaya çıkmıştır.

Tablo 7.6’da verilen sonuçlara göre NRM 20 tekrarlı çalıştırma işlemi sonucunda hiçbir uygun matematiksel model önerememiştir. Metot tarafından önerilen modeller en az bir kriteri sağlamamaktadır. SNRM ise tüm tekrarlı çalıştırma işlemleri sonucu önerdiği modeller daha önce olduğu gibi yüksek tahmin performansına sahip başarılı modellerdir. Bu sonuçlara göre SNRM’yi güvenilirliği yüksek bir modelleme metodu olarak tanımlayabiliriz.

Tablo 7.6: Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması ((80 Eğitim\* - 20 Test) - \*Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (40 Eğitim – 40 Doğrulama))

		R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğ.	Maks.	Min.
1	NRM	1	1	-1.56	0.27	123.92	43.85
	SNRM	0.96	0.95	0.9	0.97	96.97	76.59
2	NRM	1	1	-24.98	-2.41	170.25	29.02
	SNRM	0.93	0.92	0.94	0.97	96.97	76.59
3	NRM	1	1	-4.9	-2.44	145.73	25.52
	SNRM	0.93	0.91	0.94	0.97	96.97	76.59
4	NRM	1	1	-4.32	-0.82	149.172	42.27
	SNRM	0.92	0.91	0.94	0.97	97.88	76.36
5	NRM	1	1	-0.31	0.55	112.75	71.97
	SNRM	0.93	0.91	0.94	0.97	97.23	76.38
6	NRM	1	1	-11.82	-1.09	141.61	31.21
	SNRM	0.96	0.95	0.91	0.97	96.97	76.59
7	NRM	1	1	-0.45	-0.26	109.12	57.68
	SNRM	0.91	0.89	0.95	0.98	97.11	76.25
8	NRM	1	1	-4.82	0.2	122.05	58.26
	SNRM	0.94	0.93	0.93	0.97	96.97	76.59
9	NRM	1	1	-33.07	-0.39	186.65	42.82
	SNRM	0.93	0.92	0.93	0.97	96.73	76.16

10	NRM	1	1	-14.87	-6.97	150.08	43.41
	SNRM	0.91	0.90	0.95	0.97	97.57	77.32
11	NRM	1	1	-15.7	-2.97	143.34	48.45
	SNRM	0.9	0.88	0.95	0.97	97.11	76.69
12	NRM	1	1	-43.77	-6.18	159.51	45.66
	SNRM	0.91	0.89	0.96	0.97	98.06	76.05
13	NRM	1	1	-2.41	0.096	146.62	28.8
	SNRM	0.93	0.92	0.93	0.98	97.03	77.20
14	NRM	1	1	-4.21	-2.93	126.15	22.35
	SNRM	0.92	0.91	0.95	0.97	97.46	76.41
15	NRM	1	1	-87.43	-84.35	213.44	-21.22
	SNRM	0.92	0.90	0.94	0.98	96.96	77
16	NRM	1	1	-13.77	-14.29	139.52	25.59
	SNRM	0.89	0.87	0.96	0.98	97.11	76.25
17	NRM	1	1	-45.82	-24.85	203.16	-1.36
	SNRM	0.92	0.90	0.94	0.98	98.10	77.18
18	NRM	1	1	-249.95	-62.46	256.6	-129.62
	SNRM	0.93	0.92	0.94	0.97	97.86	76.41
19	NRM	1	1	-31.36	-11.61	178.83	-5.53
	SNRM	0.91	0.89	0.96	0.97	97.05	76.06
20	NRM	1	1	-11.59	-5.85	158.76	68.89
	SNRM	0.87	0.85	0.97	0.98	97.37	75.35

Tablo 7.7’de başka bir veri ayırma metodu olan çapraz doğrulama kullanılarak NRM ve SNRM ile matematiksel modelleme gerçekleştirilmiştir. Buradaki çapraz doğrulama işleminde veri seti ilk önce %80 eğitim ve %20 test olarak iki parçaya ayrılmıştır. Sonrasında eğitim seti kendi içerisinde 10 parçaya bölünerek her bir adımda dokuz parça eğitim bir parça ise doğrulama işlemi için kullanılmıştır. Burada bahsedilen doğrulama işlemi, çalışmanın başında tanımlanan iki farklı doğrulama tipinden literatürde tercih edilen, eğitim seti içerisinde yer verilen çeşididir. 10 tekrarlı çalıştırma işleminde her bir çalıştırmada doğrulama için ayrılan veri seti değiştirilerek

modelleme gerçekleştirilmiştir. Bu şekilde, eğitim ve doğrulama datalarının değişiminin model başarısını ne ölçüde etki ettiğini değerlendirmek mümkün olmaktadır.

Tablo 7.7: Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması (10 katlı çapraz doğrulama)

		%80 eğitim		%20 test		Maks.	Min.
		R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> doğrulama	R <sup>2</sup> test		
1	NRM	0.89	0.88	0.37	0.61	97.96	68.63
	SNRM	0.87	0.86	0.93	0.93	98.31	76.66
2	NRM	0.89	0.88	0.4	0.77	102.31	73.84
	SNRM	0.86	0.85	0.95	0.93	96.62	76.37
3	NRM	0.9	0.89	-7.08	-0.83	122.17	81.81
	SNRM	0.85	0.84	0.97	0.93	97.15	75.18
4	NRM	0.89	0.88	0.13	0.56	101.32	76.62
	SNRM	0.87	0.85	0.87	0.93	96.67	74.96
5	NRM	0.9	0.9	0.38	0.84	99.2	68.48
	SNRM	0.88	0.87	0.87	0.93	97.31	77.62
6	NRM	0.89	0.88	0.23	0.83	99.24	67.51
	SNRM	0.87	0.85	0.85	0.94	96.78	78.54
7	NRM	0.91	0.9	-3.5	0.009	97.55	69.73
	SNRM	0.89	0.88	0.82	0.93	98.1	75.63
8	NRM	0.89	0.88	0.36	0.86	97.01	76.32
	SNRM	0.87	0.85	0.98	0.93	97.21	75.46
9	NRM	0.89	0.88	0.33	0.88	99.11	75.39
	SNRM	0.87	0.86	0.8	0.92	97.04	75.53
10	NRM	0.92	0.92	-1.64	0.47	98.63	71.48
	SNRM	0.87	0.86	0.9	0.93	97.12	76.1

Daha önce uygulanan veri ayırma metotlarındakine benzer şekilde SNRM 10 tekrarlı çalıştırma işlemlerinin tamamında yüksek başarı oranına sahip SOTN modeller önerirken, NRM tekrarlı çalıştırmaların hiçbirinde  $R^2$  başarı kriterlerinin tamamının 0.5 ve üzeri olduğu bir model önerememiştir. Bu sonuçlar, NRM tarafından önerilen modellerin başarılı olduğu yönünde bir değerlendirme yapmak için yeterli değildir. SNRM tarafından önerilen modeller için en düşük başarı oranının 0.8 ve üzeri  $R^2$  değerleri olduğu açık bir şekilde Tablo 7.7’de görülmektedir.

Tablo 7.8: Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması (5 katlı çapraz doğrulama)

		%80 eğitim		%20 test		Maks.	Min.
		$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ doğrulama	$R^2$ test		
1	NRM	0.94	0.93	-4.55	0.3	105.87	66.14
	SNRM	0.87	0.85	0.91	0.92	97.77	76.18
2	NRM	0.93	0.92	-3.98	-0.63	132.13	80.32
	SNRM	0.83	0.82	0.92	0.96	96.92	78.75
3	NRM	0.92	0.91	-0.44	0.54	103.99	69.33
	SNRM	0.87	0.85	0.88	0.93	96.74	75.55
4	NRM	0.93	0.92	-5.79	-2.65	100.02	51.7
	SNRM	0.87	0.86	0.84	0.93	97.28	76.42
5	NRM	0.89	0.88	0.44	0.84	99.69	80.2
	SNRM	0.86	0.84	0.92	0.92	97.24	75.19

Çapraz doğrulama yöntemi kullanarak verileri ayırma işleminde verinin kaç parçaya ayrıldığı modelleme de önemli bir etki oluşturabilir. Bu sebeple Tablo 7.7’de çapraz doğrulama yöntemiyle 10 parçaya ayrılarak gerçekleştirilen modelleme işlemi Tablo 7.8’de veri 5 parçaya ayrılarak gerçekleştirilmiş ve bu iki durumun NRM ve SNRM ile matematiksel modelleme üzerine etkisinin nasıl olduğu gözlemlenmiştir. Tablo 7.8’de modelleme işlemi için veri öncelikle %80 ve %20 olacak şekilde iki parçaya ayrılmış ve sonrasında %80’lik eğitim seti kendi içerisinde 5 parçaya bölünmüştür. Burada dört parça eğitim, bir parça doğrulama işlemi için kullanılır. Bu çalışmada

kullanılan veri seti 100 satırdan oluştuğu için 80 satırın eğitim, 20 satırın test için ayrıldığını söyleyebiliriz. 80 satırlık eğitim seti kendi içerisinde 16 satırlık 5 parçaya bölünür ve bu 5 parçanın 4'ü eğitim biri doğrulama olarak ayrılır. Bu prosedür takip edilerek bir matematiksel model elde edilip gerçek değerleri tahmin etmedeki başarı oranı kaydedilir. Sonrasında 4 parçalık eğitim setinin bir parçası doğrulama'ya, daha önce doğrulamada kullanılan veri seti eğitime aktarılır ve aynı modelleme prosedürü takip edilerek tekrar bir matematiksel model oluşturulmuş olur. Bu yöntemle 5 tekrarlı olarak SOTN tip matematiksel model elde edilerek başarı oranları kaydedilir. Tablo 7.8'deki sonuçlar incelendiğinde SNRM'nin NRM'ye modellemede belirgin bir üstünlüğü olduğu göze çarpmaktadır. NRM tarafından önerilen modeller başarı kriterlerini sağlayamazken, SNRM 5 tekrarlı olarak gerçekleştirilen modelleme süreci sonrasında daha önce olduğu gibi yine başarı kriterlerini en iyi şekilde karşılamıştır.

Bu çalışma boyunca elde edilen sonuçlar ile ilgili genel bir değerlendirme yapıldığında

- 1) SNRM, tüm veri ayırma metotları (eğitim-test, eğitim-test-doğrulama, bootstrap, çapraz doğrulama) için matematiksel model oluşturmada yüksek başarı oranına sahip modeller önermiştir.
- 2) NRM; eğitim-test, eğitim-test-doğrulama veri ayırma metotları kullanıldığında başarılı modeller önerirken, bootstrap metodunda sınırlı sayıda başarılı model önerebilmiş, çapraz doğrulama veri ayırma metotlarında ise hiç başarılı model önerememiştir.
- 3) Veri ayırma metodu olarak bootstrap ve çapraz doğrulama matematiksel modellemede daha etkili birer metot olarak göze çarpmaktadır. Ancak bu durum, veri setini eğitim-test veya eğitim-test-doğrulama olarak bölmenin modellemede her zaman yetersiz olacağı anlamına gelmemelidir.
- 4) Matematiksel modelleme sürecinde tüm veri setini model oluşturmak için kullanmak modelin datayı ezberlemesine sebep olabilir. Bu durumda veri seti içerisindeki çıktı parametrelerinin gerçek değerlerini tahmin etme performansı oldukça iyi olan bir model, veri seti dışındaki bir veri için gerçekle tutarlılığı olmayan anlamsız bir tahminde bulunabilir. Bu durumun örneklerini tablolarda verilen model başarıları incelendiğinde görmek mümkündür. Hemen hemen tüm sonuç tablolarında hem NRM hem de SNRM ile modelleme

gerçekleştirildiğinde modellerin eğitim aşamasında gerçek çıktı değerlerini tahmin performansı  $R^2$  bakımından 1'e oldukça yakın değerler alırken, test ve doğrulama aşamalarında bazen benzer başarıyı gösteremedikleri görülmektedir. Bu durum, önerilen modellerin mutlaka daha önce karşılaşmadıkları veriler ile test ve doğrulama işlemlerine tabi tutulmasının gerekliliğini göstermektedir.

## Bölüm 8

# Model Değerlendirme Kriterleri

### 8.1 Model Değerlendirme Kriterlerinin Karşılaştırılması

Bu bölümde, model değerlendirme kriteri olarak kullanılan farklı başarı ölçütlerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Bunun için literatürde en sık kullanılan model değerlendirme kriterleri belirlenmiş ve ele alınan spesifik bir problem için önerilen matematiksel modellerin başarı değerlendirmeleri belirlenen model değerlendirme kriterleri kullanılarak ölçülmüştür.

Literatürde en sık kullanılan model değerlendirme kriterleri aşağıda Tablo 8.1’de verilmiştir.

Tablo 8.1: Model değerlendirme kriterleri [59- 61]

Sembol	Kriter
$R^2$	$1 - \frac{SSE}{SST} \dots\dots\dots 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$
$R^2$ adj.	$1 - \frac{(n-1)(1-R^2)}{n-p}$
SE	$\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  O_i - P_i ^2 \right]^{1/2}$
MSE	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2$
RMSE	$\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2 \right]^{0.5}$

---

RMSPE	$\left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{P_i - O_i}{P_i} 100 \right)^2 \right]^{0.5}$
RRMS	$\frac{RMSE}{\bar{O}} 100$
SAE	$\sum_{i=1}^n  P_i - O_i $
MAE	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  P_i - O_i $
SRMSE	$\frac{1}{\bar{O}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}$
MAPE	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ P_i - O_i }{P_i} 100$
SEP	$\frac{1}{\bar{O}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}$
KGE	$1 - \sqrt{(R - 1)^2 + (BJ - 1)^2 + (AJ - 1)^2}$
	$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (P_i)^2}}$
	$BJ = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i)}{\sum_{i=1}^n (O_i)}$
	$AJ = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2 \frac{1}{n}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \frac{1}{n}}}$
U2theil	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n O_i^2}}$
MSRE	$\left  \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - P_i)^2}{O_i^2} \right $
X2	$tr(E^{-1}S - I) - \log  E^{-1}S  \dots \dots \dots \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - P_i)^2}{P_i}$
AIC	$n \ln \left( \frac{SSE}{n} \right) + 2p$
	$SSE = \sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2$
BIC	$n \ln \left( \frac{SSE}{n} \right) + \frac{2(p+2)ns^2}{SSE} - \frac{2n^2s^4}{SSE^2} \dots \dots \dots n \ln \left( \frac{SSE}{n} \right) +$
AICC	$p \ln(n)$ $AIC + \left( \frac{2p^2 + 2p}{n - p - 1} \right)$

---



Model başarı ölçütleri kendi içerisinde değerlendirildiğinde ise  $R^2$ ,  $R^2$  düzeltme, KGE gibi kriterler değerleri 1'e ne kadar yakın ise modeli o ölçüde başarılı kabul ederken; AIC, BIC, AICC gibi kriterler elde edilen değer ne kadar küçük olduğuna bağlı olarak modeli başarılı kabul etmektedir. Bu iki grup dışında geriye kalan model değerlendirme kriterleri modellerin gerçek değerleri tahmin etmede gösterdikleri hatalar 0'a yakın olduğu ölçüde modeli başarılı kabul eder.

## Problem 11

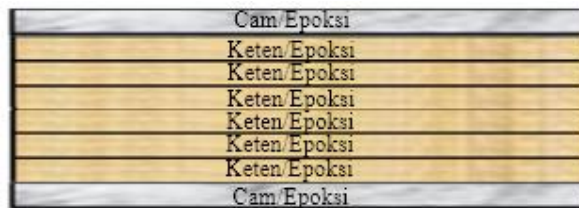
*Hosseinzadeh, Y., Jalili, S., & Khani, R. (2020). Investigating the effects of flax fibers application on multi-objective optimization of laminated composite plates for simultaneous cost minimization and frequency gap maximization. Journal of Building Engineering, 32, 101477. [57]*

Matematiksel modelleme için bir tabakalı kompozit problemi referans alınmıştır. Tabakalı kompozit Cam/Epoksi, Keten/Epoksi malzemeler içeren hibrit, 8 katmanlı simetrik bir yapıdadır. Cam/Epoksi ve Keten/Epoksi malzemelerin özellikleri Tablo 8.2'de verilmiştir.

Tablo 8.2: Cam/Epoksi ve Keten/Epoksi kompozit malzeme özellikleri

Parametre	Cam/Epoksi [34]	Keten/Epoksi [34]
E1 (GPa)	34	22.8
E2 (GPa)	8.2	4.52
G12 (GPa)	4.5	1.96
V12	0.29	0.43
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1910	1310

Çalışma kapsamında ele alınan hibrit tabakalı kompozit Şekil 8.1'de gösterilmiştir.



Şekil 8.1: Hibrit tabakalı kompozit yapı

Kompozit fiber açıları ve tabakalı kompozit yapıda yer alan Cam/Epoksi tabaka sayısı dizayn parametreleri olarak seçilmiştir. Doğal frekans modları arasındaki farkın maksimize edilmesi amaç olarak belirlenmiştir. Tabakalı kompozit tabanlı bir problemin seçilmesinin başlıca sebepleri; birçok sektöre hitap eden, yaygın kullanım etkisine sahip bir alan olması ve analitik formül kullanılarak kendi verimizi üretmemize izin vermesidir. Böylece veri seti oluşturma ve önerilen matematiksel modelleri test etme konusunda yeterli veriye sahip olmak mümkün olacaktır.

Cam-Keten/Epoksi hibrit tabakalı kompozit doğal frekans aralığı problemi Klasik Laminasyon Teorisi dikkate alınarak çözülmüştür. Klasik Laminasyon Teorisinin varsayımları ve detaylı bilgi için referans çalışma incelenebilir [58]. Kompozit malzeme mekaniği tabanlı analitik formül kullanılarak doğal frekans aralığının hesaplanabilmesi için tabakalı kompozit'in açığa bağlı özelliklerinin tespit edilmesi gerekir. Dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi ve ona bağlı olarak hesaplanan mühendislik sabitleri,  $[D]$  matrisi elemanları, doğal frekans aralığı hesabında kullanılan formüller 6. Bölüm Denklem 6.1-6.5'de verilmiştir.

Tablo 8.3 dizayn parametresi olarak seçilen fiber açılarının ve Cam/Epoksi tabaka sayısının deney seti oluşturulurken alabileceği seviye değerlerini göstermektedir. Fiber açıları 0, 45 ve 90 derece, Cam/Epoksi tabaka sayısı ise 0, 1, 2, 3, 4 olacak şekilde seçilmiştir.

Tablo 8.3: Dizayn parametrelerinin seviye değerleri

	Seviye1	Seviye2	Seviye3	Seviye4	Seviye5
$x_1$	0	45	90	-	-
$x_2$	0	45	90	-	-
$x_3$	0	45	90	-	-
$x_4$	0	45	90	-	-
$x_5$	0	1	2	3	4

Deney seti oluşturmak için optimizasyon tabanlı bir deney tasarım metodu olan D-Optimal kullanılmıştır. Böylece FFD kullanıldığı durumda gerçekleştirilmesi gereken

405 deney sayısı 74'e düşürülmüştür. Deney seti ve analitik formüller kullanılarak elde edilen doğal frekans aralığı sonuçları Tablo 8.4'de verilmiştir.

Tablo 8.4: D-Optimal metodu kullanılarak oluşturulan deney seti

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	90	90	0	3	590.261
2	90	45	45	45	2	495.325
3	90	0	0	0	3	595.434
4	45	90	90	45	4	509.883
5	0	0	90	90	3	448.393
6	0	90	45	90	1	541.669
7	90	0	90	90	1	513.395
8	45	0	45	0	4	529.718
9	90	0	45	0	2	579.859
10	0	90	90	45	2	598.1
11	0	45	45	45	0	437.594
12	45	90	0	90	0	529.312
13	45	90	0	45	2	584.434
14	0	90	0	0	4	517.895
15	45	45	90	90	2	610.578
16	90	90	0	45	3	445.212
17	45	0	90	90	4	561.771
18	0	0	0	0	2	387.162
19	45	45	90	90	0	542.76
20	0	45	90	0	2	514.631
21	0	90	45	0	0	515.043
22	0	45	90	45	4	498.96
23	0	90	0	45	1	516.547
24	90	90	45	90	2	410.766
25	90	90	45	90	0	351.822

26	90	45	45	0	4	475.745
27	45	45	45	0	3	612.629
28	90	90	45	45	1	404.441
29	45	45	0	0	2	610.578
30	90	0	0	90	0	544.288
31	45	90	90	0	0	483.785
32	90	45	0	45	1	495.8
33	90	0	90	0	0	497.455
34	0	90	45	45	3	565.33
35	45	90	45	90	4	529.718
36	0	90	45	45	4	544.524
37	0	45	90	90	1	499.364
38	45	90	90	90	1	547.423
39	45	0	45	45	0	504.97
40	0	90	90	90	0	551.858
41	90	90	0	90	1	428.173
42	45	0	0	90	1	553.661
43	45	45	45	90	1	619.842
44	90	45	0	90	4	495.503
45	0	0	45	90	0	361.335
46	45	0	90	0	3	577.266
47	0	0	0	90	4	375.491
48	45	45	0	45	4	570.775
49	0	0	90	0	4	425.789
50	90	0	45	90	4	541.256
51	45	90	0	0	1	596.264
52	90	0	45	45	3	565.33
53	0	45	0	0	1	443.692
54	0	45	0	90	3	465.75
55	90	90	0	0	2	441.866

56	0	0	45	0	1	400.735
57	45	90	45	90	3	550.831
58	0	45	45	90	4	475.745
59	45	0	45	90	2	566.87
60	90	0	0	45	4	570.629
61	45	0	0	45	3	529.126
62	90	45	0	0	0	472.108
63	45	45	90	45	3	592.769
64	0	0	45	45	2	414.059
65	45	90	45	0	2	566.87
66	0	0	0	45	0	323.036
67	90	90	90	0	1	382.037
68	90	45	90	90	3	459.904
69	45	45	90	0	4	574.246
70	45	0	90	45	1	593.061
71	90	90	90	90	4	366.775
72	0	45	0	90	2	478.126
73	90	90	90	45	0	323.036
74	90	0	90	45	2	558.317

Tablo 8.5 doğal frekans aralığı çıktısını modellemede kullanılan matematiksel modellerin 19 farklı başarı ölçütüne göre değerlendirme sonuçlarını göstermektedir. Bu değerlendirme yapılırken veri; eğitim, test ve doğrulama olarak üç gruba ayrılmıştır. Tablo 8.5’de verilen sonuçlar eğitim, test ve doğrulama aşamalarında modellerin gösterdiği tahmin performanslarının ortalamasını içermektedir. Mesela, SON modele karşılık gelen 0.953  $R^2$  değeri eğitim, test ve doğrulama aşamalarında elde edilen  $R^2$  değerlerinin ortalamasını göstermektedir. Tablo 8.5’de başarı değerlendirmesi yapılan modeller polinom, rasyonel, trigonometrik, Bessel tipi özel fonksiyon ve polinom-trigonometrik ifadelerden oluşan hibrit modeldir. Model başarı ölçütleri kendi içerisinde değerlendirildiğinde ise  $R^2$ ,  $R^2_{\text{düzeltme}}$ , KGE gibi kriterler değerleri 1’e ne kadar yakın ise modeli o ölçüde başarılı kabul ederken; AIC, BIC,

AICC gibi kriterler elde edilen değerin ne kadar küçük olduğuna bağlı olarak modeli başarılı kabul etmektedir. Bu iki grup dışında geriye kalan model değerlendirme kriterleri modellerin gerçek değerleri tahmin etmede gösterdikleri hatalar 0'a yakın olduğu ölçüde modeli başarılı kabul eder. Bu bakımdan,  $R^2$ ,  $R^2_{\text{düzeltme}}$ , KGE gibi kriterlerin verdiği sonuçların veriden bağımsız bir şekilde daha yorumlanabilir ve kabul edilebilir olduğunu söylemek mümkündür.

Tablo 8.5: Doğal frekans çıktısını modellemek için önerilen matematiksel modellerin farklı model değerlendirme kriterlerine göre başarılarının ölçülmesi

	SON	SONR	TON	FOTN	FOTNR	SOTN	BesselJ	HM
R2	0.953	0.966	0.967	0.318	0.775	0.988	0.871	0.993
$R^2_{\text{düzeltme}}$	0.966	0.992	0.968	0.378	0.895	0.991	0.821	0.994
SE	16.115	13.037	13.019	61.622	33.326	8.234	26.318	6.098
MSE	266.587	202.373	197.947	3809.293	1199.374	72.901	706.721	39.085
RMSE	16.115	13.037	13.019	61.622	33.326	8.234	26.318	6.098
RMSPE	3.053	2.557	2.387	12.711	7.820	1.608	5.380	1.157
RRMS	3.141	2.533	2.545	12.020	6.480	1.606	5.145	1.190
SAE	265.598	160.354	245.729	1167.011	548.926	138.768	594.269	106.705
MAE	13.411	11.824	11.126	51.071	27.358	7.111	21.842	4.872
SRMSE	0.031	0.025	0.025	0.120	0.065	0.016	0.051	0.012
MAPE	2.563	2.314	2.098	10.355	6.042	1.396	4.434	0.934
SEP	0.031	0.025	0.025	0.120	0.065	0.016	0.051	0.012
KGE	0.979	0.992	0.987	0.617	0.902	0.991	0.911	0.987
U2theil	0.031	0.025	0.025	0.119	0.064	0.016	0.051	0.012
MSRE	0.001	0.001	0.001	0.019	0.006	0.000	0.003	0.000
X2	9.256	3.646	7.418	177.387	41.764	2.386	43.872	1.498
AIC	241.637	253.585	304.282	292.415	239.050	297.551	278.769	426.175
BIC	254.669	279.649	339.034	299.242	241.533	338.509	291.801	510.573
AICC	204.850	260.338	1281.870	195.288	228.186	-170.38	241.982	74.952

Bir örnek üzerinden açıklamak gerekirse, çıktı parametresinin 0-1 gibi dar bir aralıkta değiştiği bir veri setinde hatanın 0'a yakın olmasının başarı kabul edildiği MSE, RMSE vb. değerlendirme kriterlerinde 0.5 değeri düşük bir hata gibi görünse de bu durum yanıltıcı olabilir. Benzer bir değerlendirme çıktı parametresinin 0-1000 aralığında değiştiği bir veri setinde yapılmış olsaydı 0.5 değeri oldukça düşük bir hata olarak kabul edilebilirdi. Yani, hata değerlerinin toplamının 0'a yakın olmasını referans alan model değerlendirme kriterlerinde model başarısı ile ilgili gerçekçi bir değerlendirme yapmak her zaman mümkün olmayabilir. Çünkü bu kriterler 0'a yakınlığın ölçüsü ile ilgili net bir bilgi verememektedir. Çıktı parametresinin değer aralığına bağlı olarak bazı durumlarda aynı hata değerleri düşük kabul edilirken bazı durumlarda yine aynı hata değeri yüksek kabul edilebilir.  $R^2$  tabanlı model değerlendirme kriterleri ise hata (SSE) değerlerinin yanında gerçek değer ve gerçek değer ortalamasını (SST) da dikkate alan bir hesaplama yaptığı için elde edilen sonuçların sadece hata değerlerini dikkate alan (MSE, RMSE, SE vb.) model değerlendirme kriterlerine göre daha yansız ve gerçekçi olduğu söylenebilir. Burada dikkat edilmesi gereken şey,  $R^2$  tabanlı model değerlendirme kriterlerinin kullanımında çıktı parametresinin dağılımının normal veya normale yakın olduğu varsayımıdır. Çıktı parametresi belirli bir bölgede kümelenirse bu durum SST hesabında yanlış bir sonuca sebep olacağından elde edilen  $R^2$  sonucu yanıltıcı olabilir.

Diğer bir model değerlendirme kriterleri başlığı altında incelenen AIC, BIC, AICC gibi kriterler ise model tahmin performansının yanında modelin içerdiği terim sayısını da dikkate alır. Bu kriterler hem tahminden kaynaklanan hatanın hem de model terim sayısının olabildiğince düşük tutulmasını başarı olarak kabul eder. Bu çıkarımlar doğrultusunda, farklı tip model değerlendirme ölçütlerinin model başarısını tespit etmek için birlikte kullanımının daha anlamlı olacağı söylenebilir.

Tablo 8.6 model değerlendirme kriterlerini ve her bir model değerlendirme kriterine göre önerilen modeller arasında en başarılı ilk 5 modeli göstermektedir. Sonuçlar incelendiğinde, model değerlendirme kriterlerinin büyük çoğunluğuna göre HM en başarılı model olarak ön plana çıkmaktadır. Onun dışında SOTN model de önerilen bir başka model olarak görülmektedir. Bu sonuçların yanıltıcı olmaması adına Tablo 8.5'de verilen sayısal değerler dikkate alınarak Tablo 8.6'nın yorumlanması gerekir. Mesela,  $R^2$  model değerlendirme kriteri dikkate alındığında Tablo 8.6'ya göre en

başarılı HM dir ancak SOTN, TON, SONR ve SON modellerde yüksek başarı oranına sahiptir. Bu sebeple, belirtilen modeller arasından bir seçim yapılmak istendiğinde tek başına  $R^2$ 'nin belirleyici bir değerlendirme kriteri olamayacağını söylemek gerekir.  $R^2$  bakımından model başarıları arasındaki fark belirleyici bir etki yaratacak kadar büyük değildir. Benzer durum diğer değerlendirme kriterleri dikkate alınarak sonuçlar incelendiğinde de görülebilir. Sayısal sonuçlara göre, HM'nin en başarılı model olduğunu söylemek mümkün olmakla birlikte; SOTN, TON, SONR ve SON modeller de birçok model değerlendirme kriterine göre HM'ye yakın başarı gösterebilmiştir.

Tablo 8.6: Farklı model değerlendirme kriterlerine göre en başarılı tespit edilen ilk beş model

Kriter	1	2	3	4	5
R2	HM	SOTN	TON	SONR	SON
R2 düzeltme	HM	SONR	SOTN	TON	SON
SE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
MSE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
RMSE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
RMSPE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
RRMS	HM	SOTN	SONR	TON	SON
SAE	HM	SOTN	SONR	TON	SON
MAE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
SRMSE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
MAPE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
SEP	HM	SOTN	TON	SONR	SON
KGE	SOTN	SONR	HM	TON	SON
U2theil	HM	SOTN	TON	SONR	SON
MSRE	HM	SOTN	TON	SONR	SON
X2	HM	SOTN	SONR	TON	SON
AIC	FOTNR	SON	SONR	BesselJ	FOTN
BIC	FOTNR	SON	SONR	BesselJ	FOTN
AICC	SOTN	HM	FOTN	SON	FOTNR



Tablo 8.7 bu tez çalışması kapsamında orijinal bir model değerlendirme kriteri olarak önerilen sınır kontrol kriteri dikkate alınarak modellerin başarı değerlendirme sonuçlarını göstermektedir. Sınır kontrol kriteri dizayn parametreleri sürekli aralıkta değişirken modellerin alabileceği maksimum ve minimum değerlerin mühendislik bakımından gerçekte uyumlu olup olmadığını kontrol eder. Bu çalışma kapsamında Tablo 8.4’de verilen sonuçlara göre maksimum ve minimum doğal frekans aralığı sırasıyla 619.842 rad/sn ve 323.036 rad/sn olarak bulunmuştur. Önerilen matematiksel modeller tarafından bulunan maksimum ve minimum doğal frekans aralığı değerleri Tablo 8.7’de verilmiştir. Matematiksel modeller kullanılarak elde edilen sonuçlar, Tablo 8.4’de analitik formül kullanılarak bulunan gerçek sonuçlar ile karşılaştırıldığında yalnızca SON ve SONR modellerin hem maksimum hem de minimum doğal frekans aralığı değerleri bakımından gerçek sonuçlar ile tutarlı sonuçlar ürettikleri görülmektedir. Burada ulaşılan sonuç oldukça çarpıcıdır. Tablo 8.5 ve Tablo 8.6’daki 19 farklı model değerlendirme kriterine göre en başarılı model olarak ön plana çıkan HM ve SOTN modeller Tablo 8.7’deki sınır kontrol kriteri sonuçlarına göre kullanılması mümkün olmayan modeller olarak belirlenmiştir. Bu sebeple, sınır kontrol kriterinin model seçimine direk etki edebilen ayırt edici bir kriter olduğu söylenebilir. SON ve SONR modeller hem maksimum hem de minimum doğal frekans aralığı değerleri bakımından gerçekte tutarlı ve birbirlerine yakın sonuçlar üretmiştir. Bu iki model içerdikleri terim sayısı bakımından karşılaştırıldığında ise SON modelin SONR modele göre daha sade bir model olduğu görülmektedir.

Tablo 8.7: Modellerin sınır kontrol kısıtı (boundedness check) değerlendirmesi

	Maksimum	Minimum	Model terim sayısı
SON	606.85	317.72	21
SONR	629.84	297.89	42
TON	9.94E+04	-9.84E+04	56
FOTN	604.3	100.06	11
FOTNR	1.15E+10	-2.35E+07	22
SOTN	652.67	-629.4	66
BesselJ	799	-21535.2	21
HM	3931.95	-11596	136

Tablo 8.5, 8.6 ve 8.7’deki değerdendirmeler SON ve SONR modellerin doğal frekans aralığı çıktısını modellemede kullanılabilecek en uygun iki model olduğunu göstermiştir.

Tablo 8.8: SON ve SONR modellerin rastgele üretilen veri setleri ile farklı değerdendirme kriterleri baz alınarak başarılarının llmesi

Model değerdendirme kriteri	50 test veri		100 test veri		250 test veri	
	SON	SONR	SON	SONR	SON	SONR
$R^2$ test	0.81	0.88	0.72	0.86	0.32	0.22
$R^2$ düzeltme	0.79	0.87	0.71	0.85	0.30	0.20
SE	29.52	22.94	35.19	25.20	52.72	56.47
MSE	871.57	526.25	1238.56	634.94	2779.48	3188.35
RMSE	29.52	22.94	35.19	25.20	52.72	56.47
RMSPE	5.61	4.35	6.80	4.76	10.42	11.30
RRMS	5.59	4.35	6.72	4.81	9.79	10.49
SAE	1222.04	967.88	2968.91	2136.61	9883.96	9767.99
MAE	24.44	19.36	29.69	21.37	39.54	39.07
SRMSE	0.06	0.04	0.07	0.05	0.10	0.10
MAPE	4.62	3.64	5.64	4.04	7.60	7.56
SEP	0.06	0.04	0.07	0.05	0.10	0.10
KGE	0.78	0.89	0.68	0.88	0.70	0.87
U2theil	0.06	0.04	0.07	0.05	0.10	0.10
MSRE	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.01
X2	82.47	49.64	238.04	119.36	1364.36	1581.94
AIC	522.41	539.18	1037.96	1013.14	2733.97	2810.28
BIC	562.56	619.49	1092.67	1122.56	2807.92	2958.19
AICC	555.41	1055.18	1049.80	1076.51	2738.03	2827.73

Bu iki modelin başarı durumlarını birbirleriyle karşılaştırmak için rastgele 50, 100 ve 250 satırdan oluşan test verileri üretilmiştir. Tablo 8.8’de bu test verileri için elde edilen gerçek doğal frekans aralığı değerdendirme kriterlerinin SON ve SONR modeller tarafından ne kadar hassasiyetle tahmin edilebildiği farklı model değerdendirme kriterleri

kullanılarak belirlenmiştir. Sonuçlara göre, 50 ve 100 satırlık test verileri kullanılarak bir karşılaştırma yapıldığında; SONR modelin AIC, BIC ve AICC dışındaki tüm model değerlendirme kriterleri tarafından daha başarılı bulunduğu söylenebilir. SON ve SONR modellerin karşılaştırılmasında 250 satırlık test verisi kullanıldığında ise  $R^2$ ,  $R^2$ düzeltilme, SE, MSE, RMSE, RMSPE, RRMS, X2, AIC, BIC, AICC kriterlerine göre SON modelin daha başarılı olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 8.8 sonuçları incelendiğinde dikkate çeken başka bir durum, belirtilen iki modelin test edildiği veri kümesinin hacmi genişledikçe gerçek değerleri tahmin edebilmede gösterdikleri performansın bazı başarı değerlendirme kriterlerine göre oldukça düşüken, bazı kriterlere göre ise hala oldukça iyi durumda olmasıdır. Mesela 50 ve 100 satırlık veri seti ile test aşamasında  $R^2$  ve  $R^2$  düzeltilme kriterlerine göre yüksek başarı oranına sahip olan SON ve SONR modeller, test veri seti hacmi 250 satıra çıkarıldığında bu iki kritere göre oldukça kötü bir başarı performansı göstermişlerdir. Ancak, MAPE, KGE MSRE gibi başarı kriterleri dikkate alınarak modeller değerlendirildiğinde test veri hacminin arttırılmasının modellerin başarı durumunu değiştirecek kadar büyük bir etki oluşturmadığı görülmektedir. Bu sonuçlar, model başarı değerlendirmesinde farklı yaklaşımları baz alan bu kriterlerin rastgele kullanımının yanıltıcı olabileceğini göstermektedir. Bu sebeple, modellerin tahmin performansı değerlendirilirken, yukarıdaki tablolarda verilen farklı kriterleri bir arada kullanmak daha anlamlı olabilir. Ancak bazı durumlarda, farklı kriterleri bir arada kullanmakta karar vermek için yeterli olmayabilir veya yanıltıcı olabilir. Daha önce yukarıdaki örnekte de bahsedildiği gibi 250 satırlık test verisi kullanılarak SONR model için belirlenen 0.22  $R^2$  değeri, modelin gerçek değerleri tahmin etme başarısının oldukça düşük olduğunu söylerken, MAPE başarı kriterine göre SONR model için belirlenen 7.56 değeri modelin başarısının çok iyi olduğu yönünde bir tespit yapmamızı sağlar. Bu durum birçok model arasından hangisinin daha başarılı olduğu ile ilgili bir seçim yapmamız gerektiğinde sorun oluşturmayabilir ancak bir modelin ne kadar başarılı olduğu ile ilgili tespit yapmak gerektiğinde karar vermek daha zor olacaktır. Modeller arasından en başarılıyı seçmek gerektiğinde farklı değerlendirme kriterleri tarafından ön plana çıkan modeli seçmek anlamlı olabilir. Fakat hangi başarı kriterinin değerlendirmesinin dikkate alınması gerektiği ile ilgili bir soru işareti olduğundan dolayı bir modelin ne kadar başarılı olup olmadığına karar vermek daha zor olacaktır. Böyle bir sorunun üstesinden gelebilmek için başarı değerlendirme

kriterlerinin hesaplamalarında nasıl bir yaklaşım kullanıldığını ve çalıştığımız veri setinin bu yaklaşıma uygun olup olmadığını bilmek faydalı olacaktır. Yani bir modelin başarı değerlendirmesi ile ilgili sadece gerçek değerleri tahmin etme performansını bir sonuç olarak düşünmek yerine bu değerlendirmeye etki edebilecek faktörleri dikkat almak gerekir. Burada, dizayn parametrelerinin ve onların seviye değerlerinin doğru belirlenmesi, uygun bir deney tasarım metodu kullanılarak deney seti oluşturulması, deney sayısının modelleme için yeterli olması, çıktı parametresi için veri dağılım tipinin belirlenmesi temel bazı dikkat edilmesi gereken faktörlerdir. Bu faktörlere dikkat edilmeden gerçekleştirilen bir modelleme sonucunda başarılı bir modele ulaşılsa bile bu durum yanıltıcı olabilir.

Bu değerlendirmeler doğrultusunda, çalışma kapsamında ele alınan model tipleri ve model başarı değerlendirme kriterleri kullanılarak şu sonuçlara ulaşıldığı söylenebilir:

- 1) Bu tez çalışması kapsamında önerilen sınır kontrol (boundedness check) model değerlendirme kriteri modelin ne kadar başarılı olduğundan ziyade modelin ürettiği sonuçların gerçekte uyumluluğunu değerlendiren ve modelin kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili direk bilgi verebilen bir metottur. Sınır kontrol kriterinin önemini doğal frekans aralığı çıktısının modellemesinde kullanılan matematiksel modellerin başarı değerlendirilmesinde açık bir şekilde görmek mümkün olmuştur. Diğer model değerlendirme kriterlerinin büyük bir çoğunluğu HM'yi en başarılı model olarak ön plana çıkarırken, sınır kontrol kriteri HM'nin ürettiği maksimum ve minimum doğal frekans aralığı değerlerinin gerçekte ulaşılması mümkün olmayan sonuçlar olduğunu ve modelin kullanılamayacağını göstermiştir. Ayrıca, bu tür bir değerlendirme doğrultusunda sadece SON ve SONR modellerin ürettiği maksimum ve minimum doğal frekans aralığı değerlerinin gerçek ile tutarlı sonuçlar olduğunu belirlemiştir.
- 2) Model başarı ölçütleri kendi içerisinde değerlendirildiğinde ise  $R^2$ ,  $R^2$ düzeltilme, KGE gibi kriterler değerleri 1'e ne kadar yakın ise modeli o ölçüde başarılı kabul ederken; AIC, BIC, AICC gibi kriterler elde edilen değer ne kadar küçük olduğuna bağlı olarak modeli başarılı kabul etmektedir. Bu iki grup dışında geriye kalan model değerlendirme kriterleri

modellerin gerçek değerleri tahmin etmede gösterdikleri hatalar 0'a yakın olduğu ölçüde modeli başarılı kabul eder.

- 3) MSE, RMSE, SE vb. model değerlendirme kriterleri sadece gerçek ve tahmin edilen arasındaki farkı dikkate alarak hata (SSE) karşılaştırması yapar.  $R^2$  tabanlı model değerlendirme kriterleri hata (SSE) değerlerinin yanında gerçek değer ve gerçek değer ortalamasının farkını (SST) da dikkate alarak bir hesaplama gerçekleştirir. AIC, BIC, AICC gibi kriterler ise gerçek ve tahmin edilen arasındaki farka ek olarak, model terim sayısını da model başarısına etki eden bir ölçüt olarak dikkate alır. Bu değerlendirme kriterlerine göre daha az terimden oluşan ve hata oranı daha düşük olan model daha başarılıdır. Bu sebeple, model başarısı belirlenirken farklı model değerlendirme kriterleri kullanarak en etkili model belirlenmeye çalışılmıştır. Ancak görüldüğü üzere bahsedilen model değerlendirme kriterlerinin hiçbirisi sınır kontrol kriteri kadar modelin kullanılabilirliği hakkında net bilgi verememektedir. Bu kriterler, hangi modelin daha yalın ve veriyi ne kadar iyi fit ettiği ile ilgili fikir vermektedir. Ancak elde edilen sonuçların gerçekle tutarlılığı ve uygulanabilirliği hakkında bilgi verememektedir.

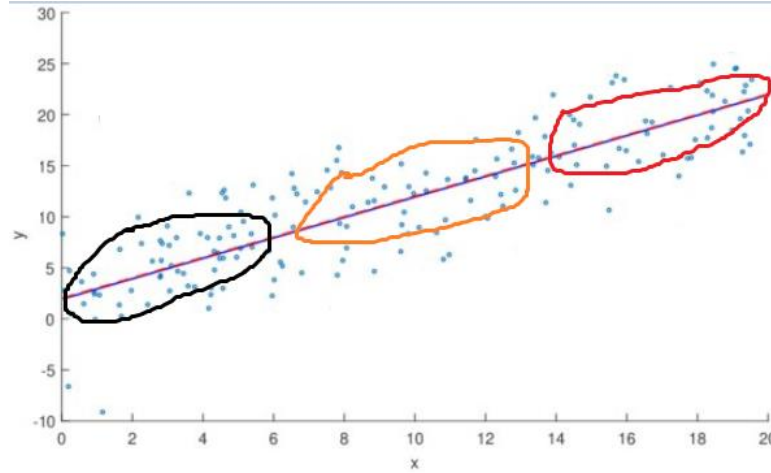
## Bölüm 9

# Deney Tasarım Metotlarının Karşılaştırılması

### 9.1 Farklı Deney Tasarım Metotları Kullanımının Modelleme Üzerindeki Etkisinin Değerlendirilmesi

Deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon, birbirlerini takip eden ve birbirlerinden bağımsız düşünülmemesi gereken bir süreçtir. Deney tasarımı aşamasında dizayn parametrelerinin seçimi, onların seviye değerlerinin belirlenmesi ve hangi deney tasarım metodunun kullanılacağına karar verilmesi modelleme sürecine doğrudan etki etmektedir. Yani, tanımlanan probleme etki eden dizayn parametrelerinin veya onların seviye değerlerinin doğru seçilmemiş olması, matematiksel modelleme sürecinde çıktı parametresinin davranış trendi ile ilgili yanlış çıkarımlar yapılmasına sebep olabilir. Dizayn parametreleri ve onların seviye değerlerinin doğru tanımlandığı bir problemde deney tasarım metodunun dizayn parametrelerinin tanımlanan değer aralığını kapsayacak şekilde bir data seti üretmemesi de istenmeyen bir durumdur. Bu tür data setleri kullanılarak matematiksel modelleme gerçekleştirildiğinde çıktı parametresinin global trendini gözlemlemek yerine dizayn parametrelerinin belirli bir aralığı için geçerli olan lokal bir trende yakalanma ihtimali ortaya çıkmaktadır. Böyle bir durumda, matematiksel model gerçek değerleri yüksek doğruluk ile tahmin etse bile data seti içerisinde yer alan noktalar dizayn parametrelerinin belirli aralıklarını ifade edecek şekilde kümелendiği için yanılgıya sebep olabilir. Aşağıda verilen Şekiller incelendiğinde bahsedilen durum ile ilgili değerlendirme yapmak daha kolay olacaktır. Şekil 9.1 ‘de girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişki lineer davranış gösterdiği için data seti oluşturulurken tüm girdi aralığını ifade edecek şekilde değil de işaretlenmiş

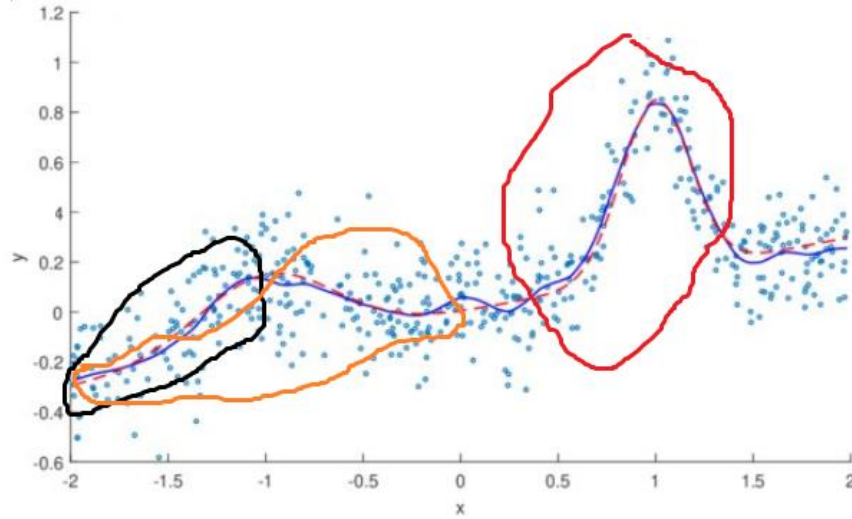
belli bölgelerde kümelenmiş olarak data toplanmış olsa dahi modelleme aşamasında bir sorun teşkil etmeyebilir.



Şekil 9.1: Girdi ve çıktı parametrelerinin ilişkisinin lineer model ile ifade edilmesi

Ancak benzer değerlendirmeyi Şekil 9.2 için yapmak mümkün değildir. Burada data seti oluşturulurken belli bölgelerde kümelenmiş dataları seçmek modellemede yanılgıya sebep olacaktır. Mesela siyah renk ile işaretlenmiş bölgeden yoğun olarak data seçmek girdi-çıktı parametreleri arasındaki ilişkinin lineer davranışa sahip olduğunu gösterirken, turuncu renk ile işaretlenmiş bölge logaritmik, kırmızı ile işaretlenmiş bölge ise polinom veya trigonometrik davranışın baskın olduğunu gösterir. Böyle bir durumda ancak data seti içerisinde yer alan noktaların tüm girdi parametreleri değer aralıklarını temsil edecek şekilde seçilmesi bizi doğru sonuca götürür.

Deney tasarımı ve modelleme aşamalarında doğru stratejinin izlenmemesi durumunda optimizasyonda birçok farklı problem tipinde başarısını ispatlamış metotlar kullanılsa dahi elde edilen sonuçlar gerçeklikten uzak olacaktır. Optimizasyon sürecinin ana elemanları, amaç fonksiyonu, kısıtlar ve dizayn parametreleridir. Değeri maksimize veya minimize edilmek istenen amaç fonksiyonu doğrudan deney tasarımı ve modelleme süreçleri ile bağlantılı olduğu için güvenilir bir optimizasyon sonucuna ancak güvenilir bir amaç fonksiyonuna sahip olmakla ulaşılabilir.



Şekil 9.2: Girdi ve çıktı parametrelerinin ilişkisinin non-lineer model ile ifade edilmesi

Tablo 9.1’ de literatürde en sık karşılaşılan deney tasarım metotları, bu metotların uygulandığı problemlere örnekler ve FFD kullanılsaydı gerçekleştirilmesi gereken deney sayıları gösterilmiştir.

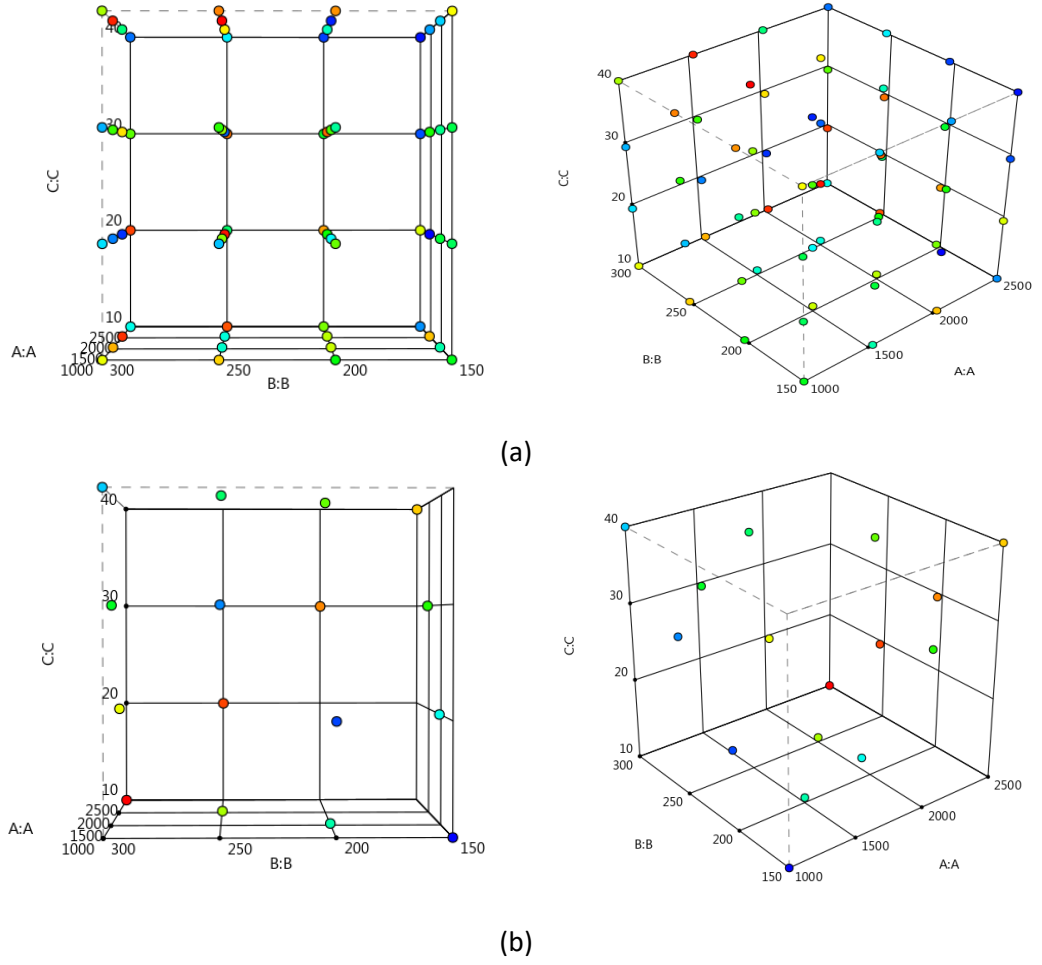
Literatürde en çok karşılaşılan deney tasarım metotları; BBD, CCD ve Taguchi olmakla birlikte D-optimal ve FFD da sıklıkla kullanılmaktadır. Özellikle Taguchi metodunun çok fazla deney gerçekleştirilmesi gereken durumlarda alternatif diğer metotlara göre oldukça az deney sayısı içerecek şekilde bir tasarım sunması maliyetin birince derece önemli olduğu mühendislik alanlarında çalışanlar için cezbedici olmaktadır. Örnek problemlerin yer aldığı Tablo 9.1 incelendiğinde de Taguchi’nin deney sayılarında dikkate değer bir azalma sağladığı açık bir şekilde görülmektedir.

Ancak burada dikkat edilmesi ve sorgulanması gereken konu deney sayısını azaltmanın modelleme ve optimizasyon üzerindeki etkisidir. Mesela, Taguchi’nin bir deney tasarım metodu olarak kullanıldığı Hong ve diğ. [44], Jafari ve Akyuz [2], Huang ve diğ. [50] tarafından yapılan çalışmalarda Taguchi metodunun ve FFD metodun önerdiği gerçekleştirilmesi gereken deney sayıları karşılaştırıldığında farkın çok büyük olduğu görülmektedir. Bu durum Taguchi metodunun kullanımının daha çok sorgulanmasına sebep olmaktadır. Bu aşamada deney tasarım metotlarından beklenti, dizayn parametrelerinin sınırları içerisinde kalacak şekilde girdi ve çıktılar arasındaki ilişkiyi en doğru şekilde ortaya koyabilecek data setini oluşturmalarıdır.



Tablo 9.1: Deney tasarım metotları ve literatürden örnek problemler

Yıl	Çalışma	Çalışma konusu	Deney tasarım metodu	Deney sayısı	FFD deney sayısı
2021	Kashyzadeh ve diğ. [62]	Kompozit doğal gaz tankı tasarımı	CCD	24	625
2019	Zhang ve diğ. [63]	Elektrikli araç batarya paketi muhafazasının optimizasyonu	CCD	79	78125
2016	Mohamed ve diğ. [64]	Katmanlı üretim ile üretilen numunelerin dinamik-mekanik özelliklerinin optimizasyonu	I-Optimal	60	31104
2016	Pahange ve Abolbashari [3]	Uçak kanat tasarımı	Taguchi	18	486
2016	Arora ve diğ. [65]	Yaprak yay için yorulma ömrü optimizasyonu	CCD	50	3125
2016	Patel ve diğ. [6]	Döküm prosesinin modellenmesi	BBD CCD	27	81
2021	Huang ve diğ. [50]	Laser kaynak prosesi	Taguchi	25	15625
2020	Ye ve diğ. [41]	Stirling motorunun dinamik performans analizi	BBD	55	729
2019	Kun ve diğ. [66]	Fiber takviyeli kompozitlerin enjeksiyon kalıplama işlemi	Taguchi	27	243
2019	Veljkovic ve diğ. [5]	Biyodizel üretim prosesinin modellenmesi	FFD BBD CCD	27 14 14	27
2022	Jafari ve Akyuz [2]	Araç fren disk tasarımı	Taguchi	16	1728
2021	Hong ve diğ. [44]	Train fren disk tasarımı	Taguchi	32	262144
2020	Souzangarzadeh ve diğ. [67]	Enerji emici silindirik parçalı tüpler	D-Optimal	34	72
2020	Li ve diğ. [68]	Araç stabilitesinin modellenmesi	D-Optimal	28	729
2021	Kumar ve diğ. [49]	Polimer kompozitlerde delme prosesi	Taguchi	16	64



Şekil 9.3: FFD ve Taguchi metodları tarafından oluşturulan deney setlerinin karşılaştırılması

Kumar ve diğ.[49] tarafından yapılan çalışmada polimer kompozitlerde delme prosesinin matematiksel modellemesi ve optimizasyonu ele alınmıştır. Deney tasarım metodu olarak Taguchi kullanılmış ve 16 satırdan oluşan bir deney seti ortaya konulmuştur. Taguchi yerine FFD deney tasarım metodu kullanıldığı durumda 64 deney gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Şekil 9.3 (a), FFD deney tasarımı için gerçekleştirilmesi gereken deneyleri gösterirken; Şekil 9.3 (b), Taguchi deney tasarımı tarafından gerçekleştirilmesi önerilen deneyleri göstermektedir. Burada, başarılı bir matematiksel modelleme süreci gerçekleştirilebilmesi, Taguchi deney tasarım metodu tarafından önerilen deneylerin Şekil 9.3 (b)'de gösterilen kübik eleman üzerinde homojen dağılım sağlayacak şekilde belirli bir alanda yoğunlaşmadan farklı noktalardan deney seti dataların seçilmesiyle mümkün olacaktır. Şekil 9.3 (b)'de yer alan Taguchi tarafından gerçekleştirilmesi önerilen deneyler incelendiğinde, kübik elemanın tüm köşelerini kapsayacak şekilde bir deney setinin oluşturulmadığı, 16

deney seti noktasının, köşelerden 4 nokta, her yüzeyde 2 nokta olmak üzere yüzeylerde toplam 12 nokta olarak seçildiği görülmektedir. Dikkat çekici bir başka durum kübik elemanın iç kısmında yer alan hiçbir noktanın Taguchi tarafından önerilen deney seti için seçilmemiş olmasıdır. Bu değerlendirmeler doğrultusunda, FFD yerine Taguchi deney tasarım metodunun kullanılması problemin matematiksel modelleme aşamasında yanılgıya sebep olabilir mi? Sorusu dikkatle incelenmesi gereken bir durumdur. Taguchi deney tasarım metodu dikkate alınarak yapılan bu değerlendirmeyi farklı deney tasarım metotları için yapmak da mümkündür. Tekrar hatırlatmak gerekirse, burada vurgulanmak istenen temel şey; deney tasarımı sürecinin modelleme ve optimizasyonu doğrudan etkilediği, dolayısıyla bu üç sürecin birbirinden ayrı düşünülemeyeceği ve deney tasarımında dizayn parametrelerinin, onların seviye değerlerinin ve kullanılacak deney tasarım metodunun doğru bir strateji ile seçilmesinin problemin çözümünde en büyük etkiye sahip olduğudur. Ancak hem Tablo 9.1’de verilen örnekler hem de literatür çalışmaları incelendiğinde, deney tasarımına gereken önemin verilmediği, özellikle Taguchi metodunun üzerinde çalışılan problem dikkate alınmaksızın deney sayısını azaltmak için yoğun bir şekilde kullanıldığı görülmektedir. Bu sebeple, bu çalışmada deney tasarım metotlarının modelleme ve optimizasyon üzerindeki etkisini incelemek için analitik çözümü olan kompozit şaft problemi ele alınmıştır. Böylece analitik formül kullanılarak gerçek sonuçları elde etme, modellerin tahmin performanslarını karşılaştırma, modelleri daha önce karşılaşmadıkları data setleri ile test etme imkânı doğmuş ve gerçek anlamda deney tasarım metotlarının performanslarını değerlendirmek mümkün olmuştur.

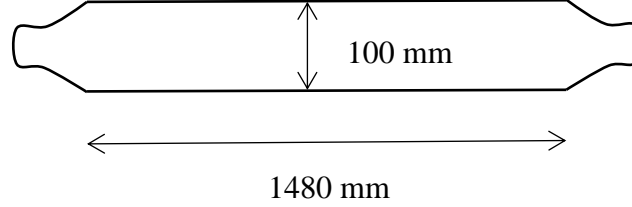
## Problem 12

*Savran, M., Ayakdaş, O., Aydın, L., & Dizlek, M. E. (2020). Design and Optimization of Glass Reinforced Composite Driveshafts for Automotive Industry. Designing Engineering Structures using Stochastic Optimization Methods, 44-58. [69]*

Çalışma kapsamında incelenen kompozit şaft 16 tabakalı simetrik/balans cam-epoksi malzemeden oluşmaktadır. Kompozit fiber açıları dizayn parametresi olarak seçilmiştir. Amaç fonksiyonu olan kritik burulma burkulma yükünün değerinin en az 550 Nm’den büyük olacak şekilde maksimize edilmesi hedeflenmiştir. Deney tasarım metodu olarak; FFD, Taguchi, BBD, CCD ve D-Optimal kullanılmıştır. Deney tasarım

metotlarının modelleme ve optimizasyon üzerindeki etkisi karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

Kompozit şaft problemi Klasik Laminasyon Teorisi dikkate alınarak çözülmüştür.



Şekil 9.4: Kompozit Şaft [58]

Klasik laminasyon teorisinin varsayımları ve detaylı bilgi için referans çalışma incelenebilir [58]. Kompozit malzeme mekaniği tabanlı analitik formül kullanılarak kritik burulma burkulma yükünün hesaplanabilmesi için kompozit şaftın açığa bağlı özelliklerinin tespit edilmesi gerekir. Dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi ve ona bağlı olarak hesaplanan mühendislik sabitleri ile ilgili formüller formüller 6. Bölüm Denklem 6.1 ve 6.2’de verilmiştir.

Uzama-kısalma rijitlik matrisi  $[A]$  herbir tabaka için hesaplanan dönüştürülmüş indirgenmiş rijitlik matrisi ve herbir tabakanın kalınlığına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir [58].

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})_k] (h_k - h_{k-1}), \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (9.1)$$

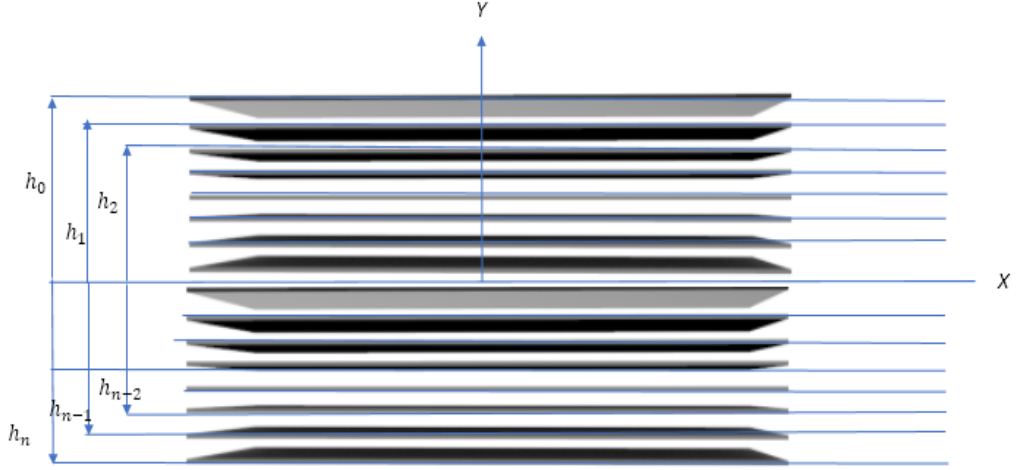
Fiber ve fibere dik yöndeki efektif modüller  $E_x$  ve  $E_h$  ;  $[A]$  matrisi ve tek tabaka kalınlığına bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir [58].

$$E_x = \frac{1}{t} \left[ A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right] \quad E_h = \frac{1}{t} \left[ A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}} \right] \quad (9.2)$$

Ele alınan problemde amaç fonksiyonu olarak seçilen kritik burulma burkulma yükü ( $T_{cr}$ ) aşağıdaki gibi hesaplanır [58].

$$T_{cr} = (2\pi r_m^2 t)(0.272)(E_x E_h^3)^{1/4} \left( \frac{t}{r_m} \right)^{3/2} \quad (9.3)$$

Burada,  $r_m$ , kompozit şaftın ortalama yarıçap değerini göstermektedir. Çalışma kapsamında ele alınan silindirik kompozit şaft Şekil 9.5’de gösterilen tabakalı kompozit gibi düşünülerek hesaplamalar gerçekleştirilmiştir.



Şekil 9.5: Cam /epoksi tabakalı kompozit

Tablo 9.2, dizayn parametresi olarak seçilen fiber açılarının deney setleri oluşturulurken alabileceği seviye değerlerini göstermektedir. Bu kapsamda FFD, D-Optimal, Taguchi ve CCD deney tasarım metodları ile deney seti oluşturulurken fiber açılarının seviye değerlerinin tamamı kullanılırken, BBD yalnızca 3 seviyeden oluşan dizayn parametreleri için deney seti önerebildiğinden dolayı 0, 45, 90 seviye değerlerini içerecek şekilde bir deney seti oluşturulmuştur.

Tablo 9.2: Şaft tasarımında kullanılan dizayn parametreleri ve seviye değerleri

	Seviye1	Seviye2	Seviye3	Seviye4	Seviye5
x <sub>1</sub>	0	22.5	45	67.5	90
x <sub>2</sub>	0	22.5	45	67.5	90
x <sub>3</sub>	0	22.5	45	67.5	90
x <sub>4</sub>	0	22.5	45	67.5	90

Deney tasarım metodlarından BBD, CCD ve Taguchi 25 satırlık deney setleri önerirken, D-Optimal 118, FFD ise 625 satırdan oluşan bir deney seti önermiştir.

Deney tasarım metotları tarafından oluşturulan deney setleri kullanılarak elde edilen matematiksel modeller optimizasyon sürecinde DE algoritması kullanılarak maksimize ve minimize edilerek kritik burulma burkulma yükü belirlenmiştir.

Tablo 9.3, 625 satırdan oluşan FFD deney tasarım metodu ile elde edilmiş data seti kullanılarak kurulan matematiksel modelleri, onların başarı değerlendirmelerini ve elde edilen kritik burulma burkulma yüklerini ve onlara karşılık gelen dizayn parametrelerini göstermektedir. Cam/epoksi malzemeden oluşan saft'ın kritik burulma burkulma davranışını modellemek için polinom, rasyonel, trigonometrik, logaritmik ifadeler içeren 14 farklı matematiksel model önerilmiştir. Modellerin başarıları, tez boyunca sistematik bir şekilde uygulana  $R^2$  uyum iyiliği indeksi ve boundedness check kriterleri ile ölçülmüştür. Eğitim, test ve doğrulama aşamalarında yeterli başarı gösteren modeller SON, TON, TONR, SOTN, SOTNR, SOLN olurken, boundedness check aşamasında, TONR ve SOLN modellerinin ürettikleri minimum kritik burulma burkulma yükü değerleri mühendislik bakımından gerçeği yansıtmadığı için bu iki model başarısız kabul edilmiştir.  $T_{cr}$  için belirtilmiş olan analitik formülü kullanılarak optimizasyon yapıldığında elde edilen maksimum ve minimum değerler sırasıyla 1783.96 Nm ve 769.16 NM dir. Bu durumda hem tahmin başarı oranı yüksek hem de gerçek sonuçlar ile en uyumlu sonuç üreten modeller SON ve TON modellerdir. SON modelin eğitim, düzeltme, test ve doğrulama aşamalarındaki ortalama başarı oranı 0.95, optimizasyon sonucu bulduğu maksimum ve minimum  $T_{cr}$  değerleri 1825.24 Nm ve 766.01 Nm iken bu değerler TON model için sırasıyla 0.965, 1827 Nm ve 739.49 Nm olarak elde edilmiştir. SON ve TON modeller tarafından maksimum  $T_{cr}$  için dizayn parametrelerinin optimum değerlerini 0 ve 90 olarak bulunurken, minimum  $T_{cr}$  de bu değerler iki model için farklılık göstererek sırasıyla [0/0/0/0] ve [13.15/12.74/12.65/13.39] olarak bulunmuştur.

Tablo 9.3: FFD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğrulama	Maks. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri	Min. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri
L	0.65	0.65	0.55	0.63	1819.73 [90/90/90/90]	784.04 [0/0/0/0]
LR	0.66	0.66	0.54	0.63	1733.35 [90/90/90/90]	662.36 [0/0/0/0]
SON	0.96	0.96	0.95	0.93	1825.24 [90/0/90/0]	766.01 [0/0/0/0]
SONR	0.09	0.08	0.01	-0.14	4.26E+12 [48.27/0.33/25.48/17.23]	-1.59E+09 [8.90/12.83/6.03/59.18]
TON	0.97	0.97	0.97	0.95	1827 [90/90/90/0]	739.49 [13.15/12.74/12.65/13.39]
TONR	0.98	0.98	0.98	0.97	1805.96 [90/90/90/0]	-8.73 [4.51/7.44/0.06/26.46]
FOTN	0.14	0.14	-0.02	-0.08	1542.37 [90/90/46.62/90]	1026.99 [31.02/18.22/68.61/24.64]
FOTNR	0.11	0.11	0.01	-0.05	8.13E+08 [10.59/12.13/5.17/58.37]	-1.76E+12 [15.49/16.03/89.93/13.79]
SOTN	0.93	0.93	0.94	0.91	2011.55 [30.41/21.09/90/17.85]	797.13 [50.86/28.93/28.93/19.44]
SOTNR	0.98	0.98	0.97	0.97	1937.82 [65.34/71.64/49.61/90]	423.93 [75.80/31.81/56.92/35]
FOLN	0.18	0.17	0.02	0.02	1443.54 [90/90/90/90]	930.61 [0/0/0/0]
FOLNR	0.03	0.02	-0.003	-0.13	1.22E+16 [0.26/0.003/30.42/30.33]	1303.64 [90/90/90/90]
SOLN	0.8	0.8	0.76	0.71	1827.09 [90/90/90/90]	-144.83 [1.37/1.40/1.36/1.41]
SOLNR	0.41	0.4	0.59	0.3	1359.26 [90/90/90/90]	-5.23E+12 [0.001/10.93/1.2730.99]

Tablo 9.4: CCD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ doğrulama	Maks. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri	Min. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri
L	0.62	0.52	-0.3	0.56	1734.55 [90/90/90/90]	562.96 [0/0/0/0]
LR	0.63	0.54	-0.2	0.64	1525.65 [90/90/90/90]	-105.96 [0/0/0/0]
SON	0.77	0.71	0.92	0.78	2502.29 [90/90/90/0]	738.62 [27.87/27.92/27.87/27.17]
SONR	-2	-3.25	-48	-19.82	2.48E+09 [90/0/44.16/82.73]	-1.72E+08 [90/78.47/0/0.02]
TON	0.8	0.75	0.9	0.66	367558 [0/90/50.94/24.43]	-364197 [90/3.27/39.06/65.40]
TONR	-7	-9.87	-149	-39.6	3.14E+13 [85.68/82.97/81.97/25.10]	-7.65E+09 [46.03/4.59/56.77/73.36]
FOTN	0.44	0.3	0.7	0.49	1514.28 [36.84/43.13/74.54/5.38]	764.86 [33.70/71.40/71.40/2.24]
FOTNR	0.99	0.99	0.43	-0.48	4.69E+14 [25.12/15.21/89.28/14.39]	-1.83E+08 [80.92/69.82/10.61/86.71]
SOTN	0.99	0.99	0.99	0.99	2504.55 [55.82/73.88/40.16/24.82]	-130.87 [41.96/82.63/57.62/23.18]
SOTNR	-30	-39.41	-150	-45.25	1.59E+07 [31.93/10.35/82.86/15.67]	-8.97E+11 [34.77/30.23/8.59/68.39]
FOLN	0.45	0.3	0.39	0.84	1.38E+03 [90/90/90/90]	-9.42E+01 [0/0/0/0]
FOLNR	0.49	0.36	0.25	0.8	1.59E+03 [90/90/90/90]	6.98E+02 [0/0/0/0]
SOLN	0.64	0.54	0.9	0.97	2.22E+03 [90/0/90/90]	-2.20E+04 [0/0/0/0]
SOLNR	-0.5	-0.99	0.3	-4.16	1.60E+10 [23.32/49.67/62.83/89.95]	-3.16E+10 [89.97/68.64/90/0]



Tablo 9.4, 25 satırdan oluşan CCD deney tasarım metodu ile elde edilmiş data seti kullanılarak kurulan matematiksel modelleri, onların başarı durumlarını göstermektedir. Tablo 9.4’de dikkat çekici bir sonuç SOTN modelin eğitim, test ve doğrulama aşamalarında neredeyse gerçek değerler ile birebir aynı tahmin de bulunmasına rağmen boundedness check aşamasında ürettiği maksimum ve minimum  $T_{cr}$  değerlerinin gerçek sonuçlar ile tutarsız olmasıdır. Bu durum boundedness check’in bir değerlendirme kriteri olarak önemini ortaya çıkarmaktadır. Diğer modeller de incelendiğinde  $R^2$  tahmin performansları ve boundedness check kriteri dikkate alınarak diğerleri ile karşılaştırıldığında nispeten başarılı diyebileceğimiz tek model SON dır.  $R^2$  ortalama tahmin performansı 0.8,  $T_{cr}$  maksimum ve minimum değerleri ise sırasıyla 2502.29 Nm ve 738.62 Nm dir. SON modelin bulduğu  $T_{cr}$  maksimum değeri (2502.29 Nm) analitik formül ile elde edilen gerçek değer (1783.96 Nm) ile karşılaştırıldığında yaklaşık %29’luk bir fark vardır. Aslında gerçek sonuçlar ile bu derece bir fark kabul edilebilir olmamasına rağmen diğer modeller ile karşılaştırıldığında SON tercih edilebilir tek modeldir.

Tablo 9.5, 25 satırdan oluşan BBD deney tasarım metodu ile elde edilmiş data seti kullanılarak kurulan matematiksel modelleri, onların başarı durumlarını göstermektedir. CCD kullanılarak deney seti oluşturulmak istendiğinde dizayn parametreleri 0, 22.5, 45, 67.5 ve 90 derece den oluşan 5 farklı seviye değerini alabilirken, BBD deney tasarım metodunda 0,45 ve 90 derece olmak üzere 3 farklı seviye değeri kullanılarak deney seti oluşturulmuştur. Tablo 9.5’deki sonuçlara göre; LR, SON, TON, FOTN, FOTNR, SOTN, SOLN,  $R^2$  uyum iyiliği indeksi bakımından başarılı modellerdir. Özellikle; SON, FOTNR, SOTN ve SOLN gerçek  $T_{cr}$  değerlerini bire bir doğru tahmin eden modeller olarak ön plana çıkmışlardır. Ancak bu modeller arasından boundedness check kriterini sağlayan modeller yalnızca SON ve TON modeller olmuştur. Bu iki modelin bulunduğu hem maksimum hem de minimum  $T_{cr}$  değerleri gerçek değerler ile tutarlıdır.

Tablo 9.5: BBD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

	R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğrulama	Maks. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri	Min. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri
L	0.75	0.69	0.89	0.61	1691.95 [90/90/90/90]	757.04 [0/0/0/0]
LR	0.77	0.71	0.91	0.57	1580.85 [90/90/90/90]	561.86 [0/0/0/0]
SON	1	1	1	1	1864.27 [90/90/0/90]	744.84 [24.81/24.81/24.81/24.81]
SONR	-19.19	-24.58	-35.97	-142.72	2.40E+10 [87.08/56.88/73.05/53.03]	-6.72E+09 [24.84/44.32/37.92/68.83]
TON	1	1	0.78	0.95	2032.21 [90/90/90/0]	759.19 [0/0/0/0]
TONR	-27.26	-34.79	-47.39	-340.81	3.33E+08 [56.36/38.41/31.70/67.54]	-7.25E+07 [61.69/70.13/40.65/5.17]
FOTN	0.95	0.94	0.92	0.65	4229.06 [72.95/28.97/66.67/60.39]	760.38 [76.09/63.53/57.24/19.55]
FOTNR	1	1	1	1	6.05E+14 [58.83/63.75/63.32/31]	-2.82E+11 [76.38/39.80/68.94/69.09]
SOTN	1	1	1	1	2162.32 [89.98/58.72/18.32/80.59]	-1501.95 [35.64/10.44/41.66/60.44]
SOTNR	-7.48	-9.74	-83.32	-281.71	1.45E+16 [89.96/38.45/89.9/20.55]	-5.09E+09 [78.78/88.75/57.5/87.16]
FOLN	0.53	0.4	0.89	0.74	1463.5 [90/90/90/0]	656.91 [0/0/0/0]
FOLNR	0.62	0.52	0.99	0.35	1357.49 [90/90/90/0]	-1.80E+15 [0.002/0.1/81.53/0.03]
SOLN	1	1	1	1	2004.23 [90/90/90/0]	-1534.65 [1.79/1.79/1.79/1.79]
SOLNR	-9.58	-12.41	-37.78	-166.46	1.16E+16 [42.91/88.69/30.43/54.73]	-3.37E+11 [36.31/34.52/83.20/55.92]

Tablo 9.6: D-Optimal deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

	$R^2$ eğitim	$R^2$ düzeltme	$R^2$ test	$R^2$ valid	Maks. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri	Min. $T_{cr}$ ve dizayn parametreleri
L	0.58	0.56	0.83	0.71	1805.79 [90/90/90/90]	780.91 [0/0/0/0]
LR	0.61	0.59	0.8	0.61	1698.07 [90/90/90/90]	743.84 [0/0/0/0]
SON	0.94	0.94	0.98	0.98	1838.6 [90/90/90/0]	786.36 [3.92/0.68/4.69/1.79]
SONR	0.95	0.95	0.97	0.98	1807.16 [90/90/90/0]	784.63 [14.83/11.64/9.07/11.58]
TON	0.96	0.96	0.99	0.99	1938.86 [90/90/90/0]	757.45 [11.32/12.96/11.55/12.04]
TONR	0.99	0.99	-0.65	0.82	2.29E+18 [72.54/82.77/74.75/1.96]	-2.11E+17 [11.14/25.31/6.97/2.73]
FOTN	0.13	0.1	0.12	0.14	1563.94 [65.58/65.37/27.80/27.63]	1039.58 [12.17/87.36/37.22/37.05]
FOTNR	0.28	0.25	-0.83	0.45	4.40E+09 [87.45/53.67/89.97/5.66]	-1.50E+12 [60.41/70.42/59.96/65.02]
SOTN	0.92	0.91	0.94	0.89	2072.09 [30.42/80.63/65.08/77.61]	686.59 [75.96/38.26/19.42/50.86]
SOTNR	0.85	0.85	0.05	-0.17	1.67E+09 [65.55/71.11/49.60/89.33]	-7.86E+17 [10.36/0.94/86.08/0.05]
FOLN	0.11	0.07	0.37	0.26	1.44E+03 [90/90/90/90]	9.31E+02 [0/0/0/0]
FOLNR	0.29	0.26	0.19	-0.12	1.95E+03 [90/90/90/0]	1.15E+03 [90/0/0/0]
SOLN	0.76	0.75	0.83	0.9	1.80E+03 [90/90/90/90]	-8.73E+01 [1.36/1.43/1.33/1.36]
SOLNR	0.61	0.59	-2.53	-0.84	1.54E+16 [89.95/87.41/90/24.54]	-4.78E+15 [13.78/8.44/51.75/10.57]

Tablo 9.6,  $T_{cr}$  çıktısının modellenmesinde D-optimal deney tasarım metodu kullanılması durumunda elde edilen modellerin başarı durumunu göstermektedir. D-optimal deney tasarım metodu modelleme için 118 satırdan oluşan bir data seti önermektedir. D optimal'in önerdiği data satır sayısı BBD ve CCD kadar az olmasa da, 625 satırdan oluşan FFD metoduna göre daha avantajlı olduğu söylenebilir. Tablo 9.6'de yer alan modellerin başarı durumları incelendiğinde, SON, SONR, TON ve SOTN modellerinin hem  $R^2$  uyum iyiliği indeksini hem de boundedness check kriterini başarıyla sağladığı görülmektedir. Bu modeller arasından TON,  $R^2$  kriteri baz alındığında daha iyi tahmin performansı göstermiş olsa da, SONR model maksimum ve minimum  $T_{cr}$  değerleri dikkate alındığında analitik formül kullanılarak bulunan gerçek sonuçlar ile daha tutarlı sonuçlar üretmiştir. Bazı modeller ise boundedness check aşamasında maksimum ve minimum  $T_{cr}$  yükünü gerçekçi değerler olarak bulmasına rağmen, gerçek değerleri tahmin etme aşamasında gösterdikleri performansların yeterli olmaması sebebiyle başarısız kabul edilmiştir. L ve LR bu kategoride yer alan modellerdir.

Tablo 9.7 matematiksel modelleme sürecinde data seti oluşturmak ve bu data setini kullanarak  $T_{cr}$  çıktısının davranışını ifade eden en doğru modeli ortaya koymak için Taguchi deney tasarım metodu kullanıldığı durumda elde edilen sonuçları göstermektedir. Taguchi deney tasarım metodunda BBD ve CCD de olduğu gibi 25 satırdan oluşan bir data seti kullanılarak matematiksel model oluşturma işlemi gerçekleştirilmiştir. Bu sebeple aynı data satır sayısına sahip bu üç metodun sonuçlarını karşılaştırmak bahsedilen  $T_{cr}$  çıktısını hangisinin daha iyi ifade ettiğini ortaya koymak için oldukça anlamlı ve fikir verici olacaktır. Taguchi deney seti kullanılarak gerçekleştirilen modellemelerde SON, TON, SOTN, SOLN ve SOLNR modellerin  $R^2$  uyum iyiliği indeksi bakımından gerçek değerleri tahmin etme konusunda yeterli başarıyı gösterdiği saptanmıştır. Bu modeller içerisinde boundedness check kriterlerini de sağlayan tek model ise SON olmuştur.

Tablo 9.7: Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

	R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğrulama	Maks. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri	Min. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri
L	0.81	0.76	-1.33	0.41	1924.38 [90/90/90/90]	687.74 [0/0/0/0]
LR	0.98	0.97	-14.49	-1.67	Inf	Inf
SON	0.96	0.95	0.63	0.88	- 2140.4 [0/90/0/90]	- 748.13 [0/0/14.10/0]
SONR	-5.39	-7.1	-348	-72	1.22E+14 [20.88/6.21/47.23/43.20]	-1.06E+14 [55.05/81.65/45.24/67.79]
TON	0.99	0.99	0.94	0.99	3.85E+06 [48.31/0/0/90]	-1.31E+07 [0/0/90/90]
TONR	-5.72	-7.51	-205.44	-73.24	1.46E+14 [80.38/89.92/0.23/89.91]	-3.68E+09 [8.09/25.82/32.48/54.21]
FOTN	0.33	0.16	-55.44	0.53	1786.58 [90/9020.88/90]	657.53 [43.47/5.52/49.15/30.41]
FOTNR	0.99	0.99	-31.76	0.71	5.22E+13 [29.35/30.26/78.27/29.05]	-2.90E+12 [62.32/34.19/18.88/88.57]
SOTN	1	1	1	1	3690.22 [83.53/71.46/45.29/38.79]	-852.43 [21.49/53.54/10.92/47.94]
SOTNR	-9.24	-11.97	-489.36	-76.16	2.01E+12 [59.03/25.26/65.37/34.30]	-3.23E+09 [50.75/68.94/45.07/83.89]
FOLN	0.34	0.17	-7.7	-0.95	1.48E+03 [90/90/90/90]	7.53E+02 [0/0/0/0]
FOLNR	0.55	0.43	-8.16	-0.32	4.10E+15 [90/0.002/58.33/88.78]	-2.30E+14 [0.3/0.007/0.22/90]
SOLN	0.95	0.94	0.88	0.95	4.21E+03 [90/0/0/90]	-4.08E+03 [0/0/90/6.44]
SOLNR	0.97	0.96	0.7	0.99	3.66E+08 [27.15/90/0/90]	-1.66E+10 [0.11/6.93/3.68/0.08]

Şu ana kadar  $T_{cr}$  çıktısını modelleme de etkisi incelenen deney tasarım metotları, FFD, CCD, BBD, D- optimal ve taguchi birbirleri ile karşılaştırıldığında tespit edilen bazı sonuçlar şu şekildedir: (i) SON, kompozit şaftın  $T_{cr}$  davranışını modellemede bu beş farklı deney tasarım metodu tarafından da önerilen tek modeldir, (ii) SONR, ise bu beş deney tasarım metodu arasında sadece D-optimal tarafından başarılı bulunan bir modeldir, (iii) BBD, CCD ve Taguchi metotları 25 satırdan oluşan data setleri ortaya çıkarmış olmalarına rağmen, bu data setleri kullanılarak elde edilen matematiksel modellerin başarı durumları birbirlerinden dikkate değer derecede farklıdır. Mesela BBD, CCD ve Taguchi metotları deney setleri kullanılarak oluşturulan SON modeller birbirlerinden oldukça farklı başarı oranları göstermektedir. BBD tarafından önerilen SON model mükemmel bir tahmin performansı gösterirken CCD ve Taguchi tarafından önerilen SON modeller de aynı başarıyı yakalamak mümkün olmamıştır. Bu sonuçlar, hibrit deney tasarım metotları kullanmanın bir avantaj sağlayıp sağlamayacağı sorusunu gündeme getirmektedir. Bu sebeple BBD, CCD ve Taguchi metotlarının bir arada kullanıldığı hibrit deney setleri oluşturulmuştur. Bu deney setlerinin matematiksel modelleme ve  $T_{cr}$  çıktısı üzerindeki etkileri Tablo 9.8’de verilmiştir. Tablo 9.8’da yer verilen modeller yapılan denemeler sonucu en başarılı olduğu tespit edilen modellerdir. BBD ve CCD metotların hibrit olarak kullanıldığı durumda ortaya çıkan en başarılı modeller SON, TON ve SOTN olmuştur. Ancak burada SON ve TON modellerin gerçek değerleri tahmin etme performansı sadece BBD metodu kullanıldığı durumda elde edilen SON ve TON modellerden daha kötüdür. SOTN model ise tahmin performansı bakımından sadece BBD ve CCD kullanıldığı durum ile benzer performansı göstermektedir. Ancak bu iki metot tek başlarına veya hibrit olarak kullanıldıklarında SOTN model tarafından boundedness check kriteri kapsamında elde edilen  $T_{cr}$  çıktısının maksimum ve minimum değerleri gerçekçi olmadığı için model başarısız kabul edilmiştir. Yani BBD ve CCD metotlarını hibrit olarak kullanmanın bir avantaj sağlamadığını söyleyebiliriz. BBD ve Taguchi hibrit olarak kullanıldığı durumda (BBD-Taguchi) L ve LR modellerin başarıları tek başlarına kullanıldıkları durumlara göre artarken, SON ve TON modellerin BBD metodunda daha başarılı olduğu söylenebilir. Taguchi metodu tarafından önerilen L ve LR modeller test ve doğrulama aşamalarında başarısız olmalarından dolayı elenirken, BBD metodu tarafından önerilen bu iki model tipinden L model’in ortalama  $R^2$  değeri 0.74, LR model ise boundedness check kriterini sağlayamadığı için başarısız olduğu belirlenmiştir. BBD ve Taguchi’nin hibrit

kullanımı ile L ve LR modellerinin ortalama  $R^2$  değerleri 0.83 ve 0.86 olarak bulunmuştur. Bu iki model boundedness check testlerini de başarıyla geçmiştir. Yani BBD-Taguchi hibrit kullanımı L ve LR modeller üzerinde bir iyileştirme sağlarken, SON ve TON modeller üzerinde iyileştirme yönünde bir etkiye sebep olmamıştır. Benzer değerlendirmeler BBD, CCD ve Taguchi metotlarının hibrit olarak kullanıldığı durum için de yapılırsa, SON ve TON modeller üzerinde hibrit kullanımın pozitif bir etki oluşturmadığı, BBD deney seti tarafından önerilen bu iki model tipinin hibrit duruma göre daha başarılı oldukları, SOTN modelin ise hibrit olmayan metotlar ile karşılaştırıldığında benzer tahmin performansına sahip olmakla birlikte hibrit kullanımda daha gerçekçi sonuçlar ürettiği söylenebilir.

Şu ana kadar yapılan değerlendirmelere göre en başarılı deney tasarım metodu BBD, en başarısız deney tasarım metodu ise CCD dir. BBD deney seti kullanılarak oluşturulan SON model gerçek değerler ile birebir tutarlı tahminlerde bulunmuş ve ayrıca boundedness test de optimizasyon sonucu bulunan maksimum ve minimum  $T_{cr}$  değerleri analitik formül kullanılarak optimizasyon sonucu elde edilen maksimum ve minimum değerler ile uyum göstermektedir. BBD deney tasarım metodunun bu başarısı yanıltıcı olabilir. Burada, 625 satırlık FFD deney seti yerine 25 satırlık BBD deney setini kullanmak kompozit saft'ın Kritik burulma burkulması ( $T_{cr}$ ) davranışını modellemek için yeterli ve gerçekçi midir? Ciddi şekilde tartışılması gerekiyor. Gerçekleştirilen ilk modelleme sonuçları bu yönde bir pozitif algı oluştursada çalışma kapsamında etkileri incelenen deney tasarım metotları kullanılarak elde edilen modellerin FFD data setinde yer alıp kendilerinde yer almayan datalar ile tahmin performanslarının test edilmesi daha doğru bir değerlendirme yapmamıza yardımcı olacaktır. Mesela BBD özelinde bir inceleme yaparsak, FFD'de olup kendisinde yer almayan 600 satır ile BBD tarafından önerilen SON modelin tahmin performansı test edildiğinde hala gerçek değerler ile yüksek tutarlılık göstermesi durumunda BBD metodunun başarısı Kabul edilebilir. Benzer değerlendirmeleri bu çalışmada kullanılan tüm deney tasarım metotları için yapmak mümkündür.

Tablo 9.8 BBD-CCD-Taguchi hibrit deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller

		R <sup>2</sup> eğitim	R <sup>2</sup> düzeltme	R <sup>2</sup> test	R <sup>2</sup> doğrulama	Maks. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri	Min. T <sub>cr</sub> ve dizayn parametreleri
BBD- CCD	SON	0.85	0.83	0.7	0.75	1692.82 [90/90/90/0]	620.62 [0/0/0/0]
	TON	0.86	0.84	0.77	0.74	1857.65 [90/0/90/90]	550.91 [0/0/0/0]
	SOTN	0.99	0.99	0.99	0.99	2754.15 [4.80/70.89/39.47/29.87]	495.62 [56.97/75.82/0.42/6.70]
BBD- Taguchi	L	0.74	0.71	0.95	0.91	1767.22 [0/90/90/90]	731.22 [0/0/0/0]
	LR	0.76	0.74	0.97	0.95	1746.53 [0/90/90/90]	735.87 [0/0/0/0]
	SON	0.94	0.94	0.93	0.93	1792.37 [90/90/90/0]	757.62 [12.99/17.69/11.12/17.55]
BBD- CCD- Taguchi	TON	0.98	0.98	0.99	0.96	2506.16 [0/90/90/90]	548.72 [0/0/0/90]
	SON	0.88	0.87	0.92	0.87	1787.68 [0/90/90/90]	720.65 [0/0/0/0]
	TON	0.91	0.9	0.93	0.96	1959.41 [90/90/0/90]	734.24 [12.71/11.11/14.33/12.64]
	SOTN	0.99	0.99	0.99	0.98	2263.96 [55.57/90/90/86.85]	545.14 [60.45/0.40/19.33/0.42]



Tablo 9.9’da deney tasarım metotları tarafından üretilen data setleri kullanılarak elde edilen ve ilk değerlendirmeler sonucu kompozit şaft’ın kritik burulma burkulma davranışını modelleme de başarılı oldukları tespit edilen modeller yer almaktadır. Bu modellerin daha önce karşılaşmadıkları FFD data seti ile test edilmeleri durumunda gösterdikleri performanslar dört farklı model değerlendirme kriteri için ayrı ayrı verilmiştir.

Tablo 9.9 Farklı deney tasarım metotları kullanılarak üretilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri

		$R^2$	MAPE	MAE	RMSE
CCD	SON	-0.66	17.5	238.44	292.95
BBD	SON	0.83	5.99	76.79	94
	TON	0.81	6.15	80.31	100.59
D-Optimal	SON	0.95	3.3	40.88	49.07
	TON	0.96	2.87	35.83	44.47
	SONR	0.96	3.03	38.2	46.83
	SOTN	0.92	4.06	50.38	65.61
Taguchi	SON	0.64	7.9	102.09	136.3
	SON	0.88	5.08	66.06	78.02
BBD-CCD	TON	0.88	5.2	65.7	79.57
	SOTN	-5.45	42.24	522.51	582.28
BBD-Taguchi	L	0.58	9.5	121.68	147.2
	LR	0.57	9.67	122.65	149.91
	SON	0.91	4.19	54.65	69.31
	TON	0.31	10.06	135.49	189.61
BBD-CCD-Taguchi	SON	0.95	3.36	42.44	52.65
	TON	0.89	4.54	59.16	76.82
	SOTN	0.75	6.88	88.09	115.04

Bu kriterlerden MAPE, MAE ve RMSE’de değerlerin 0’a yakın olması daha başarılı durumu ifade ederken,  $R^2$ ’de değerler 1’e ne kadar yakınsa model o ölçüde daha başarılıdır. Tablo 9.9’deki sonuçlar herbir deney tasarım metodu için incelendiğinde

şu çıkarımlar yapılabilir: (i) CCD tarafından önerilen SON model ilk şamada değerlendirmesinde Tablo 9.4’de elde edilen başarıyı gösterememiştir. FFD data setinde yer alan gerçek sonuçları tahmin etme performansı çok kötüdür. (ii) BBD data seti kullanılarak oluşturulan SON ve TON modeller Tablo 9.5’deki kadar yüksek başarı oranı gösteremesede dört değerlendirme kriteri baz alındığında da oldukça iyi tahmin performansına sahip olduğu söylenebilir. (iii) D-Optimal tarafından önerilen tüm modeller dikkate değer bir başarı oranına sahiptir. Modeller, Tablo 9.6’eki ilk aşama değerlendirme sonuçları ile benzer tahmin performansı göstermektedir. (iv) Taguchi tarafından önerilen SON modelin başarısında da bir düşüş söz konusudur ancak CCD’deki gibi keskin bir başarısızlık görülmemiştir. (v) Deney tasarım metotlarının hibrit olarak bir arada kullanımının tek başlarına kullanıma göre FFD data seti ile test aşamasında başarıyı arttırdığı söylenebilir. Özellikle BBD-Taguchi ve BBD-CCD-Taguchi deney setlerinde SON modelin başarısında hibrit olmayan deney tasarım metotları (BBD, CCD, Taguchi) ile karşılaştırıldığında önemli bir artış olmuştur. Ayrıca, bu üç deney tasarım metodunun tek başlarına kullanımında değerlendirme kriterlerini sağlayamayan SOTN model, hibrit deney tasarım metodunda başarı kriterlerini sağlayan modellerden biri olarak ön plana çıkmıştır.

Tablo 9.9’de dikkat çeken bir durum, D-Optimal tarafından önerilen dört modelin de ilk aşama değerlendirmelerinde olduğu gibi FFD data seti ile gerçekleştirilen test aşamasında da aynı başarıyı göstermiş olmalarıdır. Bu sonuç, diğer deney tasarım metotları ile karşılaştırıldığında D-optimal tarafından önerilen modellerin ne kadar stabil olduklarını göstermektedir. Tablo 9.9’da eksik olan tek değerlendirme, FFD tarafından önerilen modellerin bir teste tabi tutulmamış olmasıdır. Bu yüzden FFD de dahil tüm deney tasarım metotları tarafından önerilen modeller, 25 satırdan oluşan ortak bir data seti kullanılarak teste tabi tutulmuştur. Bu data seti oluşturulurken dizayn parametresi olan fiber açıları üretimde de en çok tercih edilen 0, 15, 30, 45, 60, 75 ve 90 derece olarak seçilmiştir.

Tablo 9.10 deney tasarım metotları tarafından önerilen modellerin, bahsedilen 25 satırlık deney seti kullanılarak test edilmesi sonucu elde edilen başarı durumlarının değerlendirmesini içermektedir. Sonuçlara göre D-Optimal tarafından önerilen TON ve SONR modeller ile FFD tarafından önerilen TON model en başarılı modellerdir. FFD’de ilk aşamada Tablo 9.3’de başarılı gözüken SOTN ve SOTNR modellerin

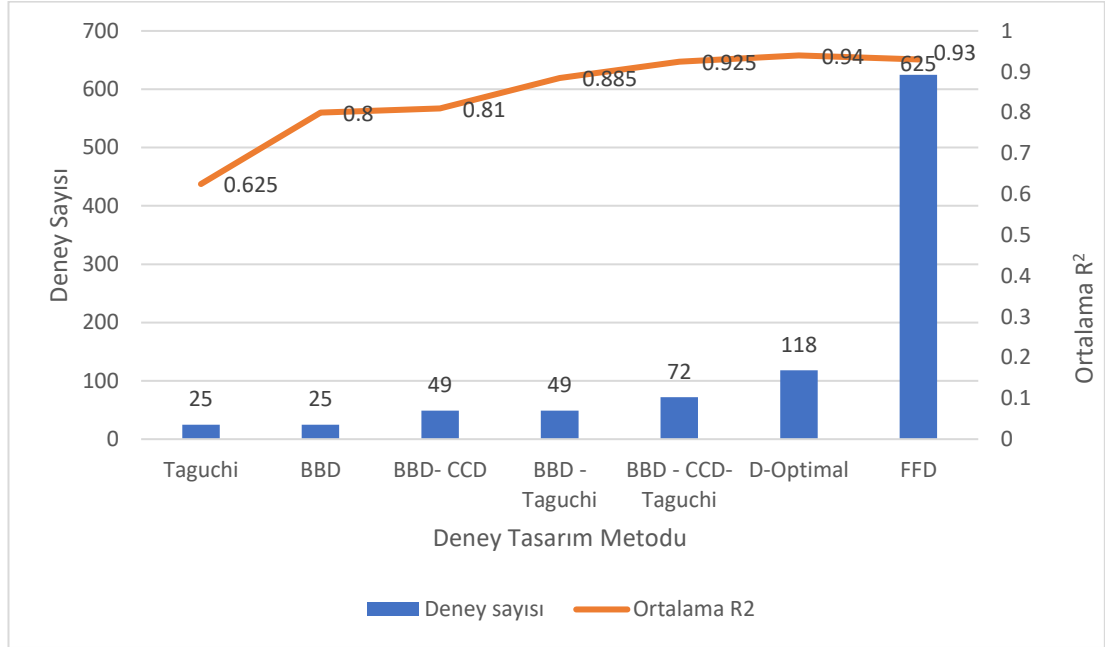
Tablo 9.10’de test aşamasında başarısız oldukları görülmektedir. D-Optimal tarafından önerilen Tablo 9.10’da yüksek başarı oranına sahip olan SOTN model, Tablo 9.10’deki test işlemi sonuçlarına göre başarısız olmuştur. BBD-CCD, BBD-Taguchi veya BBD-CCD-Taguchi şeklinde deney tasarım metotlarının hibrit olarak kullanımı tek başlarına kullanımları ile karşılaştırıldığında oluşturulan modellerin başarısını arttırmıştır.

Tablo 9.10 Farklı deney tasarım metotları kullanılarak üretilen modellerin test aşaması başarı değerlendirmeleri

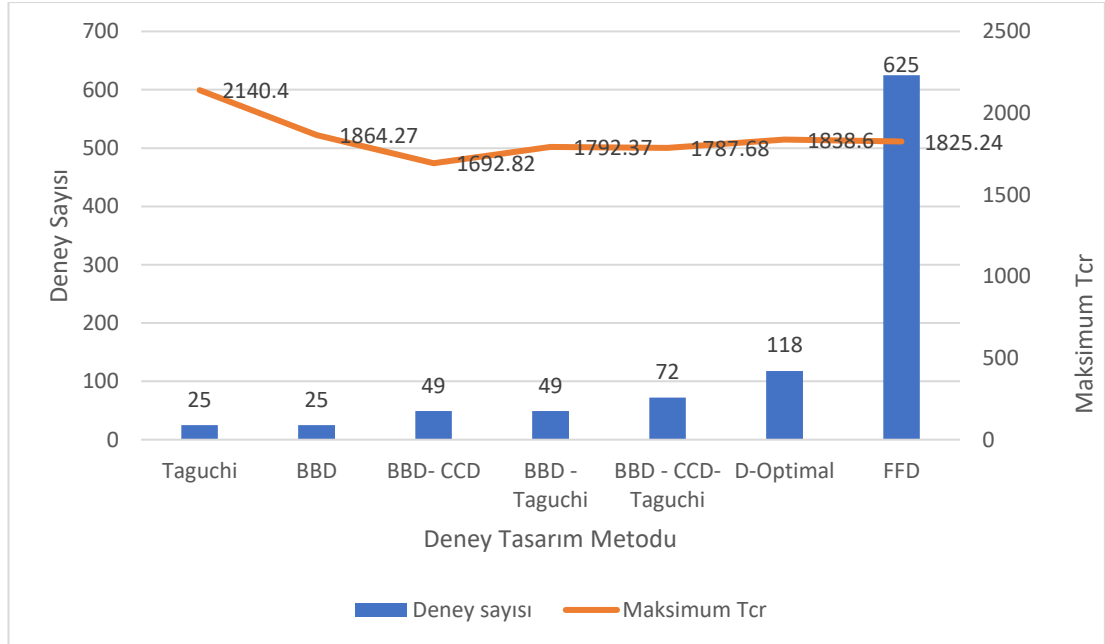
Deney tasarım metodu	Model	R <sup>2</sup>	MAPE	MAE	RMSE
FFD	SON	0.93	3.68	45.24	52.79
	TON	0.95	3.09	37.63	47.21
	SOTN	-0.23	15.68	188.92	228.33
	SOTNR	-0.72	19.23	231.7	269.78
CCD	SON	-0.24	14.23	188.25	229.1
BBD	SON	0.77	6.61	86.3	99
	TON	0.74	6.83	87.28	104.45
D-Optimal	SON	0.93	3.63	45.24	53.18
	TON	0.95	3.2	38.33	47.38
	SONR	0.95	3.08	39.37	40.01
	SOTN	-0.14	14.73	177.01	219.4
Taguchi	SON	0.61	7.83	97.93	127.55
	SON	0.82	6.03	76.3	88.22
BBD-CCD	TON	0.82	5.9	73.52	87.78
	SOTN	-5.34	37.46	450.19	517.54
	L	0.49	9.25	114.48	146.56
BBD-Taguchi	LR	0.41	9.85	121.26	157.87
	SON	0.86	4.97	64.01	76.35
	TON	0.42	9.7	128.29	156.58
BBD-CCD-Taguchi	SON	0.9	4.38	54.54	64.16
	TON	0.82	5.51	68.76	86.79
	SOTN	-0.82	18.95	232.8	277.42

Tüm çalışma boyunca elde edilen sonuçlar bir arada değerlendirildiğinde, modelleme sürecinde hangi deney tasarım metodunun kullanılacağına karar vermenin mutlaka dikkate alınması gereken önemli bir adım olduğu anlaşılmıştır. FFD ve D-optimal deney tasarım metotları kompozit şaft'ın kritik burulma burkulması davranışını modellemede en başarılı modelleri ortaya koymuştur. CCD deney tasarım metodu kullanılarak gerekli başarı kriterlerini sağlayan bir model oluşturulamamıştır. Buna ilave olarak BBD ve Taguchi metotları, FFD ve D-optimal kadar yüksek başarı oranına sahip olmasada testleri geçen modeller sunmuşlardır. Bu çalışma kapsamında ele alınan problemde, BBD, CCD ve Taguchi tarafından oluşturulan deney setlerinin büyüklüklerinin aynı olması, onların başarılı model oluşturmaya katkılarının birbirleri ile kıyaslanmasını anlamlı kılmaktadır. Böyle bir kıyaslama da BBD, Taguchi ve CCD 'den daha başarılı görünmektedir. Aslında deney seti oluşturulurken dizayn parametrelerinin aldıkları seviye değerleri incelendiğinde, CCD ve Taguchi tarafından oluşturulan deney setlerinin BBD'ye göre daha kapsayıcı olduğu görülür. Bunun sebebi BBD metodu her bir dizayn parametresi 3 seviyeden oluştuğu durumda kullanılırken, CCD ve Taguchi metotlarının deney seti oluştururken dizayn parametrelerinin 5 seviyeden oluştuğu durumu dikkate almasıdır. CCD ve Taguchi metotlarının daha kapsayıcı deney setleri sunmalarına rağmen BBD kadar başarılı olamamalarının muhtemel sebeplerinden biri, dizayn parametrelerinin alabileceği değerlerin fazla ancak deney sayısının aynı oranda yeterli olmaması olabilir. Yani dizayn parametrelerinin alabileceği seviye değerlerinin sayısını arttırmak her zaman problemi daha doğru tanımlamamızı sağlayamayabilir. Aynı büyüklükteki üç data setinin modelleme de gösterdikleri dikkate değer farklar bu konunun değişik alanlardaki problemler için detaylı bir şekilde ele alınması gerektiğini göstermektedir. Burada merak edilen bir soru, BBD, CCD ve Taguchi metotlarının birlikte kullanımının modelleme üzerinde pozitif bir etki oluşturup oluşturmadığıdır. Özellikle FFD data seti ve 25 satırlık ortak bir data seti kullanılarak gerçekleştirilen, sonuçları Tablo 9.9 ve 9.10'da verilen test aşamalarında, bu deney tasarım metotlarının birlikte kullanımının tek başlarına kullanıma göre başarı oranlarını arttırdıkları açık bir şekilde görülmektedir. Bu durum CCD ve Taguchi'nin tek başlarına BBD'ye göre daha başarısız olmaları konusunda sunulan görüşü desteklemektedir. Yine bu çalışma özelinde, deney seti büyüklüğü arttıkça modellerin başarı oranının attığını söylemek mümkündür ancak bu artış lineer bir artış değildir. Yani, büyüklük bakımından

birbirlerinden farklı beş deney setini ele alır ve onların oluşturduğu modellerin başarısını değerlendirirsek durum daha açıklayıcı olacaktır.



(a)



(b)

Şekil 9.6: Deney tasarım metotlarının karşılaştırılması, (a) Matematiksel modellerin başarı oranı, (b) Optimizasyon sonuçları

Şekil 9.6’da farklı data seti büyüklüklerine sahip, bu çalışma kapsamında kompozit şaft’ın kritik burulma burkulması davranışını modelleme de kullanılan 5 deney tasarım metodunun Tablo 9.9 ve 9.10’deki gerçek sonuçları tahmin etmede gösterdikleri  $R^2$  başarı performanslarının ortalaması dikkate alınarak elde edilmiş olan karşılaştırmalı sonuçlar ve belirtilen deney tasarım metotları tarafından önerilen matematiksel modellerin kullanımıyla elde edilen optimizasyon sonuçları görülmektedir. Sonuçlar, CCD dışında tüm deney tasarım metotları tarafından başarılı kabul edilen SON model için değerlendirilmiştir. Sonuçlardan da anlaşılacağı gibi data seti büyüklüğünün artması modellerin çıktıyı daha iyi tanımlamasına yardımcı olan bir faktör ancak 72 ve 625 satıra sahip hibrit deney tasarım metodu ile FFD arasında tahmin performansı bakımından önemli bir fark yok. Bu sonuçlar dikkate alındığında, FFD deney tasarım metodu yerine D-Optimal veya BBD, CCD, Taguchi deney tasarım metotlarının birlikte kullanıldığı hibrit metotları tercih etmek anlamlı gözüküyor. Deney tasarım metotları arasında D-Optimal çalışma boyunca gerçekleştirilen testlerin tümünü yüksek başarı oranları ile geçerek ön plana çıktı. Ayrıca diğer deney tasarım metotları rasyonel tip başarılı bir model önermemesine rağmen D-Optimal metodun önerdiği SONR model tüm kriter ve test aşamalarını başarıyla sağladı. Şekil 9.6’da D-Optimal tarafından bulunan SON model’in başarı oranının FFD’den biraz daha yüksek olması bizi yanıltmamalıdır. Bu çalışmada ve daha önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi modellerin gerçek değerleri tahmin etmedeki başarı oranları tek başlarına bir gösterge değildir. Modellerin boundedness check ve optimizasyon aşamalarında ne kadar gerçeğe uygun sonuçlar ürettikleri mutlaka dikkate alınmalıdır. Tüm bu değerlendirmeler doğrultusunda D-Optimal daha başarılı görünse de yine de çıkarılması gereken sonuç, FFD data seti kullanılarak problemi yeterli derece iyi tanımlayacak bir model kurulmamış olmasıdır yoksa zaten D-Optimal ve diğer deney tasarım metotları tarafından oluşturulan data setlerini kapsayan bir metodun matematiksel olarak daha başarısız bir model önermesi mümkün değildir. Burada yorumlanan durum ile ilgili benzer sonuçlara çalışma boyunca da rastlanmıştır. Mesela, Tablo 9.3 ve Tablo 9.5’de FFD ve BBD tarafından oluşturulan SON modeller karşılaştırıldığında BBD metodunun FFD’ye göre daha başarılı olduğunu düşünebiliriz. BBD tarafından önerilen SON model eğitim, test, doğrulama aşamalarının tamamında gerçek değerleri birebir doğru tahmin etmiş ve ürettiği maksimum ve minimum  $T_{cr}$  değerleri de gerçek sonuçlar ile uyumludur ancak daha sonra Tablo 9.9 ve 9.10’de gerçekleştirilen test aşamalarında BBD metodunun aynı

başarıyı gösteremediği görülmüştür. Matematiksel olarak bu normal ve beklenen bir durumdur. Dolayısıyla FFD tasarımın her zaman problemi en iyi tanımlayan metot olduğu ve diğer deney tasarım metotları ile ona en yakın tasarımın elde edilmeye çalışıldığı unutulmamalıdır. Her bir deney tasarım metodu tarafından önerilen SON modellerin kullanımıyla gerçekleştirilen optimizasyon sonuçları da modelleme de deney tasarım metotlarının ortaya koydukları başarıyla tutarlılık göstermektedir. Optimizasyon sonuçlarına göre, Taguchi tarafından önerilen model,  $T_{cr}$  değerini analitik formül kullanılarak elde edilen gerçek değerine göre yaklaşık %17 hata ile 2140.4 Nm olarak tahmin ederken, D-Optimal ve FFD yaklaşık %3 hata ile sırasıyla 1838 Nm ve 1825 Nm olarak tahmin etmiştir. Deney tasarım metotlarının hibrit olarak kullanıldığı BBD-Taguchi ve BBD-CCD-Taguchi metotları tarafından önerilen modeller ise analitik formül kullanılarak elde edilen optimizasyon sonucu ile yaklaşık % 0.5 hata ile sırasıyla 1792 Nm ve 1787 Nm olarak en yakın sonuçları üretmişlerdir. Tekrar vurgulamak gerekirse, bu problem özelinde, FFD'ye alternatif olarak sunulan D-optimal, BBD ve hibrit metotların başarısı dikkat çekicidir. Geleceğe yönelik bir çalışma olarak da D-Optimal metodunun optimizasyon tabanlı bir deney tasarım metodu olması sebebiyle daha fazla problemde kullanılarak diğer deney tasarım metotları ile performansının karşılaştırılmasının, artı ve eksi yönleriyle değerlendirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

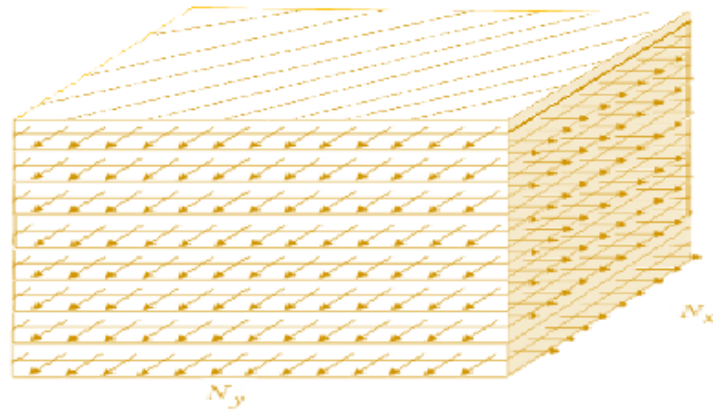
## Bölüm 10

# Özel Fonksiyonların Matematiksel Modellemede Kullanımı

### Problem 13

*Savran, M., & Aydin, L. (2022). Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 30:13, 2637-2650. [70]*

Özel fonksiyonların matematiksel modellemede alternatif model tipi olarak kullanılabilirliğini göstermek için bir tabakalı kompozit problemi ele alınmıştır. Tabakalı kompozit keten/epoksi malzemeden oluşan 16 katmanlı simetrik balans bir yapıya sahiptir. Keten/epoksi malzemenin özellikleri Tablo 8.2’de verilmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan hibrit tabakalı kompozit Şekil 10.1’de gösterilmiştir.



Şekil 10.1: 16 katmanlı simetrik-balans Keten/Epoksi tabakalı kompozit



Kompozit fiber açıları, plaka en boy oranı (a/b) ve plaka düzlem içi y eksenı yönünde uygulanan yük (Ny) dizayn parametreleri olarak seçilmiştir. Tabakalı kompozitin belirtilen dizayn parametrelerine bağılı olarak kritik burkulma yükünün maksimize edilmesi amaçlanmıştır.

Keten/Epoksi tabakalı kompozit kritik burkulma yükü problemi Klasik Laminasyon Teorisi dikkate alınarak çözülmüştür. Klasik laminasyon teorisinin varsayımları ve detaylı bilgi için referans çalışma incelenebilir [58]. Kompozit malzeme mekaniğı tabanlı analitik formül kullanılarak kritik burkulma yükünün hesaplanabilmesi için tabakalı kompozit'in açiya bağılı özelliklerinin tespit edilmesi gerekir. Açılı tabakalı kompozit için Dönüştürölmüş indirgenmiş rijitlik matrisi  $[\bar{Q}_{ij}]$  elamanları, bu elemanların mühendislik sabitlerine bağılı olarak ifade edilmiş halleri  $(\bar{Q}_{ij}, v_{ij})$  ve eğilme rijitlik matrisi [D] daha önce Bölüm 6'da Denklem 6.1, 6.2 ve 6.3'de verilmiştir.

Ele alınan problemde amaç fonksiyonu olarak seçilen kritik burkulma yükü dört kenarı basit mesnetli kompozit plaka için aşağıdaki gibi hesaplanır [70].

$$\lambda_b(m, n) = \frac{\pi^2 \left[ D_{11} \left( \frac{m}{a} \right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left( \frac{m}{a} \right)^2 \left( \frac{n}{b} \right)^2 + D_{22} \left( \frac{n}{b} \right)^4 \right]}{N_x \left( \frac{m}{a} \right)^2 + N_y \left( \frac{n}{b} \right)^2 + N_{xy} \left( \frac{m}{a} \right) \left( \frac{n}{b} \right)} \quad (10.1)$$

Burada  $\lambda_b$  kritik burkulma yük faktörünü,  $N_x$  ve  $N_y$  ise birim uzunluk başına uygulanan yükleri gösterir. Kritik burkulma yükleri  $N_{xb}$  ve  $N_{yb}$  şu şekilde tanımlanır:

$$N_{xb} = N_x \lambda_b, N_{yb} = N_y \lambda_b$$

Burkulma yük faktörünün ( $\lambda_b$ ) en küçük değeri kritik burkulma yük faktörü olarak belirlenir. Burkulma yük faktörü hesabında kullanılan formül içerisinde yer alan m ve n modlarının değişimine bağılı olarak farklı burkulma yükleri arasından ( $\{\lambda_b(1,1), \lambda_b(1,2), \lambda_b(2,1), \lambda_b(2,2)\}$ ) en küçük olanı seçilip birim uygulanan yük ile çarpıldığında kritik burkulma yükü elde edilmiş olur.

Matematiksel modellemede kullanılmak üzere deney seti oluşturmak için tanımlanan dizayn parametreleri ve onların seviye değerleri Tablo 10.1’de verilmiştir. Çalışmada her biri üç seviye değerine sahip altı dizayn parametresi tanımlanmıştır. Bunlardan dördü tabakalı kompozit fiber açı oryantasyonunu gösteren parametrelerdir. Kompozit plaka 16 tabakalı olmasına rağmen, simetrik ve balans özellikler sebebiyle dört farklı fiber açısı içermektedir.  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  ve  $Q_4$  sırasıyla bu fiber açılarını gösteren dizayn parametreleridir. Plakanın eni (a) sabit bir değer  $a=0.508$  kabul edilmiştir. Boyu ise (b) değişken değerler alan bir diğer dizayn parametresidir. Son dizayn parametresi  $N_y$  ise plaka eni boyunca uygulanan yük ile ilgilidir. Ve diğer dizayn parametrelerinde olduğu gibi tanımlanan burkulma problemi için alabileceği üç seviye değeri Tablo 10.1’de gösterilmiştir.

Tablo 10.1: Burkulma davranışına etki eden dizayn parametreleri ve seviye değerleri

	Seviye1	Seviye2	Seviye3
$B (x_1)$	0.254	0.508	0.762
$N_y (x_2)$	0.5	1	1.5
$Q_1 (x_3)$	0	45	90
$Q_2 (x_4)$	0	45	90
$Q_3 (x_5)$	0	45	90
$Q_4 (x_6)$	0	45	90

Tablo 10.2, BBD deney tasarım metodu kullanılarak oluşturulan deney setini göstermektedir. BBD metodu modelleme için 49 satırdan oluşan bir deney seti önermektedir. FFD deney tasarımı düşünülerek deney seti oluşturulmak istenseydi gerçekleştirilmesi gereken analiz sayısı 729 olması gerekirdi.

BBD deney tasarım metodu 729 satır deney seti içerisinde kendi çalışma metodolojisine göre en gerekli 49 satırı tespit edip önermektedir. Burada çıktı parametresi olarak belirlenen kritik burkulma faktörü sonuçları analitik formül kullanılarak elde edilmiştir. BBD metodu tarafından önerilen tasarımlarda maksimum ve minimum kritik burkulma faktörü sırasıyla 3129.39 ve 373.90 olarak bulunmuştur. Maksimum kritik burkulma faktörü için dizayn parametrelerinin değerleri sırasıyla;  $x_1=0.254$ ,  $x_2=0.5$ ,  $x_3=45$ ,  $x_4=90$ ,  $x_5=45$ ,  $x_6=45$  olurken, minimum kritik burkulma

faktörü için dizayn parametreleri  $x_1=0.762$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=90$ ,  $x_4=45$ ,  $x_5=45$ ,  $x_6=0$  olarak tespit edilmiştir. Bu sonuçlar BBD deney seti tarafından önerilen tasarımlar kullanılarak analitik formül tarafından bulunan sonuçlardır.

Tablo 10.2: Burkulma davranışını modellemek için oluşturulan BBD deney seti

		B ( $x_1$ )	Ny ( $x_2$ )	Q1 ( $x_3$ )	Q2 ( $x_4$ )	Q3 ( $x_5$ )	Q4 ( $x_6$ )	Kritik Burkulma Yükü faktörü
Eğitim	1	0.254	1	0	45	45	0	1153.97
	2	0.254	1	90	45	45	90	2057.79
	3	0.762	1.5	45	90	45	45	389.152
	4	0.508	1	90	90	45	0	562.044
	5	0.508	1.5	45	45	90	90	584.629
	6	0.508	1	90	0	45	90	562.044
	7	0.508	0.5	45	45	0	0	974.381
	8	0.508	0.5	90	45	0	45	809.083
	9	0.762	1	45	0	0	45	535.866
	10	0.508	1.5	45	45	0	0	584.629
	11	0.762	1	90	45	45	90	373.904
	12	0.762	1	45	0	90	45	505.034
	13	0.508	0.5	90	45	90	45	809.083
	14	0.762	1	0	45	45	90	536.873
	15	0.762	1.5	45	0	45	45	461.681
	16	0.508	1	45	45	45	45	758.335
	17	0.762	0.5	45	90	45	45	530.662
	18	0.254	1.5	45	90	45	45	1341.17
	19	0.254	0.5	45	90	45	45	3129.39
	20	0.508	1	90	90	45	90	562.044
	21	0.254	1	0	45	45	90	1177.75
	22	0.508	1	90	0	45	0	562.044
	23	0.254	1	45	90	90	45	1944.01

	24	0.762	1	0	45	45	0	541.278
	25	0.508	1.5	45	45	0	90	584.629
	26	0.508	0.5	45	45	90	0	974.381
	27	0.508	1	0	90	45	0	562.044
	28	0.254	1	90	45	45	0	2034
	29	0.254	0.5	45	0	45	45	2376.21
	30	0.508	0.5	0	45	90	45	809.083
	31	0.508	1.5	0	45	0	45	485.45
	32	0.254	1	45	0	0	45	1325.6
	33	0.508	1	0	90	45	90	562.044
	34	0.254	1.5	45	0	45	45	1018.37
	35	0.508	0.5	45	45	90	90	974.381
	36	0.508	0.5	0	45	0	45	809.083
	37	0.762	1	45	90	90	45	421.347
	38	0.508	1.5	90	45	90	45	485.45
	39	0.508	1.5	45	45	90	0	584.629
Test	40	0.508	1	0	0	45	0	562.044
	41	0.508	1.5	90	45	0	45	485.45
	42	0.762	1	90	45	45	0	378.309
	43	0.762	0.5	45	0	45	45	629.565
	44	0.762	1	45	90	0	45	452.179
	45	0.508	1	0	0	45	90	562.044
	46	0.508	0.5	45	45	0	90	974.381
Doğrulama	47	0.254	1	45	0	90	45	1492.1
	48	0.508	1.5	0	45	90	45	485.45
	49	0.254	1	45	90	0	45	1777.51

Tablo 10.3, 16 tabakalı Keten/Epoksi kompozit plakanın 49 satırlık deney seti kullanılarak kritik burkulma yükünü modellemede önerilen temel matematiksel modelleri ve onların başarı durumlarını göstermektedir. Sonuçlar incelendiğinde, ikinci ve üçüncü derece polinom (SON ve TON), birinci ve ikinci derece trigonometrik

(FOTN ve SOTN), ikinci derece logaritmik (SOLN), lineer rasyonel (LR), birinci derece trigonometrik rasyonel (FOTNR) modeller eğitim aşamasında  $R^2$  bakımından 0.8 ve üzeri yüksek tahmin performansına sahip modellerdir. Bunlar dışında kalan diğer modellerin eğitim aşamasında kompozit plakanın kritik burkulma yükü ile ilgili davranışı matematiksel modellemede yeterli olmadıkları görülmüştür. Eğitim aşamasında başarılı olan modellerden sadece FOTNR test aşamasında da kompozit plakanın gerçek kritik burkulma yükü değerlerini tahmin etmede yüksek başarı (0.95) gösterebilmiştir. Aynı modelin doğrulama aşamasındaki tahmin performansı, eğitim ve test aşamalarındaki aksine oldukça kötüdür. Bu durumda eğitim, test ve doğrulama kriterlerini başarıyla sağlayan model olmadığı açık bir şekilde görülmektedir.

Tablo 10.3: Kritik burkulma yükünü modellemede önerilen matematiksel modeller ve onların başarı değerlendirilmesi

	$R^2$ eğitim	$R^2$ test	$R^2$ doğrulama	Maksimum	Minimum
L	0.66	0.63	0.6	1953.98	-244.49
SON	0.97	0.19	0.93	2941.73	-292.92
TON	1	-1.45	0.69	4161.62	-1567.36
FOTN	0.88	0.43	0.88	2374.5	-1087.22
SOTN	1	-8.22	0.66	6764.28	-4198.63
FOLN	0.78	0.72	0.8	2079.34	-285.53
SOLN	0.99	0.59	0.99	3647.93	162.96
LR	0.98	0.61	0.79	Inf	Inf
SONR	-0.42	-9	-4.77	7.80E+16	-7.4E+11
TONR	0.47	-8.55	-5.18	3.83E+14	-3.39E+14
FOTNR	0.99	0.95	-1.02	1.02E+14	-6.14E+08
SOTNR	-0.39	-12.55	-5.29	2.89E+07	-5.23E+10
FOLNR	0.39	-1.71	-0.4	2.28E+10	-2.50E+15
SOLNR	-0.95	-10.67	-5.1	4.03E+12	-1.80E+12

Ayrıca, sınır kontrol (boundedness check) kriteri kapsamında model tarafından üretilen kompozit plakanın maksimum ve minimum kritik burkulma faktörü değerleri incelendiğinde, ikinci derece logaritmik (SOLN) dışındaki tüm modellerin gerçekte ulaşılması mümkün olmayan maksimum veya minimum değerler önerdiği, dolayısıyla gerçekte ilgisi olmayan bu sonuçları üreten modellerin kullanılabilir olmadığı anlaşılmıştır. SOLN model tarafından bulunan maksimum (3647.93) ve minimum (162.96) kritik burkulma faktörü değerleri analitik formül kullanılarak elde edilen maksimum (3129.39) ve minimum (373.904) değerler ile tutarlılık göstermektedir. Bu değerlendirmeler doğrultusunda, test aşamasında  $0.59 R^2$  gibi düşük bir tahmin performansı göstermesine rağmen tüm önerilen modeller içerisinde en başarılı olanın SOLN olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 10.3’de verilen sonuçlar temel matematiksel modellerin plakalı kompozitin kritik burkulma davranışının modellenmesinde yeterli olmadığını göstermiştir. Bu durumda alternatif matematiksel modeller üretme ihtiyacı doğmaktadır. Özel fonksiyonlar, temel fonksiyonel yapılar cinsinden de ifade edilebilen aynı zamanda temel fonksiyonların yetersiz kaldığı daha düzensiz, değişken ve stabil olmayan davranışlara sahip olan dataları modellemede kullanılabilme potansiyeli gösterir. Bu sebeple, incelenen kompozit plaka burkulma davranışı problemini modellemede özel fonksiyonlar tercih edilmiştir.

Tablo 10.4, farklı tip özel fonksiyonların kompozit plaka burkulma davranışını modellemede gösterdiği başarı değerlendirmelerini içermektedir. Eğitim, test ve doğrulama aşamasındaki sonuçlar incelendiğinde, önerilen tüm özel fonksiyonların gerçek değerleri tahmin etme konusunda yüksek başarı oranına sahip olduğu görülmektedir. Tüm sonuçlar içerisinde en düşük başarı oranı test aşamasında  $0.77 R^2$  değeri olarak tespit edilmiştir. Eğitim, test ve doğrulama aşamalarında gerçekleştirilen  $R^2$  tabanlı değerlendirmeden tüm modellerin başarıyla geçtiğini söyleyebiliriz. Sınır kontrol (boundedness check) kriteri kapsamında modellerin ürettiği maksimum ve minimum kritik burkulma faktörü değerleri dikkate alındığında, Erf ve ExpIntegralE özel fonksiyon model tiplerinin analitik formül kullanılarak bulunan gerçek değerler ile uyumlu sonuçlar ürettiğini söyleyebiliriz. Diğer modeller içerisinde LegendreP ve HermiteH dışındakilerin bulduğu maksimum kritik burkulma faktörü analitik formül tarafından bulunan gerçek değerle yakınlık gösterirken minimum kritik burkulma

faktörü için benzer şeyi söylemek mümkün değildir. Bu durumda hem maksimum ve minimum kritik burkulma faktörü değerlerinde gösterdiği tutarlılık hem de eğitim, test ve doğrulama aşamalarındaki yüksek tahmin performanslarından dolayı Erf ve ExpIntegralIE özel fonksiyonlarının kritik burkulma faktörünü modelleme diğer model tiplerine göre ön plana çıktıklarını söyleyebiliriz.

Tablo 10.4: Özel fonksiyonların kompozit plaka burkulma davranışını modelleme başarılarının değerlendirilmesi

	$R^2$ eğitim	$R^2$ test	$R^2$ doğrulama	Maks.	Min.
BesselJ	0.97	0.98	0.97	3160.01	-87767.5
ChebyShevT	0.99	0.99	0.99	3480.46	12.707
Erf	0.98	0.98	0.98	2914.08	253.748
ExpIntegralIE	0.98	0.98	0.99	2909.36	341.248
FresnelG2	0.94	0.85	0.95	2886.16	56.81
FresnelG3	0.91	0.95	0.93	2838.27	117.864
HermiteH	0.9	0.77	0.78	2537.53	100.513
HyperGeometric0F1	0.96	0.79	0.94	3096.61	48.92
LegendreP	0.9	0.77	0.78	2537.37	101.086
RamanujanTauTheta	0.95	0.93	0.99	3228.72	45.7072
RiemannSiegelTheta	0.97	0.92	0.99	3448.3	84.55

Tablo 10.5’de Erf ve ExpIntegralIE özel fonksiyonları kullanılarak modelleme işlemi 10 tekrarlı olarak gerçekleştirilmiş ve modellerin başarı durumları  $R^2$  bakımından eğitim, test ve doğrulama aşamaları için değerlendirilmiştir. Her tekrarlı çalıştırma işleminde modellemede kullanılan eğitim, test ve doğrulama dataları rastgele bir şekilde seçilmiştir. Böylece farklı dataların eğitim, test ve doğrulama bir araya geldiği durumlar için Erf ve ExpIntegralIE özel fonksiyonlarının kritik burkulma faktörünü modellemedeki başarılarını değerlendirmek mümkün olmaktadır.

Erf model tekrarlı çalıştırma işleminde,  $R^2$  bakımından eğitim aşamasında en düşük 0.95, test aşamasında 0.88 ve doğrulama aşamasında 0.8 başarı değerlerini vermiştir.  $R^2$  değerinin 1’e yakın olması yüksek tahmin performansı anlamına geldiğinden Erf

modelin tekrarlı çalıştırma işleminde  $R^2$  testini başarıyla geçtiğini söyleyebiliriz. Benzer şekilde sınır kontrol (boundedness check) kriteri kapsamında elde edilen maksimum ve minimum kritik burkulma faktörü değerlerinin de analitik formülle üretilen gerçek değerler ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 10.5: Erf ve ExpIntegralIE özel fonksiyonları kullanılarak oluşturulan matematiksel modellerin başarı durumlarının karşılaştırılması

		$R^2$ eğitim	$R^2$ test	$R^2$ doğrulama	Maks.	Min.
Erf Model	1	0.97	0.99	0.96	2909.8	295.5
	2	0.98	0.99	0.89	2905.54	258
	3	0.96	0.99	0.97	3021.5	227.85
	4	0.97	0.99	0.91	2921.91	218.47
	5	0.97	0.98	0.99	2930.79	242.44
	6	0.98	0.96	0.92	2797.58	297.4
	7	0.98	0.88	0.8	2880.16	259.42
	8	0.98	0.99	0.97	2907.96	274.12
	9	0.98	0.95	0.85	2923.21	291.88
	10	0.95	0.99	0.94	2993.94	199.13
	Ortalama	0.97	0.97	0.92	2919.24	256.42
ExpIntegralIE Model	1	0.98	0.99	0.98	2909.83	308.68
	2	0.98	0.99	0.97	2922.05	291.05
	3	0.98	0.95	0.96	2944.51	319.48
	4	0.98	0.96	0.96	2932.05	313.29
	5	0.98	0.97	0.63	2911.58	336.38
	6	0.98	0.98	0.94	2964.82	314.62
	7	0.97	0.99	0.94	2943.2	319.81
	8	0.98	0.93	0.54	2902.59	318.04
	9	0.98	0.94	0.87	2829.72	288.27
	10	0.98	0.95	0.99	2982.66	315.73
	Ortalama	0.98	0.97	0.88	2924.30	312.54



Diğer bir özel fonksiyon ExpIntegralE kullanılarak gerçekleştirilen 10 tekrarlı modelleme işleminde,  $R^2$  bakımından eğitim aşamasında en düşük 0.97, test aşamasında 0.93 ve doğrulama aşamasında 0.54 başarı değerleri elde edilmiştir. Erf model ile karşılaştırıldığında doğrulama aşamasında daha düşük tahmin performansı göstermiş olsada, ExpIntegralE modelin de 10 tekrarlı çalışma işlemindeki diğer sonuçlar dikkate alındığında  $R^2$  bakımından tüm değerlendirme aşamalarında ortalama başarısının oldukça yüksek olduğunu söyleyebiliriz.

Özel fonksiyonların matematiksel modellemede alternatif model tipi olarak kullanılabilirliğinin araştırıldığı bu çalışmada; tabakalı kompozit plakanın kritik burkulma faktörü parametresinin temel matematiksel fonksiyonlar kullanılarak modellenemediği, önerilen özel matematiksel fonksiyonların ise tahmin performansı bakımından oldukça yüksek başarı gösterdiği görülmüştür. Bu durum; temel matematiksel fonksiyonların modellemede yeterli olmadığı durumlarda, özel fonksiyonların tercih edilebileceğini göstermiştir. Özel fonksiyonların matematik 'de oldukça geniş ve kapsamlı bir konu olması sebebiyle, farklı alanlardan ele alınacak problemlerde matematiksel model olarak özel fonksiyonlar tercih edildiği durumda elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile daha genel bir değerlendirme yapmak mümkün olur.

## Bölüm 11

# Katmanlı Üretim Yöntemi ile Üretilen Polilaktik Malzemelerin Nöro Regresyon Metodu ile Matematiksel Modellemesi ve Optimizasyonu

### Problem 14

Tez çalışması boyunca, deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon ana başlıkları altında değerlendirmeler yapıp bu süreçlerdeki her bir başlığın birbirlerinden bağımsız düşünölemeyeceği vurgulanmıştır. Deney tasarım metodu olarak literatürde de en sık rastlanan CCD, FFD, Taguchi, BBD, D-Optimal metotları incelenmiş ve bu metotlar kullanılarak oluşturulan veri setlerinin matematiksel model oluşturmada etkileri araştırılmıştır. Matematiksel modelleme sürecinde yine literatürde sıklıkla kullanılan YYY ve YSA gibi metotların değerlendirmesine yer verilip bu tez çalışması kapsamında yeni modelleme metotları olarak tanıtılan NRM ve SNRM'nin farklı problemler üzerinde uygulamaları gösterilmiştir. Tez kapsamında ortaya konulan bu iki modelleme metodunun YYY ve YSA'ya kıyasla sağladığı avantajlar örnek problemler üzerinden detaylı olarak anlatılmıştır.

Bir diğer başlık olan optimizasyon sürecinde deney tasarımı ve modellemeden bağımsız düşünölemeyeceği, problem çözüm aşamasında sečilten optimizasyon metodunun önemi kadar başarılı bir deney tasarımı ve modelleme süreçlerinin

gerçekleştirilmesinin optimizasyon sonuçlarında göz ardı edilemeyecek bir etki oluşturduğu vurgulanmıştır.

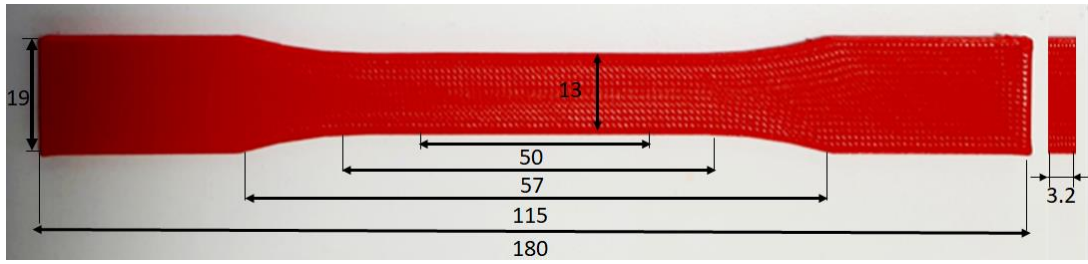
Bu bölümde ise tez kapsamında yukarıda bahsedilen ana başlıkların adım adım gerçekleştirildiği bir problem ele alınmıştır. Son dönemlerde mühendisliğin birçok alanında yaygın şekilde kullanımı gündeme gelen üç boyutlu üretim teknolojilerinden faydalanılarak yapılan çalışma hem deneysel hem de teorik süreçleri içermektedir.

Literatürde 3D katmanlı üretim süreç parametrelerinin tasarımı, modellenmesi ve optimizasyonu ile ilgili birçok çalışma olmasına rağmen, model seçimi ve optimizasyon sonuçlarının güvenilirliğini artıracak sistematik bir yaklaşımın olmaması göz ardı edilemeyecek önemli bir eksikliktir. Bu eksikliği gidermek için, katmanlı üretim proses parametrelerini ayarlayarak mekanik özelliklerde istenen kalitenin elde edilebileceği yeni bir strateji önerilmiştir. Proses parametrelerini içeren deney seti oluşturmak için D-optimal yöntemi kullanılmıştır. 3B katmanlı üretim sürecinin modellenmesi için YSA ve regresyon analizini birleştiren hibrit bir yaklaşım olan NRM kullanılmıştır. NRM yaklaşımının YSA'ya göre en önemli avantajı matematiksel modellerin herhangi bir dönüşüme ihtiyaç duymadan doğrudan kullanılabilmesidir. Bu, sınır ağlarında mümkün değildir ve bu durum YSA kullanılarak elde edilen modellerin kullanımını önemli ölçüde sınırlandırır. Bu çalışmada, dolgu yoğunluğu, dolgu deseni, katman kalınlığı ve baskı hızı üretim parametreleri dikkate alınarak polilaktid (PLA) malzeme için maksimum çekme dayanımı, kırılma dayanımı ve kırılma gerinimi çıktı parametrelerinin optimizasyonunu amaçlamaktadır. Bu bağlamda, en iyi tasarımı veya elit tasarımları bulmak için optimizasyon algoritmaları DE, NM ve SA'nın Mathematica'da yer alan değiştirilmiş versiyonları kullanılmıştır. PLA'nın dayanım ve gerinim davranışını tanımlamak için polinom, trigonometrik, logaritmik ifadeler ve bunların hibrit formlarından oluşan doğrusal veya doğrusal olmayan modeller oluşturulmuştur.

## Malzeme ve Yöntem

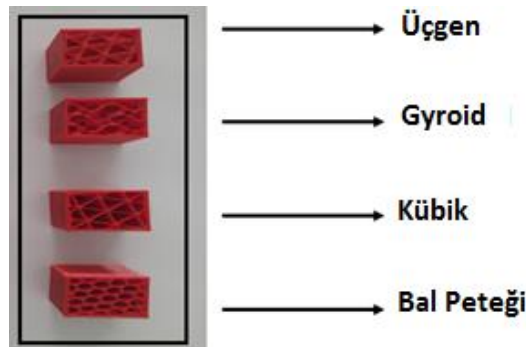
Bu çalışmada kullanılan numuneler, çekme testi için ASTM D638 Tip I standartlarına göre hazırlanmıştır. Şekil 11.1, hazırlanan test numunelerinin boyutlarını göstermektedir. Tüm numuneler ABG marka PLA filamentler ve Sharebot marka 3D yazıcı kullanılarak basılmıştır. Makine, 50 µm katman çözünürlüğüne sahip 400 mm×

300 mm× 300 mm'lik bir baskı odasına sahiptir. Sharebot yazıcının nozül çapı 0.4 mm ve maksimum malzeme ilerleme hızı 150 mm/sn'dir. Yazıcı, 1.75 mm çapında termoplastik PLA, ABS, naylon ve PVA filament tipi malzemelerle baskı yapabilmektedir. 3B katmanlı üretim metodu ile üretilen parçaların mekanik özellikleri, proses parametrelerinden önemli ölçüde etkilenir. Bu nedenle, bu çalışmada, (i) dolgu yoğunluğu, (ii) dolgu deseni, (iii) katman kalınlığı, (iv) baskı hızı olmak üzere dört üretim parametresinin mekanik özellikler üzerindeki etkileri incelenmiştir.



Şekil 11.1: ASTM D638 Tip I standartlarına göre çekme testi numunesi

Dolgu yoğunluğu parametresi, basılan parçanın doluluk oranını gösterir; yüzde sıfır doluluk içi boş bir kabuk yapıyı, %100 doluluk ise içi tamamen dolu bir yapıyı ifade eder. Dolgu deseni, katmanlı yapıyı oluşturmak için ne tür bir geometri kullanılacağını gösteren bir parametredir. Bu çalışmada dört dolgu deseni kullanılmıştır; bunlar Şekil 11.2'de gösterildiği gibi kübik, petek, gyroid ve üçgendir. Baskı hızı, 3D yazıcı nozül hareket hızı ile ilgili bir parametredir. Katman kalınlığı parametresi, numuneyi oluşturmak için kullanılan her katmanın kalınlığı hakkında bilgi verir.



Şekil 11.2: Shareboot yazıcı kullanılarak üretilen dolgu desenleri

Burada, dolgu yoğunluğu ve dolgu deseni işleme parametreleri dört seviyeli iken, diğer iki işleme parametresi katman kalınlığı ve baskı hızı üç seviyelidir. Proses parametreleri ve seviye değerleri Tablo 11.1'de verilmiştir.

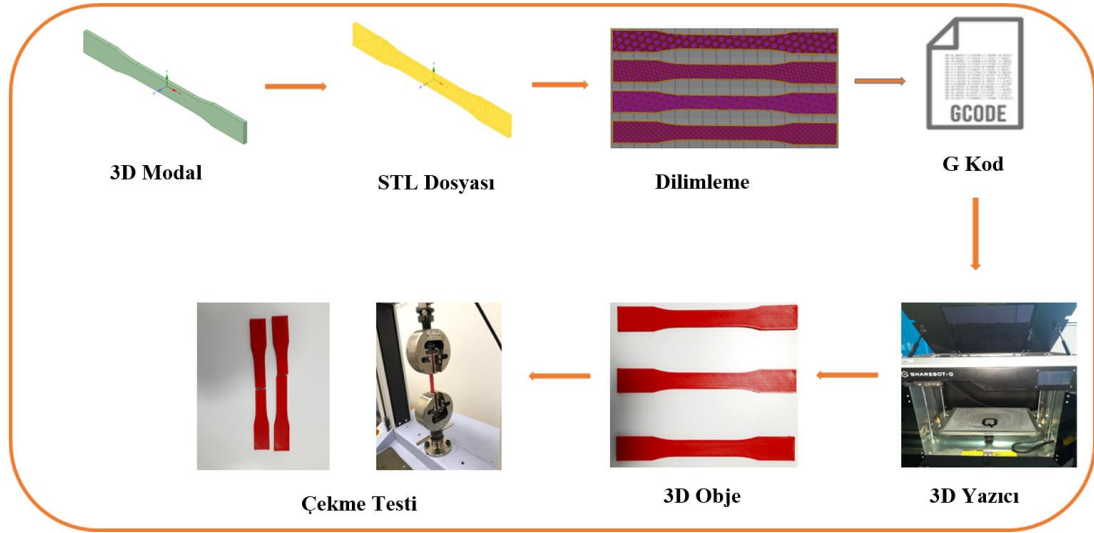
Tablo 11.1: Proses parametreleri ve seviye değerleri

Parametreler	Sembol	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3	Seviye 4
Dolgu yoğunluğu (%)	x <sub>1</sub>	25	50	75	100
Dolgu deseni	x <sub>2</sub>	Kübik	Gyroid	Üçgen	Petek
Tabaka kalınlığı (mm)	x <sub>3</sub>	0.1	0.2	0.3	-
Basma hızı (mm/s)	x <sub>4</sub>	30	45	60	-

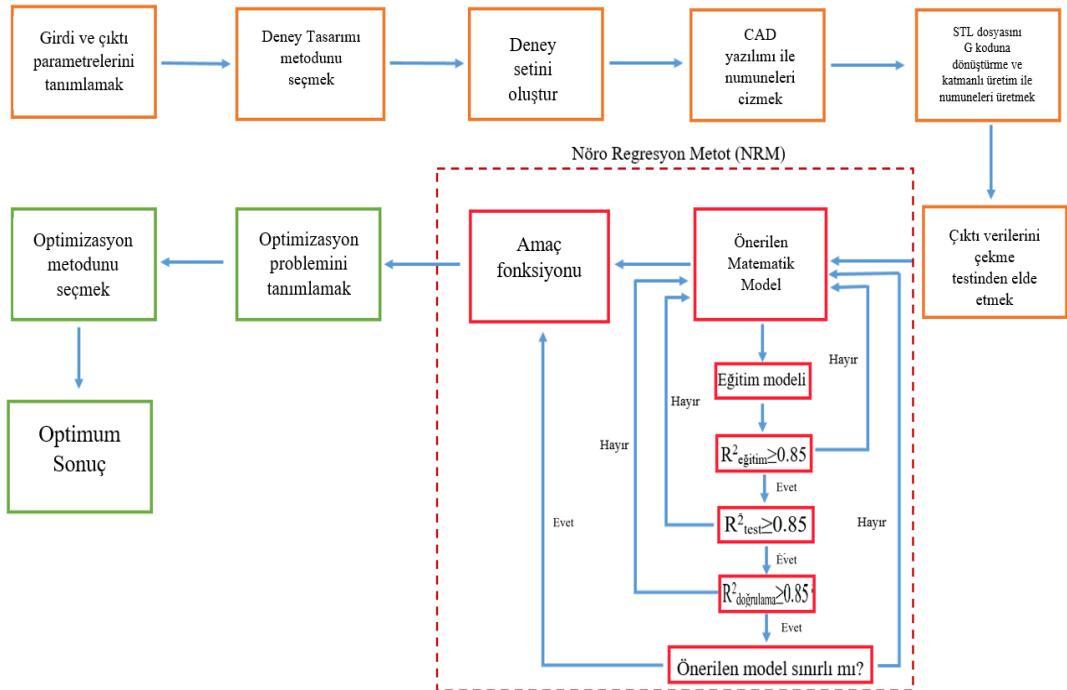
Üretim ve test aşamalarından önce, dizayn parametrelerinin etkisini net olarak görebilmek ve fiziksel süreci daha doğru tanımlayabilmek için D-optimal deney tasarımı yöntemi kullanılarak bir deney seti oluşturulmuştur. Deney tasarım yöntemlerinin kullanımı, gerçekleştirilmesi düşünülen deneyleri belirlemede daha sistematik bir yol izlenmesini sağlamanın yanında, tüm mühendislik problemlerinin çözümünde dikkat edilen en önemli iki parametre olan zaman ve maliyetten de önemli ölçüde tasarruf edilmesine olanak tanır. D-optimal yöntemi, CCD ve BBD gibi daha popüler yöntemlerden farklı olarak her bir tasarım parametresinin farklı seviye sayısına sahip olduğu durumlarda bile kullanılabilmesi ve tasarım parametreleri arasında doğrusal olmayan ilişkiler kurabilmesi nedeniyle, deneysel tasarım yöntemleri arasında öne çıkmaktadır.

Üretimi gerçekleştirilecek numunelerin çizimi ve STL dosyasına dönüştürülmesi için SpaceClaim CAD yazılımı kullanılmıştır. STL dosyası daha sonra sharebot 3B yazıcı ile uyumlu olarak çalışabilen Pulsar açık kaynak dilimleme yazılımına aktarılmıştır. Bu yazılım kullanılarak numuneler baskı işlemi için uygun gcode'lara dönüştürülmüştür. Son olarak, oluşturulan gcode dosyası yazdırma işlemi için 3B yazıcıya aktarılır. Üretilen numunelerin test işlemleri ASTM D638 standardına göre 5 kN kuvvet transdüser kapasiteli SHIMADZU universal çekme test cihazı kullanılarak gerçekleştirildi. Numuneler, 5 mm/dak'lık çekme hızında test edildi. Numunelerin çekme testleri yapılarak maksimum çekme mukavemeti, kopma mukavemeti ve

kopma gerinmesi elde edildi. Numunelerin ayrıntılı üretim ve test aşamaları ile tasarımdan optimizasyona kadar olan tüm süreç sırasıyla Şekil 11.3 ve 11.4'te net bir şekilde verilmiştir.



Şekil 11.3: 3B katmanlı üretim ve test aşamalarının akış şeması



Şekil 11.4: Dizayn, modelleme ve optimizasyon süreçlerinin akış şeması

## Problem Tanımı

Bu çalışmada, çok seviyeli tasarım parametrelerinin katmanlı üretim kullanılarak üretilen PLA numunelerin mekanik özellikleri üzerindeki etkileri NRM ve SNRM kullanılarak incelenmiştir. Modelleme ve optimizasyon için dikkate alınan tasarım parametreleri; dolgu yoğunluğu, dolgu deseni, katman kalınlığı ve baskı hızıdır. Kopma mukavemeti, maksimum çekme mukavemet ve kopma gerinmesi çıktı değişkenleri olarak kabul edildi. Alt senaryolardan oluşan üç farklı optimizasyon problemi (problem 1-3) tanımlandı. Optimizasyon problemlerini çözmek için, DE, NM ve SA algoritmalarının modifiye edilmiş versiyonları kullanıldı ve elde edilen sonuçlar birbiriyle karşılaştırıldı. Optimizasyon problemleriyle ilgili detaylı açıklamalar aşağıdaki verilmiştir:

### Problem 1

Bu optimizasyon probleminde kopma mukavemeti amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Tasarım parametrelerinin ve kısıtların kopma mukavemeti üzerindeki etkisini incelemek için beş farklı alt problem tanımlanmıştır.

*Bul*

$$\{x_1 \in [25, 99] \wedge x_2 \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge x_3 \in [0.1, 0.3] \wedge x_4 \in [30, 60] : \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

*Maksimum*

*Kopma Mukavemeti* ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ )

*Kısıtlar*

Senaryo 1  $25 \leq x_1 \leq 99, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60 \{x_1, x_2\} \in$

Tamsayı

Senaryo 2

$$x_1 \in \{25, 50, 75, 99\}, x_2 \in \{1, 2, 3, 4\}, x_3 \in \{0.1, 0.2, 0.3\}, x_4 \in \{30, 45, 60\}$$

Senaryo 3  $25 \leq x_1 \leq 99, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60,$

$$Kopma\ gerinmesi < 3.1 \{x_1, x_2\} \in \text{Tamsayı}$$

Senaryo 4  $25 \leq x_1 \leq 99, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60,$

$$Kopma\ Gerinmesi < 2.2 \{x_1, x_2\} \in \text{Tamsayı}$$

Senaryo 5  $25 \leq x_1 \leq 98, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60,$

$$38 < Kopma\ Mukavemeti < 42.5 \{x_1, x_2\} \in \text{Tamsayı}$$

### *Dizayn Parametreleri*

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$

## Problem 2

Tasarım parametrelerinin kopma gerinimine etkisini araştırmak için senaryo 1 ve senaryo 2 olmak üzere iki farklı alt problem tanımlanmıştır. Optimizasyon yöntemleri: DE, NM ve SA optimizasyon sürecinde kullanıldı. Amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibi tanımlandı.

### *Bul*

$$\{x_1 \in [25, 99] \wedge x_2 \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge x_3 \in [0.1, 0.3] \wedge x_4 \in [30, 60] : \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

### *Minimize*

$$\text{Kopma Gerinmesi } (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

### *Kısıtlar*

$$\text{Senaryo 1 } 25 \leq x_1 \leq 99, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60 \{x_1, x_2\} \in$$

Tamsayı

Senaryo 2

$$x_1 \in \{25, 50, 75, 99\}, x_2 \in \{1, 2, 3, 4\}, x_3 \in \{0.1, 0.2, 0.3\}, x_4 \in \{30, 45, 60\}$$

### *Dizayn Parametreleri*

$$x_1, x_2, x_3, x_4$$

## Problem 3

Maksimum çekme mukavemeti amaç fonksiyonu olarak tanımlanmış ve değeri maksimize edilmiştir. Tasarım parametrelerinin çekme mukavemeti üzerindeki etkisini incelemek için üç farklı alt problem tanımlanmıştır. Bunlardan senaryo 1 ve 2, problem 1 ve 2'de olduğu gibi tasarım parametre değerlerinin çekme mukavemeti üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlarken, senaryo 3'de , çekme mukavemeti bir kısıt olarak yer almış ve global optimuma yakın alternatif tasarımlar bulmak amaçlanmıştır.

### *Bul*

$$\{x_1 \in [25, 99] \wedge x_2 \in \{1, 2, 3, 4\} \wedge x_3 \in [0.1, 0.3] \wedge x_4 \in [30, 60] : \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

### *Maksimum*

$$\text{Maksimum Çekme Mukavemeti } (x_1, x_2, x_3, x_4)$$



### *Kısıtlar*

Senaryo 1  $25 \leq x_1 \leq 99, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60 \{x_1, x_2\} \in$   
Tamsayı

Senaryo 2

$x_1 \in \{25, 50, 75, 99\}, x_2 \in \{1, 2, 3, 4\}, x_3 \in \{0.1, 0.2, 0.3\}, x_4 \in \{30, 45, 60\}$

Senaryo 3  $25 \leq x_1 \leq 98, 1 \leq x_2 \leq 4, 0.1 \leq x_3 \leq 0.3, 30 \leq x_4 \leq 60,$

$40 < \text{Maksimum Çekme Mukavemeti} < 44.3 \{x_1, x_2\} \in \text{Tamsayı}$

### *Dizayn Parametreleri*

$x_1, x_2, x_3, x_4$

## Sonuç ve Değerlendirme

Matematiksel modelleme sürecinde kullanılacak veri seti D-optimal deney tasarım metodu kullanılarak oluşturulmuş ve girdi ve çıktı parametrelerini içeren deneysel sonuçlar Tablo 11.2'de verilmiştir. Modelleme aşamasında önerilen modellerin başarısını değerlendirmek için veriler eğitim, test ve doğrulama olarak üç gruba ayrılmıştır.

Bu çalışma kapsamında, her biri farklı optimizasyon senaryoları içeren üç ayrı problem çözülmüştür. Problem 1'de amaç fonksiyonu olarak kopma mukavemeti seçilmiş ve farklı kısıtlar altında değeri maksimize edilmiştir. Bu bağlamda, beş farklı senaryo ele alınmıştır. Problem 2'de kopma gerinmesi amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Burada iki farklı senaryo incelenmiş ve kopma gerinmesini en aza indirecek dolgu yoğunluğu ( $x_1$ ), dolgu deseni ( $x_2$ ), katman kalınlığı ( $x_3$ ) ve baskı hızı ( $x_4$ ) tasarım değişkenlerinin değerleri belirlenmiştir. Problem 3'te, tasarım parametrelerinin, malzemelerin performansını değerlendirmede kopma dayanımı ve kopma gerinimi gibi önemli parametrelerden biri olan maksimum çekme mukavemetine etkisi incelenmiştir. Bu problem kapsamında amaç fonksiyonu olarak seçilen çekme mukavemetinin değeri maksimize edilmiştir. Stokastik optimizasyon yöntemleri: DE, NM, ve SA tanımlanan tüm optimizasyon problemlerini çözmek için kullanılmıştır.

Tablo 11.2: D-optimal deney seti ve test sonuçları

No	Dolgu yoğunluğu (%)	Dolgu deseni	Tabaka kalınlığı (mm)	Basma hızı (m/s)	Kopma Muk. (MPa)	Maksimum Çekme Muk. (MPa)	Kopma Gerinme (%)
1	25	1	0.1	30	20.925	21.106	2.314
2	25	4	0.3	60	29.216	30.700	3.448
3	25	3	0.2	60	28.225	29.989	3.040
4**	25	1	0.2	30	22.816	23.142	2.368
5	25	4	0.3	45	29.135	30.487	3.663
6	25	4	0.1	45	28.012	28.417	2.883
7	25	1	0.3	45	28.858	30.529	3.749
8	25	4	0.2	60	28.499	30.682	3.853
9*	25	2	0.3	60	26.432	28.173	3.718
10	25	1	0.1	60	25.824	27.393	3.619
11	25	3	0.3	30	30.411	30.899	2.936
12	25	2	0.2	45	27.727	29.731	3.460
13*	25	3	0.1	45	28.651	28.993	2.855
14	25	4	0.1	30	24.390	24.650	2.658
15	25	2	0.1	30	25.695	26.007	2.823
16	50	2	0.1	30	26.132	26.468	2.939
17	50	3	0.1	30	27.237	27.561	2.648
18**	50	2	0.3	45	27.948	29.734	3.787
19	50	1	0.2	30	32.162	32.415	2.845
20	50	3	0.2	60	33.701	34.475	3.132
21	50	1	0.1	45	33.043	33.768	3.200
22*	50	1	0.3	60	32.589	34.399	3.616
23	50	3	0.3	45	30.359	31.521	3.336
24	50	4	0.1	60	32.315	33.581	3.435
25	50	2	0.1	60	26.875	27.759	3.139
26*	50	4	0.3	30	29.953	30.648	3.316
27	50	2	0.2	30	27.531	28.174	3.247

28	50	4	0.2	45	31.003	31.261	3.017
29	50	2	0.2	45	28.656	30.040	3.956
30	75	4	0.2	30	33.985	34.215	2.983
31**	75	1	0.2	45	35.697	38.256	3.971
32	75	4	0.3	45	37.097	37.929	3.286
33	75	1	0.3	30	37.372	38.284	3.279
34	75	2	0.1	45	31.945	33.449	2.959
35	75	3	0.1	30	30.951	30.960	2.347
36	75	3	0.3	60	36.954	37.186	2.886
37	75	4	0.1	60	35.619	35.826	2.743
38	75	2	0.2	60	30.657	31.578	3.321
39	75	3	0.2	45	29.293	29.665	2.821
40*	75	1	0.1	60	34.192	34.947	3.259
41	75	2	0.3	30	28.276	28.782	3.777
42	99	4	0.1	30	34.464	34.484	2.347
43	99	1	0.3	30	36.220	36.765	2.951
44	99	1	0.1	30	36.187	36.199	2.354
45	99	3	0.1	60	37.100	37.106	2.515
46	99	3	0.3	45	38.904	39.229	2.863
47	99	2	0.3	30	32.147	32.289	2.659
48*	99	4	0.2	45	40.091	40.720	3.184
49	99	2	0.1	45	28.557	28.656	2.231
50	99	2	0.2	30	22.591	22.701	2.718
51	99	2	0.3	60	30.522	31.050	3.053
52	99	1	0.3	45	42.736	44.099	3.560
53	99	4	0.3	60	39.721	41.074	3.774
54*	99	3	0.2	30	31.442	31.481	2.588
55*	99	1	0.2	60	37.046	38.224	3.217

\*test dataları \*\* doğrulama dataları

PLA malzemesinin kopma mukavemeti, kopma gerinmesi ve maksimum çekme mukavemeti davranışının modellenmesinde, polinom, trigonometrik, logaritmik ve bunların bir arada kullanıldığı hibrit regresyon modellerinin ilgili verileri yeterince açıklayıp açıklamadığı test edilmiş ve sonuçlar tablolar halinde listelenmiştir. Bu bağlamda, regresyon modellerinin girdi ve çıktılar arasındaki ilişkiyi ne kadar iyi tanımladığını belirlemek için (i) parametreleri belirleme katsayısı; " $R^2$  eğitim", " $R^2$  düzeltilmiş", " $R^2$  test" ve " $R^2$  doğrulama" hesaplanır, (ii) ilgili modellerin ürettiği maksimum ve minimum değerler değerlendirilerek sonuçların mühendislik açısından gerçekçi olup olmadığı gözden geçirilir (sınırlılık kontrolü).

Sonuçlar incelendiğinde (i) sadece  $R^2$  eğitim ve  $R^2$  düzeltme değerlerini dikkate alarak bir model seçimi yaparsak TON ve SOTN modellerin, PLA malzemesinin mukavemet ve gerinim davranışını oldukça iyi ifade edebildiği görülür.  $R^2$  eğitim ve  $R^2$  düzeltme değerleri Tablo 11.3-11.5' da 0.93 ile 0.97 arasında değişmektedir.  $R^2$  testing ve  $R^2$  doğrulama kriterleri dikkate alınarak bir değerlendirme yapıldığında, eğitim aşamasında başarılı olan modellerin hiçbirinin PLA malzemesinin mukavemet ve gerinim ile ilgili fiziksel süreci ifade etmeye yeterli olmadığı görülmüştür. Bu durumda eğitim aşamasında başarılı olduğunu düşündüğümüz modellerin öğrenmek yerine sadece sisteme girilen verileri ezberledikleri ve bu nedenle eğitim aşamasında olmayan veriler sorulduğunda başarılı tahminlerde bulunamadıkları açıkça görülmektedir.

Eğitim aşamasında düşük performans gösteren L, SON, FOTN, FOLN, ve SOLN modellerin test ve doğrulama aşamalarında eğitim performansı yüksek olan modellere göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Ancak 0.45 ile 0.73 arasında değişen bu  $R^2$  değerleri, modellerin ne eğitim aşamasında ne de test ve doğrulama aşamalarında başarılı olduğunu kabul etmek için yeterli değildir. PLA malzemesinin dayanım ve gerinim davranışının temel matematiksel fonksiyonlar kullanılarak modellenemeyeceği anlaşılmıştır. Bu nedenle, polinom, trigonometrik ve logaritmik ifadelerin kombinasyonunu içeren hibrit modeller önerilmiştir. Tablo 11.3-11.5'de verilen sonuçlar, tüm hibrit modellerin kabul edilebilir  $R^2$  uyum iyiliği parametrelerine sahip olduğunu göstermektedir. Tablo 11.3-11.5'de verilen model değerlendirme kriterleri arasında,  $R^2$  başarı kriterinin yanı sıra, modellerin gerçekçi olup olmadığı hakkında bilgi veren, sınırlılık olarak adlandırılan bir başka kriterin daha bulunduğu

dikkat edilmelidir. İlgili modellerin ürettiği maksimum ve minimum değerleri hesaplayarak fonksiyonel bir sınırlama (sınırlı) olup olmadığını görebiliriz.

Tablo 11.3 Kopma mukavemeti için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri

Model Adı*	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	$R^2_{\text{doğrulama}}$	Maksimum Kopma Mukavemeti (MPa)	Minimum Kopma Mukavemeti (MPa)
L	0.51	0.46	0.60	0.58	38.14	24.46
SON	0.68	0.64	0.63	0.57	39.12	22.62
TON	0.93	0.93	-9.17	0.58	69.40	16.89
FOTN	0.66	0.62	0.68	0.76	45.91	-42.68
SOTN	0.95	0.95	-2.54	-0.51	743.79	-7025.97
FOLN	0.50	0.45	0.62	0.59	36.96	24.36
SOLN	0.73	0.71	0.44	0.67	41.16	21.47
HM1	0.88	0.86	0.92	0.89	42.55	23.34
HM2	0.86	0.85	0.88	0.85	44.18	22.41

Tablo 11.4 Gerinme için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri

Model Adı*	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	$R^2_{\text{doğrulama}}$	Maksimum Gerinme (%)	Minimum Gerinme (%)
L	0.54	0.49	0.67	-0.02	3.90	2.29
SON	0.64	0.61	0.83	0.31	3.86	2.14
TON	0.95	0.94	-5.83	0.82	4.18	1.47
FOTN	0.62	0.58	0.82	0.21	4.61	2.05
SOTN	0.97	0.97	-0.70	0.86	40.85	-287.76
FOLN	0.53	0.48	0.75	-0.01	3.87	2.34
SOLN	0.65	0.61	0.62	0.50	4.06	2.22
HM3	0.92	0.91	0.93	0.94	4.20	1.80
HM4	0.92	0.91	0.92	0.94	4.19	1.83

D-optimal deney setinde maksimum ve minimum değerler sırasıyla kopma mukavemeti için 42.736 MPa ve 20.925 MPa, kopma gerinimi için % 3.971 ve % 2.231 ve maksimum çekme mukavemeti için 44.099 MPa ve 21.106 MPa olarak bulunmuştur. Önerilen modellerin bu alt ve üst sınırlara yakın değerler üretmesi beklenmektedir. Bu değerlendirme doğrultusunda, Tablo 11.3 ve Tablo 11.5'da trigonometrik modeller FOTN ve SOTN'nin kopma mukavemeti ve maksimum çekme mukavemeti açısından gerçekçi sonuçlar vermediği, Tablo 11.4'de ise sadece SOTN sonuçlarının gerçekçi olmadığı açıkça görülmektedir. Sonuç olarak Tablo 11.3-11.5'de verilen modellerden sadece hibrit modeller hem  $R^2$  kriterini hem de sınır kontrol kriterini aynı anda sağlayabilmiştir. Böylece, bu hibrit modeller kopma mukavemeti, kopma gerinmesi ve maksimum çekme mukavemeti problemlerinde amaç fonksiyonu olarak kullanılmıştır.

Tablo 11.5 Çekme mukavemeti için önerilen modeller ve başarı değerlendirmeleri

Model Adı*	$R^2_{\text{eğitim}}$	$R^2_{\text{düzeltme}}$	$R^2_{\text{test}}$	$R^2_{\text{doğrulama}}$	Maximum Çekme Mukavemeti (MPa)	Minimum Çekme Mukavemeti (MPa)
L	0.49	0.44	0.58	0.55	38.95	25.18
SON	0.66	0.63	0.67	0.63	39.66	22.97
TON	0.93	0.92	-6.42	0.74	65.95	18.53
FOTN	0.65	0.61	0.72	0.76	46.62	-37.33
SOTN	0.95	0.95	-2.90	0.20	672.65	-5787.65
FOLN	0.49	0.44	0.62	0.61	38.13	24.82
SOLN	0.71	0.68	0.50	0.74	42.18	21.77
HM5	0.88	0.86	0.91	0.94	44.34	23.58

Senaryo 1'de, katman kalınlığı ve baskı hızının sürekli değerler, dolgu yoğunluğu ve dolgu deseninin ise tamsayı değerler alabileceği tanımlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan 3B yazıcı dolgu yoğunluğunun sürekli değerler almasına izin vermediğinden ve dolgu deseni gerçekte kategorik bir değişken olup matematiksel olarak ifade edilebilmesi için sayısal bir değere dönüştürüldüğünden; dolgu yoğunluğu

ve dolgu deseni parametreleri yalnızca tamsayı değerler alabilir şeklinde bir kısıt eklenmiştir.

Senaryo 2'de, tasarım parametreleri sadece deney seti oluşturulurken kullanılan seviye değerlerini alacak şekilde ayarlanmıştır. Bu iki senaryo dışında, her problem önemli olduğu düşünülen farklı özel senaryolar içermektedir.

Tablo 11.6'da, tüm senaryolar göz önüne alındığında, senaryo 1'de maksimum kopma mukavemetinin (42.5462 MPa) elde edildiği görülmektedir. Bu durumda tasarım parametrelerini değerleri, dolgu yoğunluğu: 99(%); dolgu deseni: petek (4); katman kalınlığı: 0.3 (mm); baskı hızı:48.1671 (mm/sn) olarak belirlenmiştir. Diğer senaryolarda elde edilen maksimum kopma mukavemeti değerleri sırasıyla 42.4958, 41.731 ve 38.4485 MPa'dır. Tablo 11.6'da verilen sonuçlarda, baskı hızı dışında, tasarım değişkenlerinin optimum değerleri dört senaryoda değişmediği ve değerlerinin; dolgu yoğunluğu: %99, dolgu deseni:4 (bal peteği), katman kalınlığı:0.3 mm/sn olarak bulunduğu görülmüştür. Sadece baskı hızı tüm senaryolarda farklı değerler alan ve sonuçları etkileyen önemli tasarım parametresi haline gelmiştir. Problem 1 için bu parametrenin değeri yaklaşık 34 ile 49 (mm/s) arasında değişmektedir.

Burada önemli bir nokta, senaryo 4'teki kopma gerinim kısıtı kırılma mukavemetinde yaklaşık %10'luk bir azalmaya neden olurken, senaryo 2 ve 3'te sisteme girilen kısıtların maksimum kopma mukavemeti değerinde önemli bir değişikliğe neden olmamasıdır.

Deneysel sonuçlara bakıldığında elde edilen en düşük kopma gerinim değerinin 2.2 olduğu görülmektedir. Senaryo 4'te bu gerinim değeri sisteme bir kısıt olarak girilir ve elde edilebilecek maksimum kopma dayanımı araştırılır. Optimizasyon algoritmaları, tasarım parametreleri; %99 dolgu yoğunluğu, petek dolgu deseni, 0.3 katman kalınlığı ve 43.8724 mm/s baskı hızı seçildiğinde, 38.4485 MPa kopma mukavemeti elde edilebileceğini göstermiştir. Tablo 3'teki deneysel veri setinde (satır 49) 2.2 kopma gerinmesine karşılık gelen kopma mukavemetinin 28 MPa olduğu bulunmuştur. Optimizasyonun senaryo 4'te kopma mukavemeti açısından %26 oranında iyileşme sağladığı söylenebilir.

Tablo 11.6: HM kullanılarak elde edilen kopma mukavemeti sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri

Senaryo	Kısıtlar	Metot	Kopma Mukavemeti (MPa)	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1	$25 \leq x_1 \leq 99,$ $1 \leq x_2 \leq 4,$ $0.1 \leq x_3 \leq 0.3,$ $30 \leq x_4 \leq 60,$ $\{x_1, x_2\} \in \text{Tam Sayı}$	DE	42.5462	99	4	0.3	48.1671
		SA	42.5462	99	4	0.3	48.1671
		NM	42.5462	99	4	0.3	48.1612
2	$x_1 \in \{25,50,75,99\},$ $x_2 \in \{1,2,3,4\},$ $x_3 \in \{0.1,0.2,0.3\},$ $x_4 \in \{30,45,60\}$	DE	42.4958	99	4	0.3	45
		SA	42.4958	99	4	0.3	45
		NM	42.4958	99	4	0.3	45
3	$25 \leq x_1 \leq 99,$ $1 \leq x_2 \leq 4,$ $0.1 \leq x_3 \leq 0.3,$ $30 \leq x_4 \leq 60,$ Gerinim < 3.1 $\{x_1, x_2\} \in \text{Tam Sayı}$	DE	41.731	99	4	0.3	34.6048
		SA	41.7294	99	4	0.3	34.6048
		NM	41.731	99	4	0.3	34.6048
4	$25 \leq x_1 \leq 99,$ $1 \leq x_2 \leq 4,$ $0.1 \leq x_3 \leq 0.3,$ $30 \leq x_4 \leq 60,$ Gerinim < 2.2 $\{x_1, x_2\} \in \text{Tam Sayı}$	DE	38.4485	99	4	0.3	43.8724
		SA	38.4485	99	4	0.3	43.8724
		NM	38.4485	99	4	0.3	43.8724

Deneysel sonuçlarda en yüksek kopma mukavemetinin kübik desen kullanılarak elde edildiği görülmüştür. Bununla birlikte, modelleme ve optimizasyon süreci, petek desen kullanımının daha yüksek kopma mukavemeti sağlayabileceğini göstermektedir. Bu iki sonuç karşılaştırıldığında, dolgu deseni dışındaki diğer tüm girdi parametrelerinin birbiriyle aynı değerleri aldığı görülmektedir.

Senaryo 3'te senaryo 1'den farklı olarak kopma gerinim kısıtı da sisteme dahil edilmiştir. Kısıt değeri, veri setindeki kopma gerinim değerlerinin ortalaması olan 3.1'den küçük olacak şekilde seçilir. Bu durumda optimizasyon sonucunda elde edilen kopma mukavemeti değeri 41.731 MPa'dır. Elde edilen sonuçlar hakkında olumlu ya da olumsuz bir değerlendirme yapabilmek için Tablo 11.2'deki deneysel veri setindeki 3.1 gerinim değerine karşılık gelen kopma mukavemeti değerlerinin ortalamasını



incelemek gerekir. Tablo 11.2'de deneysel veri setindeki satırlar (3, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 32, 33, 40, 48, 51, 55) yaklaşık olarak 3.1 kopma gerinme değerine sahiptir. Belirtilen satırlar için ortalama kopma mukavemeti değeri 32.8506 MPa'dır. Optimizasyon sonucunda kopma mukavemeti değerinin %21 oranında iyileştiği görülmektedir.

Tablo 11.7, problem 1'in 5. senaryosu kapsamında elde edilen maksimum dayanım değerlerini göstermektedir. Burada senaryo 1'e ek olarak kopma mukavemeti kısıtı ( $38 < \text{kopma mukavemeti} < 42.5$ ) sisteme girilmiştir. Amaç, global optimumdan biraz daha düşük olan lokal değerleri bulmak ve alternatif tasarımlar önermektir. Sisteme girilen kopma mukavemeti kısıtının alt sınırı deneysel sonuçlar değerlendirilerek belirlenir. Deney veri seti incelendiğinde 38 MPa ve üzeri dayanım değeri elde edebilmek için %99 dolgu yoğunluğunda çalışılması gerektiği görülmektedir. Aksi takdirde, veri setinde 33. satırda verilen tasarım parametre değerleri ( $x_1=75$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=0.3$ ,  $x_4=30$ ) kullanılarak deneysel sonuçlara göre en yüksek kopma mukavemeti 37.3321 MPa olarak elde edilebilir. Bu durumun gerçeği yansıtmayı yansıtmadığı 38 MPa dayanım değerinin alt limit kısıtı olarak sisteme girilmesi ile anlaşılabilmektedir. Kısıtın üst sınır değeri de 42.5 MPa seçilerek algoritmaların global noktalarda takılıp kalması engellenmiştir. Senaryo 1-4'ten farklı olarak, çözüm yöntemi olarak yalnızca Modifiye edilmiş Nelder Mead algoritması kullanılmıştır. Mathematica içerisinde yer alan bu algoritma global noktaların yanı sıra lokal noktaları da tespit etme ve alternatif tasarımlar sunma konusunda oldukça başarılıdır. DE ve SA algoritmalarının modifiye edilmiş versiyonları global sonuç odaklı algoritmalar olduğundan, bu iki algoritma ile benzer bir çalışma yapılmaya çalışıldığında 42.5 MPa olan kopma mukavemeti kısıtı üst sınırına takılıp kaldıkları gözlenmiştir. Global sonuç bulmaya odaklı bu algoritmalar alternatif tasarımlar yaratmada NM kadar başarılı değildir. NM, belirtilen kısıtları karşılayan birçok farklı alternatif tasarım önerir. Bu tasarımlardan 19 tanesi Tablo 11.7'de verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde baskı hızının 45 mm/s ile 50 mm/s arasında değişen değerlere sahip olduğu, tabaka kalınlığının 0.1 veya 0.3 mm olarak seçilebildiği, dolgu deseni kübik veya petek olarak seçim yapmaya uygundur. Bu parametreler dışında dolgu yoğunluğunun geniş bir aralıkta (%98-64) değiştiği gözlemlenmiştir.

Senaryo 4'de optimizasyon işlemi sonucunda girdi tasarım parametreleri  $x_1=98$ ,  $x_2=4$ ,  $x_3=0.3$ ,  $x_4=48.0173$  alındığında en yüksek kopma mukavemeti değeri (42.2992 MPa) elde edilirken; en düşük kopma mukavemeti değeri (38.0213 MPa), tasarım parametreleri  $x_1=79$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=0.102$ ,  $x_4=48.5833$  alındığında elde edilir.

Tablo 11.7: Belirtilen kısıtlama altında maksimum kopma mukavemeti için alternatif tasarımlar

Senaryo	Kısıtlar	Kopma Mukavemeti (MPa)	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
5	25 ≤ x <sub>1</sub> ≤ 98, 1 ≤ x <sub>2</sub> ≤ 4, 0.1 ≤ x <sub>3</sub> ≤ 0.3, 30 ≤ x <sub>4</sub> ≤ 60, 38 < Kopma Mukavemeti < 42.5 { x <sub>1</sub> , x <sub>2</sub> } ∈ Tam Sayı	42.2992	98	4	0.3	48.0173
		42.0455	98	1	0.3	49.2242
		41.6995	89	1	0.3	49.0385
		41.5222	88	1	0.2988	50.8543
		41.3535	98	4	0.1	60
		40.7796	95	4	0.1	60
		40.6779	79	1	0.3	48.9722
		40.5437	78	1	0.3	48.9736
		40.01	75	1	0.2982	47.5445
		39.6772	76	1	0.2906	45.0886
		39.2901	70	1	0.3	49.0421
		38.9	68	1	0.2993	48.3807
		38.5576	90	1	0.1	48.8464
		38.5575	66	1	0.3	49.1144
		38.3647	65	1	0.3	49.1374
		38.0848	81	1	0.1004	44.4391
		38.0693	64	1	0.3	46.0375
		38.0365	87	1	0.1181	52.0938
		38.0213	79	1	0.102	48.5833
Amaç fonksiyonu : HM1						

Tablo 11.7 incelendiğinde, %68, 70, 75, 76, 78, 79 dolgu yoğunluğuna sahip tasarımların, %81, 87, 90 dolgu yoğunluğuna sahip tasarımlara göre daha yüksek kopma mukavemeti değerlerine sahip olması dikkat çekici bir diğer sonuçtur. Bu, en yüksek mukavemetin her zaman dolgu yoğunluğunu artırarak elde edilemeyeceğini göstermektedir. Ayrıca, Tablo 11.6 ve Tablo 11.7'deki en yüksek dayanım değerleri petek desen ( $x_2=4$ ) kullanılarak elde edilmiş olsada, lokal sonuçlar incelendiğinde (38-42.5 aralığında), kübik desen ( $x_2:1$ ) kullanarak birçok farklı alternatif tasarım elde etmek mümkündür.

Optimizasyon problemlerinde amaç en iyi tasarımı elde etmek ve buna alternatif tasarımlarda sunmaktır. Bazen global sonuçlar elde etmek yerine kabul edilebilir lokal sonuçları tercih etmek daha avantajlı olabilir. Örneğin, bu problemde, %99 yerine %64 dolgu yoğunluğuna sahip bir tasarımın seçilmesi, yalnızca %5'lik bir mukavemet azalmasıyla sonuçlanmakla birlikte, birçok tasarım için arzu edilen, önemli malzeme-ağırlık tasarrufu (%17) da sağlamaktadır. Alternatif tasarımlar incelendiğinde daha önce deney tasarımı ile ortaya konulan 38 MPa'dan daha yüksek dayanım değerleri elde etmek için % 99 dolgu yoğunluğunun gerekli olduğu öngörüsünün yanlış olduğu, hatta bu değerlerin %64 dolgu yoğunluğu kullanarak da elde edilebileceği görülmüştür.

Tüm bu değerlendirmeler doğrultusunda deney tasarımı, modelleme ve optimizasyonun üretim sürecinde ve sonuçların değerlendirilmesinde ne kadar önemli olduğu açıkça görülmektedir.

### Kopma Gerinimi Sonuçları

Daha önce bahsedildiği gibi 2. problemde amaç fonksiyonu olarak kopma gerinimi seçilmiş ve değeri minimize edilmiştir. Senaryo 1 ve Senaryo 2'de sisteme girilen kısıtlar altında kopma gerinimine ilişkin optimizasyon sonuçları elde edilmiş ve deneysel sonuçlarla karşılaştırmaları yapılmıştır.

Tablo 11.8: HM3 modeli kullanılarak elde edilen kopma gerinimi sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri

Senaryo	Kısıtlar	Metot	Kopma Gerinmesi (%)	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1	25 ≤ x <sub>1</sub> ≤ 99, 1 ≤ x <sub>2</sub> ≤ 4, 0.1 ≤ x <sub>3</sub> ≤ 0.3, 30 ≤ x <sub>4</sub> ≤ 60, { x <sub>1</sub> , x <sub>2</sub> } ∈ Tam Sayı	DE	1.802	99	3	0.1	39.0568
		SA	1.802	99	3	0.1	39.0565
		NM	1.802	99	3	0.1	39.0606
2	x <sub>1</sub> ∈ { 25, 50, 75, 99 }, x <sub>2</sub> ∈ { 1, 2, 3, 4 }, x <sub>3</sub> ∈ { 0.1, 0.2, 0.3 }, x <sub>4</sub> ∈ { 30, 45, 60 }	DE	1.860	99	3	0.1	45
		SA	1.860	99	3	0.1	45
		NM	1.860	99	3	0.1	45
Amaç fonksiyonu: HM3							

Tablo 11.8'de stokastik optimizasyon algoritmaları kullanılarak elde edilebilecek minimum gerinim değeri senaryo 1 için % 1.80163 ve senaryo 2 için % 1.8602 olarak bulunmuştur. Deneysel çalışma sonucunda elde edilen minimum gerinim değeri % 2.2306 olup, tasarım parametreleri; dolgu yoğunluğu (x<sub>1</sub>): %99; dolgu deseni(x<sub>2</sub>): 2; katman kalınlığı(x<sub>3</sub>): 0.1 mm; baskı hızı (x<sub>4</sub>): 45 mm/s mevcut deneysel veri setinin 49. satırına karşılık gelir.

Optimizasyon işlemi ile deneysel sonuçlarda minimum gerinim açısından %19 oranında iyileştirme yapılmıştır. Ayrıca optimizasyon sonucunda senaryo 1 için giriş parametreleri x<sub>1</sub>:99, x<sub>2</sub>:3, x<sub>3</sub>:0.1, x<sub>4</sub>:39.0568; senaryo 2 için x<sub>1</sub>:99, x<sub>2</sub>:3, x<sub>3</sub>:0.1, x<sub>4</sub>:45'tir. Deneysel sonuçlar ve optimizasyon sonuçları birbirleriyle karşılaştırıldığında, dolgu deseni (x<sub>2</sub>) dışındaki tüm girdi parametrelerinin birbirine yakın değerlere sahip olduğu görülmektedir. Minimum gerinim sağlayan dolgu paterni deneysel sonuçlarda gyroid (x<sub>2</sub>=2), optimizasyon sonuçlarında üçgen (x<sub>2</sub>=3) olarak bulunmuştur.

### Maksimum Çekme Mukavemeti

Problem 3'te amaç fonksiyonu olarak maksimum çekme dayanımı seçilir ve değeri maksimize edilir. Problem kapsamında 3 farklı senaryo ele alınmıştır. Senaryo 1 ve senaryo 2'de, ayırık ve sürekli değerler aldıklarında girdi parametrelerinin sonuçlar

üzerindeki etkilerini incelenmiştir. Senaryo 1 ve 2'den farklı olarak, senaryo 3 alternatif tasarımlar bulmayı hedeflemektedir, bu nedenle maksimum çekme dayanımı ile ilgili kısıtlar sisteme eklenir ve sonuçlar değerlendirilir.

Tablo 11.9'da verilen sonuçlara göre, modifiye edilmiş Differential Evolution algoritması kullanılarak, girdi tasarım parametreleri  $x_1$ :98 %,  $x_2$ :1,  $x_3$ :0.3 mm,  $x_4$ : 49.4619 mm/s olduğunda maksimum çekme dayanımı 44.3072 MPa olarak elde edilir.

Senaryo 2'de girdi parametrelerinin alabileceği değerler üzerindeki kısıtlamalar sonuçlarda anlamlı bir fark yaratmamıştır. Bu senaryoda optimizasyon işlemi ile elde edilen maksimum çekme mukavemeti değeri (44.0994 MPa) ile karşılık gelen girdi tasarım parametrelerinin ( $x_1$ :99,  $x_2$ :1,  $x_3$ :0.3,  $x_4$ :45) değerlerinin veri kümesinde 52. satırdaki deneysel sonuçlar ile aynı olduğu görülmüştür.

İlk üç problemdeki optimum sonuçlar incelendiğinde girdi tasarım parametrelerinden biri olan dolgu deseninin her üç problemde de farklılık gösterdiği görülmüştür. Dolgu deseni ( $x_2$ ), maksimum kopma mukavemeti tasarımı için bal peteği, minimum gerinim tasarımı için üçgen ve maksimum çekme mukavemeti tasarımı için kübik olarak bulunmuştur.

Tablo 11.9: HM5 modeli kullanılarak elde edilen maksimum çekme mukavemeti sonuçları ve dizayn parametrelerinin değerleri

Senaryo	Kısıtlar	Metot	Maksimum Çekme Muk. (MPa)	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1	$25 \leq x_1 \leq 99,$ $1 \leq x_2 \leq 4,$ $0.1 \leq x_3 \leq 0.3,$ $30 \leq x_4 \leq 60,$ $\{x_1, x_2\} \in \text{Tam Sayı}$	DE	44.3072	98	1	0.3	49.4619
		SA	44.3071	98	1	0.3	49.4735
		NM	44.1289	95	1	0.3	46.371
2	$x_1 \in \{25, 50, 75, 99\},$ $x_2 \in \{1, 2, 3, 4\},$ $x_3 \in \{0.1, 0.2, 0.3\},$ $x_4 \in \{30, 45, 60\}$	DE	44.0994	99	1	0.3	45
		SA	44.0994	99	1	0.3	45
		NM	44.0994	99	1	0.3	45
Amaç fonksiyonu : HM5							

Tablo 11.10: Belirtilen kısıtlama altında maksimum çekme mukavemeti için alternatif tasarımlar

Senaryo	Kısıtlar	Maksimum Çekme Muk. (MPa)	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
3	$25 \leq x_1 \leq 98,$ $1 \leq x_2 \leq 4,$ $0.1 \leq x_3 \leq 0.3,$ $30 \leq x_4 \leq 60,$ $40 \leq \text{Çekme Mukavemeti} \leq 44.3$ $\{x_1, x_2\} \in \text{Tam Sayı}$	44.3	98	1	0.2999	49.3717
		44.1685	95	1	0.3	49.4615
		43.8213	98	4	0.3	49.5412
		43.8181	95	1	0.2947	46.3541
		43.6861	89	1	0.3	49.4569
		43.6381	90	1	0.3	51.0319
		43.5651	87	1	0.3	47.9137
		43.3329	97	4	0.299	44.663
		42.9858	81	1	0.3	47.9126
		42.631	79	1	0.3	46.3727
		42.5549	98	4	0.3	30.7211
		42.5457	98	4	0.1	59.0406
		42.4907	97	4	0.3	60
		42.3234	76	1	0.2996	49.4029
		42.2696	97	4	0.1	60
		41.5265	70	1	0.3	49.4598
		41.1547	68	1	0.3	47.9152
		40.9408	92	1	0.3	34.0183
		40.5445	79	1	0.271	39.896
		40.5015	87	1	0.2208	47.9231
		40.2369	62	1	0.3	47.916
		40.0654	62	1	0.3	44.8215
		40.0513	67	1	0.2761	52.6464
		40.0246	70	1	0.2593	52.559
		40	81	1	0.2289	54.2521

Tablo 11.10, problem 3'ün 3. senaryosu kapsamında elde edilen maksimum çekme mukavemeti değerlerini göstermektedir. Burada, senaryo 1'e ek olarak, sisteme maksimum çekme mukavemeti ( $40 < M\check{C}K < 44.3$ ) kısıtı girilmiştir. Amaç, global optimumdan biraz daha düşük olan lokal değerleri bulmak ve alternatif tasarımlar önermektir. Maksimum çekme mukavemeti kısıtının alt sınırı, deneysel sonuçlar değerlendirilerek belirlendi. Tablo 3'teki deneysel veri seti incelendiğinde, 40 MPa ve üzeri maksimum çekme mukavemeti değerinin elde edilebilmesi için %99 dolgu yoğunluğu kullanılması gerektiği görülmektedir. Aksi halde deney sonuçlarına göre veri setinin 33. satırında verilen girdi değerleri ( $x_1=75$ ,  $x_2=1$ ,  $x_3=0.3$ ,  $x_4=30$ ) kullanılarak en yüksek maksimum çekme mukavemeti değeri 38.2837 Mpa olarak elde edilebilir. Bu durumun gerçeği yansıtıp yansıtmadığı 40 Mpa dayanım değerinin alt limit kısıtı olarak sisteme girilmesi ile anlaşılabileceği düşünülmüştür.

Kısıtın üst sınır değeri de 44.3 MPa olarak seçilerek algoritmanın global optimumda takılıp kalması engellenmiştir. Senaryo 1 ve 2'den farklı olarak, çözüm yöntemi olarak yalnızca Modifiye edilmiş Nelder Mead algoritması kullanılmıştır. Bu algoritma global noktaların yanı sıra lokal noktaları da tespit etmede ve alternatif tasarımlar sunmada oldukça başarılıdır.

DE ve SA algoritmaları global sonuç bulmaya odaklandığından, bu iki algoritma ile benzer çalışmalar yapıldığında 44.3 MPa maksimum çekme mukavemeti kısıtı üst değerinde takılıp kaldıkları ve alternatif tasarımlar oluşturmada Neldermead kadar başarılı olamadıkları görülmektedir.

Tablo 11.10'da, sisteme girilen kısıtlar altında elde edilen 25 farklı tasarım verilmektedir, ancak Nelder Mead, bu sonuçlara yakın belirtilen kısıtları karşılayan birçok farklı tasarım önermektedir. Sonuçlar incelendiğinde girdi parametreleri; dolgu deseni kübik ve petek, katman kalınlığı 0.1, 0.22, 0.25, 0.27 ve 0.3 mm, baskı hızı 30-60 mm/s aralığında ve dolgu yoğunluğu çok geniş bir aralıkta (%98-62) değişmiştir.

En yüksek maksimum çekme mukavemeti 44.3 MPa ve karşılık gelen girdi tasarım parametrelerinin değerleri;  $x_1:98$ ,  $x_2:1$ ,  $x_3:0.2999$ ,  $x_4:49.3717$  olarak elde edilirken, en düşük maksimum çekme mukavemeti 40MPa ve ilgili girdi tasarım parametreleri;  $x_1:81$  %,  $x_2:1$ ,  $x_3:0.2289$  mm,  $x_4:54.2521$  mm/sn olarak bulunur. Tablo 11.10 incelendiğinde, %68, 70, 76, 79 dolgu yoğunluğuna sahip tasarımların, % 81, 87, 92

dolgu yoğunluğuna sahip tasarımlara göre daha yüksek maksimum çekme mukavemetine sahip olduğu bir başka çarpıcı sonuçtur. Bu sonuçlar, artan dolgu yoğunluğunun her zaman daha yüksek maksimum çekme mukavemeti sağlayamayacağını göstermektedir. Ayrıca, Tablo 11.8 ve Tablo 11.10'daki maksimum çekme mukavemeti kübik desen ( $x_2=1$ ) kullanılarak elde edilmesine rağmen, lokal sonuçlarda (40-44.3 aralığında) petek ( $x_2=4$ ) desen kullanılarak farklı alternatif tasarımlar sunulmaktadır. Bu sonuçlara dayanarak, bazen global bir maksimum veya minimum nokta elde etmek yerine, birkaç farklı tasarımı içeren lokal noktaları tercih etmek daha avantajlı olabilir. Örneğin bu problemde %99 dolgu yoğunluğu yerine %62 dolgu yoğunluğuna sahip bir tasarımın seçilmesi yalnızca %9 dayanım azalmasına neden olurken önemli ölçüde malzeme-ağırlık tasarrufu (%18) sağlar ve bu çoğu tasarım süreci için istenen bir durumdur. Alternatif tasarımlar incelendiğinde daha önce deney tasarımı ile ortaya konulan 40 MPa'dan daha yüksek maksimum çekme mukavemeti elde etmek için % 99 dolgu yoğunluğunun gerekli olduğu öngörüsünün yanlış olduğu ve % 62 ve üzeri dolgu yoğunluğuna sahip numunelerin de benzer kriterleri karşılayan alternatif tasarımlar sağlayabileceği görülmüştür.

## Sonuç

Bu çalışmada, 3D baskı süreci için tasarım, modelleme ve optimizasyon işlemleri eş zamanlı olarak ele alınmıştır. Polilaktid (PLA) malzeme için dolgu yoğunluğu, dolgu deseni, katman kalınlığı ve baskı hızı dahil olmak üzere FDM işlem parametrelerini ayarlayarak maksimum çekme ve kopma mukavemetini en üst düzeye çıkarmak ve kopma gerinimini en aza indirmek için matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçleri gerçekleştirildi.

Modelleme sürecinde polinom, trigonometrik, logaritmik ve hibrit modellerin performansları farklı başarı kriterleri kullanılarak test edilmiştir. Başarılı modeller amaç fonksiyonu olarak optimizasyon aşamasında kullanılmıştır. Farklı kısıtlar altında en iyi tasarımı bulmak için tek amaçlı optimizasyon yaklaşımı ve farklı çalışma stratejilerine sahip stokastik yöntemler DE, NM ve SA kullanıldı. Buna ek olarak, global optimuma yakın alternatif tasarımlar bulmak için farklı optimizasyon senaryoları oluşturuldu.



Tablolarda verilen sonuçlardan açıkça görülmektedir ki,

- I. Polinom, trigonometrik ve logaritmik fonksiyonların bir kombinasyonunu içeren hibrit modeller, deneysel sonuçlarla iyi uyum gösterirken, sadece polinom, trigonometrik veya logaritmik ifadelerden oluşan doğrusal veya doğrusal olmayan modeller aynı anda tüm başarı kriterlerini karşılayamadı.
- II. Model seçiminde  $R^2$  uyum iyiliği indeksinin tek başına bir başarı kriteri olarak kullanılamayacağı gösterilmiştir. Ayrıca, tasarım parametrelerinin belirtilen aralıklardaki sınırlılık kontrolünü de model seçim kriteri olarak dikkate almamız gerektiği görülmüştür.
- III. Problemlerdeki optimizasyon sonuçları incelendiğinde, girdi parametreleri arasındaki dolgu deseninin tüm problemlerde farklılık gösterdiği görülmüştür. Dolgu deseni ( $x_2$ ), maksimum kopma mukavemeti tasarımı için bal peteği, minimum gerinim tasarımı için üçgen ve maksimum çekme mukavemeti tasarımı için kübik olarak bulunmuştur.
- IV. Bazen global bir maksimum veya minimum nokta elde etmek yerine, birkaç farklı tasarımı içeren lokal noktaların tercih edilmesinin daha avantajlı olabileceği anlaşılmıştır. Örneğin maksimum çekme mukavemeti probleminde %99 dolgu yoğunluğu yerine %62 dolgu yoğunluğuna sahip bir tasarımın seçilmesi sadece %9 dayanım azalmasına neden olurken, önemli ölçüde malzeme-ağırlık tasarrufu (%18) sağlamak ve bu durum çoğu tasarım süreci için arzu edilen bir durumdur.
- V. Stokastik optimizasyon algoritmaları kullanılarak elde edilebilecek minimum gerinim değeri 1.80163 (%) olarak bulunurken bu değer deneysel sonuçlarda 2.2306 (%) olarak bulunmuştur. Deneysel sonuçlarla karşılaştırıldığında optimizasyon işlemi ile minimum gerinim değeri %19 oranında iyileştirilmiştir. Ayrıca minimum gerinim sağlayan ilgili dolgu deseni deneysel sonuçlarda gyroid ( $x_2=2$ ), optimizasyon sonuçlarında ise üçgen ( $x_2=3$ ) olarak bulunmuştur.
- VI. Mühendislik problemlerinde tek bir global sonuç üretmek yerine buna yakın alternatif tasarımlar sunmak her zaman arzu edilen bir durumdur. Bu çalışmada, lokal sonuçları bulmada da oldukça başarılı olan Nelder Mead optimizasyon algoritması bu amaçla kullanılmış ve kopma mukavemeti ve maksimum çekme

mukavemeti parametrelerinin amaç fonksiyonu olarak seçildiği problemler için global optimuma yakın birçok alternatif lokal tasarım önerilmiştir. Böylece üretim için tek bir sonuca bağlı kalmadan geniş bir yelpazede çalışmak mümkün olmaktadır.

## Bölüm 12

### Sonuçlar ve Öneriler

Deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon mühendislik problemlerinin çözümünde sıklıkla ihtiyaç duyulan ve kullanılan kavramlardır. Tez çalışması kapsamında; gerek literatürden seçilen, gerekse tezde tanımlanan orijinal problemler olmak üzere 13 farklı problemin çözümünde deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerinin problem çözümü üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu amaçla; FFD, BBD, CCD, Taguchi, D-Optimal deney tasarım metotları, NRM, SNRM modelleme metotları ve DE, NM ve SA optimizasyon metotları tez çalışmayı boyunca problem çözümlerinde tercih edilen metotlar olmuştur. Tez çalışmasının diğer bölümlerinde de bahsedildiği gibi, deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon literatürde birçok çalışmada kullanılan ve araştırmacılar tarafından da talep gören metotlardır. Ancak, bu metotların hangi durumlarda başarılı olacağı, hangisinin ne zaman tercih edilmesi gerektiği, birbirlerine sağladıkları üstünlükler, avantaj ve dezavantajları gibi problemin çözümünde elde edilen sonuçlara direk etki edebilecek önemli konular ile ilgili değerlendirmelerin eksikliği göze çarpmaktadır. Yani; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerinin verimli bir şekilde kullanılabilmesi için metodolojik bir yaklaşıma ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon birbirlerinden ayrı düşünülmemesi gereken, birbirleri üzerinde doğrudan bir etkiye sahip olan, bir problemin tanımlanması, kurgulanması ve çözümünde bir bütün olarak etkili olan adımlar olarak ifade edilmiştir. Bu sebeple; tez çalışmasının bölümlerinde, gerçek hayatta uygulaması olan problemler üzerinden deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçleri değerlendirilmiştir. Tez çalışmasında incelenen ve çözüm üretilmeye çalışılan konular:

- Bir matematiksel modelleme metodu olarak literatürde farklı tip problemlerin çözümünde sıklıkla tercih edilen YSA'nın kısıtları ve sınırlamaları nelerdir?
- Model başarısını ölçmede en fazla tercih edilen kriterlerden biri olan  $R^2$  'nin tek başına bir değerlendirme kriteri olarak kullanılıp model için başarılı veya başarılı değil şeklinde bir karar verilmesi ne kadar anlamlıdır?
- Regresyon ve YYY modelleme metotlarında kullanılan polinom yapılar girdi ve çıktı parametreleri arasındaki ilişkiyi açıklamak için yeterli olur mu? Yoksa farklı matematiksel fonksiyonlar kullanımına da ihtiyaç duyulabilir mi?
- Taguchi'nin bir deney tasarım metodu olarak kullanılmasının modelleme üzerindeki etkisi nedir?
- Matematiksel modellemede, data setinin eğitim ve test olarak ayrılması aşamasında takip edilen farklı metotların modelleme ve model başarısı üzerine etkileri.
- Model başarısını ölçmede kullanılan farklı değerlendirme kriterlerin performanslarının birbirleriyle karşılaştırılması. Hangi kriterleri kullanmak anlamlıdır?
- Tanımlanan bir problem için farklı deney tasarım metotları kullanılarak data seti oluşturulduğunda, bu durumun matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerine etkisi ne olur? Hangi deney tasarım metodunu kullanmak daha avantajlı?
- Özel matematiksel fonksiyonların modelleme sürecinde kullanılabilirliğinin incelenmesi
- Tez kapsamında, orijinal modelleme metotları olarak tanıtılan NRM ve SNRM'nin literatürde sık kullanılan YSA, YYY, Regresyon gibi metotlar ile karşılaştırılması ve uygulanabilirlikleri üzerine değerlendirmeler

Yukarıda bahsedilen her bir başlık tez çalışması kapsamında incelenmiş ve değerlendirmelerde bulunulmuştur.

Matematiksel modellemede en fazla tercih edilen metotların başında gelen YSA, bu tez çalışması kapsamında **Bölüm3** 'de üç farklı problemin çözümünde matematiksel modelleme amaçlı kullanılmıştır. Bu problemlerde sırasıyla şunlar amaçlanmıştır:

- Demir çelik sektöründe elektrik ark ocaklarında ergitilmiş çeliğin kimyasal bileşiminin elektrik enerjisi tüketimi üzerindeki etkisinin modellenmesi
- 16 tabakalı simetrik/balans keten-epoksi kompozit malzemede fiber açı oryantasyonunun kompozitin gerilme davranışı üzerindeki etkisinin modellenmesi
- Medikal alanda kullanılan PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerini geliştirmede karbon fiber, çinko kaplı karbon fiber ve nanoyapılı çinko oksit kaplı karbon fiber kullanımının etkisinin modellenmesi

Ark ocaklarındaki enerji tüketiminin modellenmesinin amaçlandığı birinci çalışmada YSA kullanılarak oluşturulan modelin eğitim, test ve doğrulama aşamalarındaki  $R^2$  başarı değerleri sırasıyla 0.88, 0.95 ve 0.95 olmasına rağmen, önerilen modelin stabilite testinde başarısız olduğu gözlemlenmiştir.

Keten/epoksi tabakalı kompozitin gerilme davranışının modellenmesinin amaçlandığı ikinci çalışmada, YSA tarafından önerilen modelin gerçek değerleri tahmin etme konusunda eğitim, test ve doğrulama aşamalarında sırasıyla 0.95, 0.99 ve 0.99 oldukça yüksek  $R^2$  başarı oranlarına sahip olduğu görülmüştür. Modelin başarısının gerçekçi ve tutarlı olup olmadığını anlayabilmek için ekstra test dataları üretilip YSA tarafından önerilen modelin analitik formül kullanılarak bulunan gerçek değerleri tahmin etme performansı ölçülmüştür. Sonuçlar incelendiğinde, gerçek değerler ile tahmin edilenler arasında dikkate değer bir fark olduğu görülmektedir. Model başarısı değerlendirme kriteri  $R^2$ 'nin 0.36 olarak bulunmuş olması, modelin daha önce bahsedilen eğitim, test ve doğrulama aşamalarında sahip olduğu yüksek başarı performansının yanıltıcı olduğunu göstermektedir.

Son olarak, PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerine katkı maddelerinin etkisinin modellendiği üçüncü çalışmada, YSA ve bu tez çalışması kapsamında orijinal bir metot olarak önerilen NRM'nin karşılaştırması yapılmıştır. Tahmin performansı bakımından, YSA ve NRM'nin birbirleriyle yakın sonuçlar ürettiği görülmüştür. Bu

sebeple, bu iki yöntemin ortaya koyduğu modelleri ve kullanım kolaylıklarını değerlendirmek daha anlamlı olacaktır. YSA ve NRM yöntemleri kullanılarak deneysel sonuçlara en uygun modeller olarak tanjant sigmoid ve dördüncü derece polinom elde edilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, YSA'nın ortaya koyduğu tanjant sigmoid fonksiyon tabanlı modelin kullanılması durumunda, ek bir dönüşüm formülasyonu kullanılarak sonuçların gerçek değerlerinin elde edilmesi gerektiğidir. Ayrıca tanjant sigmoid, polinom model ile kıyaslandığında üstel terimler içeren oldukça karmaşık bir modeldir. Bu hususlar dikkate alındığında, daha basit ve ekstra dönüşüm gerektirmeden kullanılabilen bir model sunan NRM, kemik çimentosunun mekanik davranışının modellenmesinde daha uygun bir yöntem olarak görünmektedir.

Ele alınan problemler ve yapılan incelemeler, YSA kullanılarak elde edilen matematiksel modellerin bazı sınırlamalara sahip olduğunu, modellerin yüksek tahmin performansının yanıltıcı olabileceğini göstermiştir. Ayrıca, her problem ve veri tipi için YSA ağ yapısını modellemede kullanmak uygundur şeklinde bir yaklaşımın sorgulanması gerektiği gösterilmiştir.

**Bölüm 4’de**,  $R^2$ 'nin tek başına bir model başarısı ölçme kriteri olarak kullanılıp kullanılamayacağı tartışılmıştır. Serbest pistonlu Stirling motoru ve katmanlı üretim konuları ile ilgili gerçekleştirilen matematiksel modelle çalışmaları sonucunda mutlaka önerilen matematiksel modellerin test, validasyon, sınır kontrol, stabilite kriterleri de dikkate alınarak değerlendirilmesi gerektiği anlaşılmıştır. Sonuçlar, sadece  $R^2$ 'ye dayalı model seçiminin yanlış değerlendirmelere sebep olabileceğini göstermiştir. Yüksek  $R^2$  değeri yalnızca modelin tahmin sonuçlarının gerçek sonuçlarla iyi derecede uyumlu olduğu anlamına gelir. Mühendislik problemlerinde beklentimiz sadece verilere iyi uyan bir model ortaya koymak değildir. Bu bölümde ele alınan problemlerde, tüm data setini kullanarak model oluşturma model başarısında gözlenen yüksek tahmin performansına rağmen bizi yanıltabileceği, veri setini eğitim, test, doğrulama gibi bölümlere ayırarak modelleme işlemini gerçekleştirmenin daha sağlam modeller elde etme imkanı sunacağı anlaşılmıştır. Ayrıca, bu tez çalışması kapsamında önerilen stabilite ve sınır kontrolü (boundedness check) modelin başarısı ve kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili fikir veren  $R^2$ 'den bağımsız orijinal kriterlerdir. Bazı modeller; eğitim, test, validasyon aşamalarında

başarılı sonuçlar üretmelerine rağmen, stabilite ve sınır kontrol kriterlerini sağlayamadıkları için başarısız kabul edilmişlerdir.

**Bölüm 5’de** matematiksel modelleme sürecinde, polinom modellerin girdi ve çıktı arasındaki ilişkiyi modellemede yeterli olup olamayacağı tartışılmıştır. Bazı durumlarda polinom modellerin süreci doğru tanımlama konusunda yetersiz kaldığı veya süreci daha iyi tanımlayabilecek başka matematiksel modellerin olabileceği vurgusuna yer verilmiştir. Bu bölümde, üç farklı mühendislik problemi için gerçekleştirilen modelleme çalışmaları sonucunda; polinom modellere ek olarak trigonometric, rasyonel, logaritmik, ve bu model tiplerinin bir arada kullanılmasıyla oluşturulan hibrit modellerin polinom modellere alternatif olabileceği görülmüştür. Gerçekleştirilen modelleme çalışmalarında; (i) bir su altı patlamasında şok yüklemesine maruz kalan çok katmanlı bir zırhlı sistemde oluşan gerilmelerin modellenmesinde birinci derece logaritmik rasyonel model (ii) elektrikli araç batarya paketi muhafazasının doğal frekans davranışının modellenmesinde ikinci derece trigonometrik model, ve (iii) PMMA kemik çimentosunun mekanik özelliklerinin modellenmesinde polinom ve trigonometric ifadelerden oluşan hibrit modeller en başarılı modeller olarak ön plana çıkmıştır. Bu sonuçlar, her modelleme çalışmasında yalnızca polinom model kullanmanın yeterli olamayacağı görüşünü desteklemektedir.

Taguchi; deney tasarımı, modelleme ve optimizasyon amaçlı en fazla tercih edilen metotlardan biridir. Bunun temel sebebi, Taguchi metodunun diğer deney tasarım metotları ile karşılaştırıldığında çok daha düşük sayıda deney ile modelleme ve optimizasyona imkan sunmasıdır. Zaman ve maliyetten tasarruf sağlayan bu yaklaşım, **Bölüm 6 ‘da** tüm yönleriyle incelenmiştir. 8 tabakalı simetrik grafit/epoksi kompozit malzemenin frekans aralığı davranışının modellenmesinin amaçlandığı problemde, fiber açıları girdi parametresi olarak seçilmiştir. Sonuçlar, Taguchi ve FFD metot için ayrı ayrı elde edilmiş ve Taguchi metodunun başarısı değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda ortaya çıkan bazı önemli sonuçlar:

- Hem FFD hem de Taguchi’de gözlenen ortak bir sonuç; dizayn parametrelerinin iki seviye değerinden oluştuğu durumda, veri seti oluşturmanın anlamsız olduğudur. Bu durumda hem FFD hem de Taguchi tarafından önerilen modeller başarısız olmuştur. İki seviye değeri kullanımı durumunda dizayn parametrelerinin alabileceği ara değerler ile ilgili büyük bir

esneklik söz konusu olduğu için önerilen modellerin problemde ortaya konulmak istenen doğal frekans aralığı davranışını doğru bir şekilde belirlemeleri çok zordur.

- Bir deney tasarımı oluştururken, deney satır sayısı önemli olduğu kadar dizayn parametrelerinin kaç seviye değerinden oluşacağı ve onların alacağı değerleri de dikkate alınmanın önemli ve gerekli olduğu anlaşılmıştır. Nitekim; L8, L9, L16, L25, L27 Taguchi dizilimleri içerisinde L27 en fazla deney satır sayısına sahip olmasına rağmen, en başarılı model L16 dizilimi kullanıldığı durumda elde edilebilmiştir.
- Taguchi metodu; eğitim aşamasında yüksek tahmin performansına sahip modeller önerse de, test aşamasında metodunun önerdiği modellerin hepsinin başarısız olduğu görülmüştür. Aynı problem, FFD metodu kullanılarak çözüldüğünde, hem eğitim hem de test aşamalarında arzu edilen yüksek tahmin performansına sahip modeller elde edilebilmiştir.

Tüm bu değerlendirmeler doğrultusunda, literatürde deney tasarımı için en fazla tercih edilen metotlardan biri olan Taguchi kullanımı konusunda dikkatli olunması gerektiği ve problemi iyi analiz ederek doğru deney tasarım metoduna karar vermenin sonuçlar üzerinde direk olarak bir etki oluşturacağı sonucuna varılmıştır.

Doktora tezi çalışması kapsamında; **Bölüm 7’de** orijinal modelleme metotları olarak ortaya konulan NRM ve SNRM’nin referans bir problem baz alınarak gösterdikleri modelleme performansları birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma yapılırken, modelleme sürecinde sağlam bir matematiksel model elde etmede önemli bir faktör olan veri setinin ayrılma biçimi ve sonuçlar üzerindeki etkisi detaylı bir şekilde incelenmiştir. Veri setini ayırma biçimi olarak hold out, k- fold cross validation ve bootstrap metotları kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar; YSA, regresyon ve optimizasyonu bir arada kullanan hibrit bir metot olan SNRM’nin, NRM’ye göre model belirlemede oldukça başarılı olduğunu ortaya koymuştur. Model katsayılarını belirlemede stokastik optimizasyon metotlarından faydalanılması büyük avantaj sağlamış ve bu metot, yüksek tahmin performansına sahip birden çok alternatif model önerebilmiştir. NRM, hold out data seti ayırma yaklaşımında başarılı modeller önerirken, k-fold cross validation ve bootstrap data ayırma teknikleriyle modellemede



hold out ile kıyaslandığında daha düşük performans göstermiştir. SNRM ise tüm veri ayırma tekniklerinde yüksek başarı oranına sahip modeller önererek başarı oranını koruyabilmiştir. Bu durum, optimizasyon tekniklerini modellemede kullanmanın sağladığı avantajı net bir şekilde ortaya koymuştur. Veri ayırma metodu olarak bootstrap ve crossvalidation matematiksel modellemede daha etkili birer metot olarak göze çarpmaktadır. Ancak bu durum, data setini hold out tekniği kullanarak bölmenin modellemede her zaman yetersiz olacağı anlamına gelmemelidir. Burada yapılabilecek kesin bir değerlendirme, veri setinin tamamının model oluşturmak için kullanılmasının model başarısı konusunda yanıltıcı olacaktır. Hemen hemen tüm sonuç tablolarında hem NRM hem de SNRM ile modelleme gerçekleştirildiğinde modellerin eğitim aşamasında gerçek çıktı değerlerini tahmin performansı  $R^2$  bakımından 1'e oldukça yakın değerler alırken, test ve doğrulama aşamalarında bazen benzer başarıyı gösteremedikleri görülmektedir. Bu durum, önerilen modellerin mutlaka daha önce karşılaşmadıkları veriler ile test ve doğrulama işlemlerine tabi tutulmasının gerekliliğini ortaya koymuştur.

Matematiksel modellerin başarısını ölçmede farklı model değerlendirme kriterlerinden yararlanılmaktadır. En sık tercih edilen kriterler;  $R^2$ , MAE, MAPE, RMSE, MSE gibi gerçek değer ve model tarafından tahmin edilen değer farkını dikkate alan kriterlerdir. **Bölüm 8'de** doktora tezi çalışması kapsamında, literatür araştırması sonucu tespit edilen 22 farklı model değerlendirme kriteri kullanılarak model başarısı ölçülmüş ve başarı ölçütlerinin birbirleri ile karşılaştırması yapılmıştır. Referans çalışma olarak; 8 tabakalı simetrik-balans cam/epoksi ve keten/epoksi malzemelerden oluşan hibrit kompozit yapının doğal frekans aralığının davranışının modellenmesinin amaçlandığı orijinal bir problem seçilmiştir. Frekans aralığını modellemek için önerilen matematiksel modellerin tahmin performansları 22 farklı başarı kriteri ile ölçülmüştür. Elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde şu çıkarımlar yapılmıştır:

- Bu tez çalışması kapsamında önerilen sınır kontrol model değerlendirme kriteri modelin ne kadar başarılı olduğundan ziyade modelin ürettiği sonuçların gerçekte uyumluluğunu değerlendiren ve modelin kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili direk bilgi verebilen bir metot dur. Sınır kontrol kriterinin önemini doğal frekans aralığı çıktısının modellenmesinde kullanılan matematiksel modellerin başarı değerlendirilmesinde açık bir şekilde görmek mümkün

olmuştur. Diğer model değerlendirme kriterlerinin büyük bir çoğunluğu hibrit modeli en başarılı model olarak ön plana çıkarırken, sınır kontrol kriteri hibrit modelin ürettiği maksimum ve minimum doğal frekans aralığı değerlerinin gerçekte ulaşılması mümkün olmayan sonuçlar olduğunu ve modelin kullanılamayacağını göstermiştir. Ayrıca, bu tür bir değerlendirme doğrultusunda sadece SON ve SONR modellerin ürettiği maksimum ve minimum doğal frekans aralığı değerlerinin gerçek ile tutarlı sonuçlar olduğunu belirlemiştir.

- Model başarı ölçütleri kendi içerisinde değerlendirildiğinde ise  $R^2$ ,  $R^2_{\text{düzeltme}}$ , KGE gibi kriterler değerleri 1'e ne kadar yakın ise modeli o ölçüde başarılı kabul ederken, AIC, BIC, AICC gibi kriterler elde edilen değer ne kadar küçük olduğuna bağlı olarak modeli başarılı kabul etmektedir. Bu iki grup dışında geriye kalan model değerlendirme kriterleri modellerin gerçek değerleri tahmin etmede gösterdikleri hatalar 0'a yakın olduğu ölçüde modeli başarılı kabul eder.
- MSE, RMSE, SE vb. model değerlendirme kriterleri sadece gerçek ve tahmin edilen arasındaki farkı dikkate alarak hata (SSE) karşılaştırması yapar.  $R^2$  tabanlı model değerlendirme kriterleri hata (SSE) değerlerinin yanında gerçek değer ve gerçek değer ortalamasının farkını (SST) da dikkate alarak bir hesaplama gerçekleştirir. AIC, BIC, AICC gibi kriterler ise gerçek ve tahmin edilen arasındaki farka ek olarak, model terim sayısını da model başarısına etki eden bir ölçüt olarak dikkate alır. Bu değerlendirme kriterlerine göre daha az terimden oluşan ve hata oranı daha düşük olan model daha başarılıdır. Bu sebeple, model başarısı belirlenirken farklı model değerlendirme kriterleri kullanılarak en etkili model belirlenmeye çalışılmıştır. Ancak görüldüğü üzere bahsedilen model değerlendirme kriterlerinin hiçbirisi sınır kontrol kriteri kadar modelin kullanılabilirliği hakkında net bilgi verememektedir. Bu kriterler, hangi modelin daha yalın ve veriyi ne kadar iyi fit ettiği ile ilgili fikir vermektedir. Ancak elde edilen sonuçların gerçekte tutarlılığı ve uygulanabilirliği hakkında bilgi verememektedir.

Bu sonuçlar doğrultusunda, model başarısını ölçmede farklı yaklaşımlara sahip olan metotların bir arada kullanılmasının daha anlamlı olduğu söyleyebiliriz. Ayrıca önemli

bir çıktı; bu tez çalışması kapsamında ortaya konulan sınır kontrol kriteri diğer tüm model başarı değerlendirme kriterlerinden farklı olarak modelin kullanılabilir olup olmadığı ile ilgili direk bilgi verebilen tek kriterdir. Bu sebeple, model başarısı değerlendirme kriteri olarak mutlaka dikkate alınmalıdır.

Farklı deney tasarım metotları kullanmanın matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerine etkisi ne olur? Hangi deney tasarım metodunu kullanmak daha avantajlıdır? Sorularına cevap aramak için **Bölüm 9'da** aynı problemin çözümünde farklı deney tasarım metotları kullanmanın etkisi araştırılmıştır. Çalışma kapsamında, 16 tabakalı simetrik/balans cam-epoksi malzemeden oluşan kompozit şaft incelenmiştir. Kompozit fiber açıları dizayn parametresi olarak seçilmiştir. Amaç fonksiyonu olan kritik burulma burkulma yükünün değerinin en az 550 Nm'den büyük olacak şekilde maksimize edilmesi hedeflenmiştir. Deney tasarım metodu olarak; FFD, Taguchi, BBD, CCD ve D-Optimal kullanılmıştır. Deney tasarım metotlarının modelleme ve optimizasyon üzerindeki etkisi karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Modelleme ve Optimizasyon sonuçlarına göre; CCD başarılı bir model ortaya koyamamıştır. Taguchi tarafından önerilen model, kritik burulma burkulma değerini analitik formül kullanılarak elde edilen gerçek değerine göre yaklaşık %17 hata ile tahmin ederken, D-Optimal ve FFD yaklaşık %3 hata ile tahmin etmiştir. Deney tasarım metotlarının hibrit olarak kullanıldığı BBD-Taguchi ve BBD-Central CCD-Taguchi metotları tarafından önerilen modeller ise analitik formül kullanılarak elde edilen optimizasyon sonucu ile yaklaşık %0.5 hata ile en yakın sonuçları üretmişlerdir. Bu problem özelinde, FFD'ye alternatif olarak sunulan D-optimal, BBD ve hibrit metotların başarısı dikkat çekicidir. Geleceğe yönelik bir çalışma olarak da D-Optimal metodunun optimizasyon tabanlı bir deney tasarım metodu olması sebebiyle daha fazla problemde kullanılarak diğer deney tasarım metotları ile performansının karşılaştırılmasının, artı ve eksi yönleriyle değerlendirilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir.

**Bölüm 10'da** özel fonksiyonların matematiksel modellemede alternatif model tipi olarak kullanılabilirliği araştırılmıştır. BesselJ, ChebyShevT, Erf, ExpIntegralIE, Fresnel, Hermit, HyperGeometric, Legendre gibi özel fonksiyon tipleri modelleme amaçlı kullanılmış ve tez kapsamında kullanılan temel matematiksel fonksiyonlar ile karşılaştırmaları yapılmıştır. 16 katmanlı simetrik balans keten/epoksi kompozit

plakada; kompozit fiber açıları, plaka en boy oranı ( $a/b$ ) ve plaka düzlem içi  $y$  ekseninde uygulanan yük ( $N_y$ ) dizayn parametreleri olarak seçilmiştir. Tabakalı kompozitin belirtilen dizayn parametrelerine bağlı olarak kritik burkulma yükünün maksimize edilmesi amaçlanmıştır. Sonuçlar, temel fonksiyon tipleri kullanılarak başarılı modele ulaşamadığını, özel fonksiyonlardan ise Erf ve ExpIntegralE'in gerekli başarı kriterlerini sağladığını göstermiştir. Bu sebeple, ileriye dönük bir çalışma olarak Özel fonksiyonların matematiksel modellemede kullanımı ile ilgili araştırmalar yapılabilir.

Tez çalışması boyunca, deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon ana başlıkları altında değerlendirmeler yapıp bu süreçlerdeki her bir başlığın birbirlerinden bağımsız düşünülmemeyeceği vurgulanmıştır. **Bölüm 11'de** tez kapsamında yukarıda bahsedilen ana başlıkların adım adım gerçekleştirildiği bir problem ele alınmıştır. Son dönemlerde mühendisliğin birçok alanında yaygın şekilde kullanımı gündeme gelen üç boyutlu üretim teknolojilerinden faydalanılarak yapılan çalışma hem deneysel hem de teorik süreçleri içermektedir. Çalışmada; dolgu yoğunluğu, dolgu deseni, katman kalınlığı ve baskı hızı üretim parametreleri dikkate alınarak PLA malzeme için maksimum çekme dayanımı, kırılma dayanımı ve kırılma gerinimi çıktı parametrelerinin optimizasyonu amaçlanmaktadır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda şunlar söylenebilir:

- Polinom, trigonometrik ve logaritmik fonksiyonların bir kombinasyonunu içeren hibrit modeller, deneysel sonuçlarla iyi uyum gösterirken, sadece polinom, trigonometrik veya logaritmik ifadelerden oluşan doğrusal veya doğrusal olmayan modeller aynı anda tüm başarı kriterlerini karşılayamamıştır.
- Model seçiminde  $R^2$  uyum iyiliği indeksinin tek başına bir başarı kriteri olarak kullanılamayacağı gösterilmiştir. Ayrıca, elde edilen sonuçların gerçekliği hakkında bilgi veren sınır kontrol kriterini de model seçim kriteri olarak dikkate almamız gerektiği görülmüştür.
- Problemlerdeki optimizasyon sonuçları incelendiğinde, girdi parametrelerinden biri olan dolgu deseninin tüm problemlerde farklılık gösterdiği görülmüştür. Dolgu deseni; maksimum kopma mukavemeti tasarımı

için bal peteği, minimum gerinim tasarımı için üçgen ve maksimum çekme mukavemeti tasarımı için kübik olarak bulunmuştur.

- Bazen global bir maksimum veya minimum nokta elde etmek yerine, birkaç farklı tasarımı içeren lokal noktaların tercih edilmesinin daha avantajlı olabileceği anlaşılmıştır. Örneğin maksimum çekme mukavemeti probleminde %99 dolgu yoğunluğu yerine %62 dolgu yoğunluğuna sahip bir tasarımın seçilmesi sadece %9 dayanım azalmasına neden olurken, önemli ölçüde malzeme-ağırlık tasarrufu (%18) sağlamakta ve bu durum çoğu tasarım süreci için arzu edilen bir durumdur.
- Deneysel sonuçlarla karşılaştırıldığında optimizasyon işlemi ile minimum gerinim değeri %19 oranında iyileştirilmiştir. Ayrıca minimum gerinim sağlayan ilgili dolgu deseni deneysel sonuçlarda gyroid, optimizasyon sonuçlarında ise üçgen olarak bulunmuştur.
- Mühendislik problemlerinde tek bir global sonuç üretmek yerine buna yakın alternatif tasarımlar sunmak her zaman arzu edilen bir durumdur. Bu çalışmada, lokal sonuçları bulmada da oldukça başarılı olan Nelder Mead optimizasyon algoritması bu amaçla kullanılmış ve kopma mukavemeti ve maksimum çekme mukavemeti parametrelerinin amaç fonksiyonu olarak seçildiği problemler için global optimuma yakın birçok alternatif lokal tasarım önerilmiştir. Böylece üretim için tek bir sonuca bağlı kalmadan geniş bir yelpazede çalışmak mümkün olmaktadır.

Bu doktora tezi kapsamında gerçekleştirilen çalışmalar sonucunda; deney tasarımı, matematiksel modelleme ve optimizasyon süreçlerinin bir bütün olarak düşünülmesi gerektiği anlaşılmıştır. Bir problemin çözümünde aktif rol oynayan bu üç aşama tamamıyla birbirleriyle bağlantılıdır ve birinde ortaya çıkan olumsuzluk diğer süreçleri de etkiler. Tez çalışmasında, bahsedilen bu üç aşama ile ilgili detaylı çalışmalar yürütülmüş ve her bir aşamanın sonuçlar üzerinde direk etkiye sahip olduğu görülmüştür.

# Kaynaklar

- [1] Raju M, Gupta MK, Bhanot N, Sharma VS. A hybrid PSO–BFO evolutionary algorithm for optimization of fused deposition modelling process parameters. *Journal of Intelligent Manufacturing* 2019; 3: 2743-2758.
- [2] Jafari R, Akyüz R. Optimization and thermal analysis of radial ventilated brake disc to enhance the cooling performance. *Case Studies in Thermal Engineering* 2022; 3: 101731.
- [3] Pahange H, Abolbashari MH. Mass and performance optimization of an airplane wing leading edge structure against bird strike using Taguchi-based grey relational analysis. *Chinese Journal of Aeronautics* 2016; 29(4): 934-944.
- [4] Kechagias JD, Vidakis N. Parametric optimization of material extrusion 3D printing process: an assessment of Box-Behnken vs. full-factorial experimental approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2022; 121(5-6): 3163-3172.
- [5] Veljković VB, Veličković AV, Avramović JM, Stamenković OS. Modeling of biodiesel production: Performance comparison of Box–Behnken, face central composite and full factorial design. *Chinese Journal of Chemical Engineering* 2019; 27(7): 1690-1698.
- [6] GC MP, Krishna P, Parappagoudar MB. Squeeze casting process modeling by a conventional statistical regression analysis approach. *Applied Mathematical Modelling* 2016; 40(15-16): 6869-6888.
- [7] Sharma P, Balasubramanian D, Khai CT, Venugopal IP, Alruqi M, JS FJ, Wae-Hayee M, ve diğ. Enhancing the performance of renewable biogas powered engine employing oxyhydrogen: Optimization with desirability and D-optimal design. *Fuel* 2023; 341: 127575.

- [8] Kuram E, Ozcelik B, Bayramoglu M, Demirbas E, Simsek BT. Optimization of cutting fluids and cutting parameters during end milling by using D-optimal design of experiments. *Journal of Cleaner Production* 2013; 42: 159-166.
- [9] Rajmohan T, Palanikumar K, Ranganathan S. Evaluation of mechanical and wear properties of hybrid aluminium matrix composites. *Transactions of nonferrous metals society of China* 2013; 23(9): 2509-2517.
- [10] Abbasi M, Fard M, Khalkhali A. Dynamic Stiffness Investigation of an Automotive Body-in-White by Utilizing Response Surface Methodology 2018; (No. 2018-01-1479): SAE Technical Paper.
- [11] Ghenai C, Ahmad FF, Rejeb O, Hamid AK. Sensitivity analysis of design parameters and power gain correlations of bi-facial solar PV system using response surface methodology. *Solar Energy* 2021; 223: 44-53.
- [12] Vidyarthi RS, Dwivedi DK, Muthukumaran V. Optimization of A-TIG process parameters using response surface methodology. *Materials and Manufacturing Processes* 2018; 33(7): 709-717.
- [13] Gajic D, Savic-Gajic I, Savic I, Georgieva O, Di Gennaro S. Modelling of electrical energy consumption in an electric arc furnace using artificial neural networks. *Energy* 2016; 108: 132-139.
- [14] Sagbas A, Gürtuna F, Polat U. Comparison of ANN and RSM modeling approaches for WEDM process optimization. *Materials Testing* 2021; 63(4): 386-392.
- [15] Dey S, Reang NM, Das PK, Deb M. Comparative study using RSM and ANN modelling for performance-emission prediction of CI engine fuelled with bio-diesohol blends: A fuzzy optimization approach. *Fuel* 2021; 292: 120356.
- [16] Genç MO, Konakçı S, Kaya N, Kartal S, Serbest AK. Development of a novel testing procedure and optimisation of a rubber spring using constrained simulated annealing algorithm for automobile clutch system. *International Journal of Vehicle Design* 2022; 88(1): 33-55.
- [17] Gnanavelbabu A, Saravanan P. Experimental investigations of abrasive waterjet machining parameters on titanium alloy Ti-6Al-4V using RSM and evolutionary

- computational techniques. In *Advances in Unconventional Machining and Composites: Proceedings of AIMTDR 2018*; 413-425; Singapore: Springer Singapore.
- [18] Shui L, Chen F, Garg A, Peng X, Bao N, Zhang J. Design optimization of battery pack enclosure for electric vehicle. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2018; 58: 331-347.
- [19] Tabet Z, Belaadi A, Boumaaza M, Bouchak M. Drilling of a bidirectional jute fibre and cork-reinforced polymer biosandwich structure: ANN and RSM approaches for modelling and optimization. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 2021; 117(11-12): 3819-3839.
- [20] Montgomery DC, *Design and Analysis of Experiment*. 3. Baskı. John Wiley Sons. 649 s, 1991.
- [21] Antony J. *Design of Experiments for Engineers and Scientists*. In *Design of Experiments for Engineers and Scientists* 2014.
- [22] Sundararajan K. *Design of Experiments – A Primer*. 2018. Retrieved from <https://www.isixsigma.com/tools-templates/design-of-experiments-doe/design-experiments-primer/#comments>
- [23] Wahdame B, Candusso D, Franc X, Harel F. Design of experiment techniques for fuel cell characterisation and development. *International Journal of Hydrogen Energy* 2009; 34: 967–980.
- [24] Demir, L. İstatistiksel deney tasarımı yöntemi ve bir tekstil işletmesine uygulanması (yüksek lisans tezi). Denizli: Pamukkale Üniversitesi; 2004. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp>
- [25] Multisimplex AG. *Multisimplex users guide*, 1999. [www.multisimplex.com](http://www.multisimplex.com)
- [26] Savaşkan, M. Deney tasarımı yöntemlerinin karşılaştırmalı kullanımı ile ince sert seramik kaplı matkap uçlarının performans değerlendirmesi ve optimizasyonu (doktora tezi). İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi; 2003. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp>



- [27] Design expert. Applications of DOE in engineering and science: A collection of 26 case studies [Internet]. 2023 [erişim tarihi 07.06.2023]. <https://cdn.statease.com/media/public/documents/Applications%20of%20DOE%20in%20Engineering%20and%20Science%202019%20Revised-LYE%20Sept%2017.pdf>
- [28] Ferreira SLC, Bruns RE, Ferreira HS, Matos GD, David JM, Brandão GC, dos Santos WNL, ve diğ. Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods. *Analytica Chimica Acta* 2007; 597(2): 179–186.
- [29] Taguchi G, Clausing D. Robust Quality. *Harvard Business Review*, 1990; Ocak-Şubat: 65-76.
- [30] Gökçe B, Taşgetiren S. Kalite için Deney tasarımı. *Makine Teknolojileri Elektronik Dergisi* 2009; 6 (1): 71-83.
- [31] Aydın L, Artem HS, Oterkus S ve diğ. Designing Engineering Structures using Stochastic Optimization Methods. 1. baskı. Bölüm 1. sayfa 1-9. CRC Press.
- [32] Aydın L, Artem HS, Oterkus S ve diğ. Designing Engineering Structures using Stochastic Optimization Methods. 1. baskı. Bölüm 3. sayfa 25-43. CRC Press.
- [33] Maaroofof OW, Dede MİC, Aydın L. A Robot Arm Design Optimization Method by Using a Kinematic Redundancy Resolution Technique. *Robotics*. 2022; 11(1): 1.
- [34] Savran M, Aydın L. Stochastic optimization of graphite-flax/epoxy hybrid laminated composite for maximum fundamental frequency and minimum cost. *Engineering Structures* 2018; 174: 675-687.
- [35] Momin J, Xin-She Y, Hans-Jürgen Z. Test Functions for Global Optimization: A Comprehensive Survey. pp. 193-222. In: Xin-She Y., Zhihua C., Renbin X., Amir Hossein G., Mehmet K. [eds.] 2013. *Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation*, Elsevier.
- [36] Karaboğa D. Yapay zeka optimizasyon algoritmaları. Nobel akademik yayıncılık. 2018. Ankara
- [37] Ingber L. Simulated Annealing: Practice versus Theory. *Math Comput Model* 1993; 18(11): 29-57.

- [38] Storn R, Price K. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization* 1997; 11(4): 341–359.
- [39] Vo-Duy T, Ho-Huu V, Do-Thi TD, Dang-Trung H, Nguyen-Thoi T. A global numerical approach for lightweight design optimization of laminated composite plates subjected to frequency constraints. *Composite Structures* 2017; 159: 646–655.
- [40] Nelder JA, Mead RA. simplex-method for function minimization. *Computer Journal* 1965; 7(4): 308–313.
- [41] Ye W, Wang X, Liu Y, Chen J. Analysis and prediction of the performance of free-piston Stirling engine using response surface methodology and artificial neural network. *Applied Thermal Engineering* 2021; 188: 116557.
- [42] Chacón JM, Caminero MA, García-Plaza E, Núñez PJ. Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection. *Materials & Design* 2017; 124: 143-157.
- [43] Gerdooei M, Rezaei MJ, Ghaforian Nosrati H. Improving the performance of a multi-layer armored system subjected to shock loading of an underwater explosion. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2022; 29(3): 419-428.
- [44] Hong H, Kim G, Lee H, Kim J, Lee D, Kim M, Lee J ve diğ. Optimal location of brake pad for reduction of temperature deviation on brake disc during high-energy braking. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2021; 35: 1109-1120.
- [45] Zeng F, Xie H, Liu Q, Li F, Tan W. Design and optimization of a new composite bumper beam in high-speed frontal crashes. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2016; 53: 115-122.
- [46] Fountas N A, Vaxevanidis NM. Optimization of fused deposition modeling process using a virus-evolutionary genetic algorithm. *Computers in Industry* 2021; 125: 103371.

- [47] Li K, Yan S, Zhong Y, Pan W, Zhao G. Multi-objective optimization of the fiber-reinforced composite injection molding process using Taguchi method, RSM, and NSGA-II. *Simulation modelling practice and theory* 2019; 91: 69-82.
- [48] Chaudhari R, Khanna S, Vora J, Patel VK, Paneliya S, Pimenov DY, Wojciechowski S, ve diğ. Experimental investigations and optimization of MWCNTs-mixed WEDM process parameters of nitinol shape memory alloy. *Journal of Materials Research and Technology* 2021; 15: 2152-2169.
- [49] Kumar J, Verma RK, Mondal AK. Taguchi-grey theory based harmony search algorithm (GR-HSA) for predictive modeling and multi-objective optimization in drilling of polymer composites. *Experimental Techniques* 2021; 45: 531-548.
- [50] Huang Y, Gao X, Ma B, Liu G, Zhang N, Zhang Y, You D. Optimization of weld strength for laser welding of steel to PMMA using Taguchi design method. *Optics & Laser Technology* 2021; 136: 106726.
- [51] Cheng B, Du J, Yao Y. Power prediction formula for blade design and optimization of Dual Darrieus Wind Turbines based on Taguchi Method and Genetic Expression Programming model. *Renewable Energy* 2022; 192: 583-605.
- [52] Elsayed ME, Abdo S, Attia AA, Attia E, Abd Elrahman MA. Parametric optimisation for the design of gravity energy storage system using Taguchi method. *Scientific Reports* 2022; 12(1): 1-16.
- [53] Biçer N, Engin T, Yaşar H, Büyükkaya E, Aydın A, Topuz A. Design optimization of a shell-and-tube heat exchanger with novel three-zonal baffle by using CFD and taguchi method. *International Journal of Thermal Sciences* 2020; 155: 106417.
- [54] Maguluri N, Suresh G, Rao KV. Assessing the effect of FDM processing parameters on mechanical properties of PLA parts using Taguchi method. *Journal of Thermoplastic Composite Materials* 2023; 36(4): 1472-1488.
- [55] Lenin VR, Sivalakshmi S, Raja M. Optimization of window type and vent parameters on single-sided natural ventilation buildings. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* 2019; 136(1): 367-379.

- [56] Yuce BE, Nielsen PV, Wargocki P. The use of Taguchi, ANOVA, and GRA methods to optimize CFD analyses of ventilation performance in buildings. *Building and Environment* 2022; 225: 109587.
- [57] Hosseinzadeh Y, Jalili S, Khani R. Investigating the effects of flax fibers application on multi-objective optimization of laminated composite plates for simultaneous cost minimization and frequency gap maximization. *Journal of Building Engineering* 2020; 32: 101477
- [58] Kaw AK. *Mechanics of Composite Materials*. London: CRC, 2006.
- [59] Aydin L, Artem HS. Multiobjective Genetic Algorithm optimization of the composite laminates as a satellite structure material for coefficient of thermal expansion and elastic modulus. *4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies*. Istanbul/Turkey 2009; 114-119.
- [60] Ceylan AB, Aydın L, Nil M. Polatoğlu I, Sözen H. A new hybrid approach in selection of optimum establishment location of the biogas energy production plant. *Biomass Conv. Bioref* 2023; 13: 5771–5786.
- [61] Savran M, Aydın L. Hybrid Natural Fiber Composites. Bölüm 14 Material selection for hybrid natural fiber laminated composites in vibration using a stochastic optimization method 2021; 281-307.
- [62] Kashyzadeh KR, Rahimian Kolor SS, Omid Bidgoli M, Petru M, Amiri Asfarjani A. An optimum fatigue design of polymer composite compressed natural gas tank using hybrid finite element-response surface methods. *Polymers* 2021; 13(4): 483.
- [63] Zhang Y, Chen S, Shahin ME, Niu X, Gao L, Chin CMM, Goyal A, ve diğ. Multi-objective optimization of lithium-ion battery pack casing for electric vehicles: key role of materials design and their influence. *International Journal of Energy Research* 2020; 44(12): 9414-9437.
- [64] Mohamed OA, Masood SH, Bhowmik JL. Analytical modelling and optimization of the temperature-dependent dynamic mechanical properties of fused deposition fabricated parts made of PC-ABS. *Materials* 2016; 9(11): 895.

- [65] Arora VK, Bhushan G, Aggarwal ML. Enhancement of fatigue life of multi-leaf spring by parameter optimization using RSM. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 2017; 39: 1333-1349.
- [66] Li K, Yan S, Zhong Y, Pan W, Zhao G. Multi-objective optimization of the fiber-reinforced composite injection molding process using Taguchi method, RSM, and NSGA-II. *Simulation modelling practice and theory* 2019; 91: 69-82.
- [67] Souzangarzadeh H, Jahan A, Rezvani MJ, Milani AS. Multi-objective optimization of cylindrical segmented tubes as energy absorbers under oblique crushes: D-optimal design and integration of MULTIMOORA with combinative weighting. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 2020; 62: 249-268.
- [68] Li B, Ge W, Liu D, Tan C, Sun B. Optimization method of vehicle handling stability based on response surface model with D-optimal test design. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2020; 34: 2267-2276.
- [69] Savran M, Ayakdaş O, Aydın L, & Dizlek ME. Design and optimization of glass reinforced composite driveshafts for automotive industry. *Designing Engineering Structures using Stochastic Optimization Methods* 2020; 44-58.
- [70] Savran M, Aydın L. Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods. *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 2022; 30:13, 2637-2650.

Ekler

# Ek A

## Bölüm 3

Tablo A.1: Basma modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modeller (Tablo 3.7 ile ilişkili)

Model ismi	Model
TOP_1	$Y = -568.07 + 1907.7x_1 - 784.48x_1^2 + 94.306x_1^3 + 672.67x_2 - 1423.9x_1x_2 + 324.06x_1^2x_2 + 5343.1x_2^2 - 469.77x_1x_2^2 - 3364.1x_2^3$
TOP_2	$Y = -1849.66 + 4044.43x_1 - 1771.75x_1^2 + 226.453x_1^3 - 347.275x_2 - 400.x_1x_2 + 205.64x_1^2x_2 + 2631.83x_2^2 - 698.24x_1x_2^2 - 820.2x_2^3$
FOP_1	$Y = -365.116 + 1102.66x_1 + 174.239x_1^2 - 317.02x_1^3 + 54.7143x_1^4 + 1881.05x_2 - 3680.21x_1x_2 + 1897.84x_1^2x_2 - 266.123x_1^3x_2 + 5150.9x_2^2 - 3338.61x_1x_2^2 + 632.874x_1^2x_2^2 + 567.783x_2^3 - 661.074x_1x_2^3 - 58.0064x_2^4$
FOP_2	$Y = 780.937 - 958.459x_1 + 1298.47x_1^2 - 539.87x_1^3 + 68.4026x_1^4 + 3924.48x_2 - 5396.19x_1x_2 + 2267.1x_1^2x_2 - 305.731x_1^3x_2 + 4797.57x_2^2 - 2754.91x_1x_2^2 + 738.752x_1^2x_2^2 + 852.245x_2^3 - 1357.62x_1x_2^3 + 81.2071x_2^4$
SOT_1	$Y = 601.145 + 1996.66\cos(x_1) - 327.11\cos(x_1)^2 + 1241.77\cos(x_2) - 3233.68\cos(x_1)\cos(x_2) - 2158.93\cos(x_2)^2 + 1403.42\sin(x_1) + 1310.13\cos(x_1)\sin(x_1) - 486.505\cos(x_2)\sin(x_1) + 511.34\sin(x_1)^2 - 4845.26\sin(x_2) - 1138.4\cos(x_1)\sin(x_2) + 3769.62\cos(x_2)\sin(x_2) - 417.827\sin(x_1)\sin(x_2) + 2662.85\sin(x_2)^2$
SOT_2	$Y = 180.72 + 469.8\cos(x_1) + 89.003\cos(x_1)^2 + 418.61\cos(x_2) - 90.038\cos(x_1)\cos(x_2) + 73.822\cos(x_2)^2 + 1170.\sin(x_1) - 778.52\cos(x_1)\sin(x_1) - 1390.9\cos(x_2)\sin(x_1) + 402.47\sin(x_1)^2 - 633.23\sin(x_2) + 502.39\cos(x_1)\sin(x_2) + 1489.7\cos(x_2)\sin(x_2) - 1025.3\sin(x_1)\sin(x_2) + 838.56\sin(x_2)^2$

Tablo A.2: Basma dayanımının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modeller (Tablo 3.8 ile ilişkili)

Model ismi	Model
TOP	$Y = 134.87 - 150.87x_1 + 59.048x_1^2 - 7.4405x_1^3 + 733.6x_2 - 287.3x_1x_2 + 46.89x_1^2x_2 - 598.93x_2^2 + 17.083x_1x_2^2 + 282.88x_2^3$
TOP	$Y = 165.2 - 162.01x_1 + 33.795x_1^2 - 1.3824x_1^3 + 942.71x_2 - 144.82x_1x_2 + 18.947x_1^2x_2 - 1493.4x_2^2 + 35.44x_1x_2^2 + 803.16x_2^3$
SOT	$Y = -48.082 - 4.4873\cos(x_1) - 4.0943\cos(x_1)^2 - 319.25\cos(x_2) + 83.475\cos(x_1)\cos(x_2) + 437.95\cos(x_2)^2 - 52.434\sin(x_1) - 55.476\cos(x_1)\sin(x_1) + 24.911\cos(x_2)\sin(x_1) - 39.716\sin(x_1)^2 + 1058.3\sin(x_2) + 137.87\cos(x_1)\sin(x_2) - 526.58\cos(x_2)\sin(x_2) - 17.084\sin(x_1)\sin(x_2) - 504.84\sin(x_2)^2$
HMI	$Y = 3.3826 - 1.1711\cos(x_1) + 10.603\cos(x_1)^2 - 9.3112\cos(x_1)^3 + 13.09\cos(x_1)^4 + 3.9228\sin(x_1) + 7.2389\cos(x_1)\sin(x_1) + 26.772\cos(x_1)^2\sin(x_1) - 12.949\cos(x_1)^3\sin(x_1) - 1.4691\sin(x_1)^2 + 25.927\cos(x_1)\sin(x_1)^2 + 1.2551\cos(x_1)^2\sin(x_1)^2 + 2.2376\sin(x_1)^3 + 20.86\cos(x_1)\sin(x_1)^3 - 2.7999\sin(x_1)^4 + 0.58339x_1 - 1.0132\cos(x_1)x_1 + 2.7215\cos(x_1)^2x_1 - 3.2009\cos(x_1)^3x_1 + 0.99226\sin(x_1)x_1 - 0.80888\cos(x_1)\sin(x_1)x_1 + 5.6032\cos(x_1)^2\sin(x_1)x_1 - 1.8243\sin(x_1)^2x_1 + 5.2836\cos(x_1)\sin(x_1)^2x_1 + 0.32676\sin(x_1)^3x_1 + 0.085275x_1^2 - 0.29001\cos(x_1)x_1^2 + 0.68224\cos(x_1)^2x_1^2 + 0.30169\sin(x_1)x_1^2 - 0.51754\cos(x_1)\sin(x_1)x_1^2 - 0.58042\sin(x_1)^2x_1^2 + 0.0068393x_1^3 - 0.05868\cos(x_1)x_1^3 + 0.086813\sin(x_1)x_1^3 - 0.0018066x_1^4 + 24.952x_2 + 44.216\cos(x_1)x_2 - 117.82\cos(x_1)^2x_2 + 167.39\cos(x_1)^3x_2 + 34.923\sin(x_1)x_2 + 44.055\cos(x_1)\sin(x_1)x_2 - 261.09\cos(x_1)^2\sin(x_1)x_2 + 210.53\sin(x_1)^2x_2 - 392.5\cos(x_1)\sin(x_1)^2x_2 + 117.29\sin(x_1)^3x_2 + 5.3286x_1x_2 + 12.949\cos(x_1)x_1x_2 - 34.042\cos(x_1)^2x_1x_2 - 8.2981\sin(x_1)x_1x_2 + 38.578\cos(x_1)\sin(x_1)x_1x_2 + 69.156\sin(x_1)^2x_1x_2 + 1.5626x_1^2x_2 + 2.5593\cos(x_1)x_1^2x_2 - 6.1618\sin(x_1)x_1^2x_2 + 0.56107x_1^3x_2 - 44.749x_2^2 - 452.44\cos(x_1)x_2^2 + 960.57\cos(x_1)^2x_2^2 - 28.104\sin(x_1)x_2^2 - 658.89\cos(x_1)\sin(x_1)x_2^2 - 1246.\sin(x_1)^2x_2^2 - 8.1337x_1x_2^2 - 123.46\cos(x_1)x_1x_2^2 + 111.38\sin(x_1)x_1x_2^2 - 5.7417x_1^2x_2^2 + 405.07x_2^3 + 2880.7\cos(x_1)x_2^3 - 380.32\sin(x_1)x_2^3 + 121.28x_1x_2^3 + 815.18x_2^4$



Tablo A.3: Basma yükü altında gerinmenin modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modeller (Tablo 3.9 ile ilişkili)

Model ismi	Model
FOP	$Y = -719.1 + 1039.19x_1 - 301.75x_1^2 + 10.7563x_1^3 + 3.81486x_1^4 + 550.695x_2 - 5291.97x_1x_2 + 1809.62x_1^2x_2 - 197.301x_1^3x_2 + 21416.x_2^2 + 144.49x_1x_2^2 - 31.6602x_1^2x_2^2 - 38157.2x_2^3 + 6.87355x_1x_2^3 + 20660.4x_2^4$
SOT	$Y = 55.639 - 252.91\cos(x_1) + 148.87\cos(x_1)^2 + 40.107\cos(x_2) + 615.72\cos(x_1)\cos(x_2) + 122.54\cos(x_2)^2 + 22.804\sin(x_1) - 471.03\cos(x_1)\sin(x_1) - 277.91\cos(x_2)\sin(x_1) + 5.5926\sin(x_1)^2 + 319.42\sin(x_2) + 332.08\cos(x_1)\sin(x_2) - 26.94\cos(x_2)\sin(x_2) - 135.4\sin(x_1)\sin(x_2) - 264.87\sin(x_2)^2$
HM2	$Y = -23.264 - 146.99\cos(x_1) + 86.913\cos(x_1)^2 - 12.613\cos(x_1)^3 + 21.112\cos(x_2) - 422.14\cos(x_1)\cos(x_2) + 9.8017\cos(x_1)^2\cos(x_2) + 277.25\cos(x_2)^2 + 1048.6\cos(x_1)\cos(x_2)^2 + 66.139\cos(x_2)^3 - 31.539\sin(x_1) - 366.89\cos(x_1)\sin(x_1) + 17.423\cos(x_1)^2\sin(x_1) - 165.49\cos(x_2)\sin(x_1) - 203.61\cos(x_1)\cos(x_2)\sin(x_1) - 112.28\cos(x_2)^2\sin(x_1) - 121.54\sin(x_1)^2 - 8.9394\cos(x_1)\sin(x_1)^2 + 8.7852\cos(x_2)\sin(x_1)^2 - 5.6872\sin(x_1)^3 - 17.465\sin(x_2) + 1247.\cos(x_1)\sin(x_2) - 464.19\cos(x_1)^2\sin(x_2) - 558.75\cos(x_2)\sin(x_2) - 1934.7\cos(x_1)\cos(x_2)\sin(x_2) - 19.279\cos(x_2)^2\sin(x_2) + 37.029\sin(x_1)\sin(x_2) + 404.03\cos(x_1)\sin(x_1)\sin(x_2) + 194.55\cos(x_2)\sin(x_1)\sin(x_2) + 453.71\sin(x_1)^2\sin(x_2) - 327.93\sin(x_2)^2 - 1184.6\cos(x_1)\sin(x_2)^2 - 593.41\cos(x_2)\sin(x_2)^2 + 89.943\sin(x_1)\sin(x_2)^2 + 0.60659\sin(x_2)^3 + 6.7891x_1 + 1.5845x_1^2 + 16.839x_2 + 42.338x_1x_2 - 2.6145x_2^2$

## Bölüm 4

Tablo A.4: Çıktı parametrelerini modellemek için önerilen modeller (Tablo 4.2 ile ilişkili)

Çıktı parametresi	Model
Yer değiştirici genlikleri ( $x_d$ )	$x_d = 7.83903000 + 0.00135428x_1 - 0.00001182x_1^2 - 0.03397270x_2 + 0.00004440x_1x_2 - (6.87778000 \times 10^{-6})x_2^2 - 0.04780320x_3 + 0.00050250x_1x_3 - 0.00146000x_2x_3 - 0.00732465x_3^2 + 0.00037970x_4 + (2.41667000 \times 10^{-8})x_1x_4 + (4.40000000 \times 10^{-7})x_2x_4 + 0.00001442x_3x_4 - (3.15955000 \times 10^{-8})x_4^2 - 0.00027196x_5 + (1.69167000 \times 10^{-7})x_1x_5 - (2.80000000 \times 10^{-7})x_2x_5 - 0.00001058x_3x_5 + (2.21782000 \times 10^{-8})x_4x_5 - (3.39178000 \times 10^{-9})x_5^2$
Piston genlikleri ( $x_p$ )	$x_p = 10.24200000 - 0.00201157x_1 - 0.00003633x_1^2 - 0.03840240x_2 + 0.00015680x_1x_2 - 0.00012229x_2^2 + 0.23703900x_3 + 0.00164250x_1x_3 - 0.00512000x_2x_3 - 0.02752430x_3^2 + 0.00122400x_4 + (2.01667000 \times 10^{-7})x_1x_4 + (1.08000000 \times 10^{-6})x_2x_4 + 0.00003708x_3x_4 - (9.03993000 \times 10^{-8})x_4^2 - 0.00035488x_5 + (3.40000000 \times 10^{-7})x_1x_5 - (1.51333000 \times 10^{-6})x_2x_5 - 0.00003900x_3x_5 + (6.06620000 \times 10^{-8})x_4x_5 - (8.76968000 \times 10^{-9})x_5^2$
Çalışma frekansı (f)	$f = 43.75330000 - 0.00377167x_1 + 0.00462000x_2 + (10^{-5})x_1x_2 + 0.06064170x_3 - 0.00015000x_1x_3 + 0.00020000x_2x_3 + 0.00094725x_4 + (2.41667000 \times 10^{-7})x_1x_4 - (1.66667000 \times 10^{-6})x_2x_4 + (1.66667000 \times 10^{-6})x_3x_4 + 0.00076406x_5 - (3.33333000 \times 10^{-8})x_1x_5 + (4x10^{-7})x_2x_5 - (1.66667000 \times 10^{-6})x_3x_5 - (1.28144000 \times 10^{-8})x_4x_5$
Çıkış gücü ( $p_{out}$ )	$p_{out} = 193.66500000 + 0.72884800x_1 - 0.00003703x_1^2 - 3.05304000x_2 - 0.00161600x_1x_2 + 0.00546989x_2^2 - 10.06040000x_3 - 0.00972500x_1x_3 + 0.04360000x_2x_3 + 0.05800350x_3^2 + 0.03950150x_4 + 0.00002818x_1x_4 - 0.00007920x_2x_4 - 0.00034167x_3x_4 - (1.30239000 \times 10^{-6})x_4^2 - 0.01890820x_5 - 0.00001841x_1x_5 + 0.00005960x_2x_5 + 0.00001417x_3x_5 + (7.17616000 \times 10^{-7})x_4x_5 - (1.38715000 \times 10^{-8})x_5^2$

Tablo A.5: ANOVA analizi sonucu gereksiz terimlerin atılmasıyla elde edilen modeller

Çıktı parametresi	Model
Yer değiştirici genlikleri ( $x_d$ )	$x_d = 14.606400 + 0.001128x_1 - 0.000011x_1^2 - 0.054126x_2 + 0.000044x_1x_2 - 0.676974x_3 + 0.000503x_1x_3 + 0.000520x_4 + 0.000014x_3x_4 - (3.120350 \times 10^{-8})x_4^2 - 0.000367x_5 + (1.691670 \times 10^{-7})x_1x_5 - 0.000011x_3x_5 + (2.219550 \times 10^{-8})x_4x_5 - (2.999810 \times 10^{-9})x_5^2$
Piston genlikleri ( $x_p$ )	$x_p = 46.67240000 - 0.00225757x_1 - 0.00003434x_1^2 - 0.18193100x_2 + 0.00015680x_1x_2 - 2.01715000x_3 + 0.00164250x_1x_3 + 0.00164806x_4 + 0.00003708x_3x_4 - (8.82231000 \times 10^{-8})x_4^2 - 0.00086772x_5 + (3.40000000 \times 10^{-7})x_1x_5 - 0.00003900x_3x_5 + (6.07577000 \times 10^{-8})x_4x_5 - (6.59352000 \times 10^{-9})x_5^2$
Çalışma frekansı (f)	$f = 40.49780000 - 0.00271667x_1 + 0.02065000x_2 + 0.00062500x_3 + 0.00096892x_4 + (2.41667000 \times 10^{-7})x_1x_4 - (1.66667000 \times 10^{-6})x_2x_4 + 0.00086259x_5 - (3.33333000 \times 10^{-8})x_1x_5 - (1.28144000 \times 10^{-8})x_4x_5$
Çıkış gücü ( $p_{out}$ )	$p_{out} = 55.48000000 + 0.54146600x_1 - 2.21691000x_2 - 0.00161600x_1x_2 + 0.00631095x_2^2 - 8.39500000x_3 + 0.03461980x_4 + 0.00002818x_1x_4 - 0.00007920x_2x_4 - (1.28807000 \times 10^{-6})x_4^2 - 0.00118835x_5 - 0.00001841x_1x_5 + (7.18470000 \times 10^{-7})x_4x_5$

Tablo A.6: Çekme dayanımı için önerilen modeller (Tablo 4.7 ile ilişkili)

Model ismi	Model
SON	$-69.113 + 121.06x_1 + 334.88x_1^2 + 0.38468x_2 - 1.1759x_1x_2 - 0.0037315x_2^2 + 107.29x_3 - 80.528x_1x_3 + 0.046458x_2x_3 - 19.371x_3^2$
SON	$-78.5106 + 166.952x_1 + 308.624x_1^2 + 0.486716x_2 - 1.43012x_1x_2 - 0.00394115x_2^2 + 111.447x_3 - 91.9896x_1x_3 + 0.0315031x_2x_3 - 19.9193x_3^2$
SON	$-70.204 + 165.61x_1 + 239.45x_1^2 + 0.38448x_2 - 0.71643x_1x_2 - 0.0044189x_2^2 + 105.03x_3 - 100.09x_1x_3 + 0.041421x_2x_3 - 17.789x_3^2$
TON	$-0.8808 + 10.34x_1 - 7.053x_1^2 + 0.8935x_1^3 - 0.05287x_2 - 1.665x_1x_2 + 13.02x_1^2x_2 - 0.007979x_2^2 + 0.008832x_1x_2^2 + 0.00003712x_2^3 + 21.28x_3 + 18.22x_1x_3 + 4.055x_1^2x_3 + 0.6594x_2x_3 - 2.08x_1x_2x_3 - 0.001365x_2^2x_3 + 14.38x_3^2 + 4.583x_1x_3^2 - 0.04038x_2x_3^2 - 5.342x_3^3$
SOTN	$467.492 + 311.531\cos[x_1] + 158.603\cos[x_1]^2 - 289.772\cos[x_2] + 1098.02\cos[x_1]\cos[x_2] + 2.83281\cos[x_2]^2 - 1894.2\cos[x_3] + 3104.6\cos[x_1]\cos[x_3] + 0.563021\cos[x_2]\cos[x_3] - 252.27\cos[x_3]^2 - 4067.44\sin[x_1] + 4338.2\cos[x_1]\sin[x_1] + 149.423\cos[x_2]\sin[x_1] + 593.452\cos[x_3]\sin[x_1] + 199.34\sin[x_1]^2 - 953.246\sin[x_2] + 662.154\cos[x_1]\sin[x_2] + 697.076\cos[x_2]\sin[x_2] + 1.70547\cos[x_3]\sin[x_2] + 142.035\sin[x_1]\sin[x_2] + 451.804\sin[x_2]^2 + 1267.56\sin[x_3] - 3645.1\cos[x_1]\sin[x_3] - 3.0852\cos[x_2]\sin[x_3] - 1552.49\cos[x_3]\sin[x_3] - 589.532\sin[x_1]\sin[x_3] + 0.952449\sin[x_2]\sin[x_3] + 695.344\sin[x_3]^2$

## Bölüm 5

Tablo A.7: Gerilme çıktısı için önerilen matematiksel modeller (Tablo 5.3 ile ilgili)

Model ismi	Model
L	$69.799 + 0.051x_1 - 0.142x_2 - 21.740x_3$
LR	$(14532.900 - 8803.850x_1 - 17492.700x_2 + 750076.000x_3) / (-19670.900 - 273.603x_1 - 398.252x_2 + 33795.500x_3)$
SON	$3167.350 - 5.263x_1 + 0.546x_1^2 - 1.409x_2 + 0.163x_1x_2 + 0.566x_2^2 - 4148.820x_3 - 8.483x_1x_3 - 8.358x_2x_3 + 1448.470x_3^2$
SONR	$(5.178 + 221.225x_1 - 62.185x_1^2 - 196.573x_2 + 8.551x_1x_2 + 64.210x_2^2 + 26.118x_3 + 453.164x_1x_3 - 369.875x_2x_3 + 9.523x_3^2) / (-16.665 + 24.547x_1 - 1.758x_1^2 - 23.916x_2 + 0.091x_1x_2 + 1.817x_2^2 - 30.361x_3 + 1.960x_1x_3 + 3.075x_2x_3 + 17.070x_3^2)$
TON	$-0.176 + 12.300x_1 - 1.687x_1^2 + 0.093x_1^3 + 4.532x_2 + 1.814x_1x_2 - 0.184x_1^2x_2 - 0.848x_2^2 + 0.173x_1x_2^2 - 0.107x_2^3 + 5.628x_3 - 2.826x_1x_3 - 0.446x_1^2x_3 - 2.913x_2x_3 + 0.178x_1x_2x_3 + 0.982x_2^2x_3 + 1.229x_3^2 + 4.626x_1x_3^2 - 6.611x_2x_3^2 - 0.132x_3^3$
TONR	$(5.379 - 10.501x_1 - 3.186x_1^2 + 53.587x_1^3 - 4.435x_2 - 78.205x_1x_2 - 418.985x_1^2x_2 + 1.057x_2^2 - 11.901x_1x_2^2 - 28.653x_2^3 - 10.682x_3 - 73.524x_1x_3 - 50.773x_1^2x_3 - 9.361x_2x_3 - 87.685x_1x_2x_3 - 47.876x_2^2x_3 - 24.186x_3^2 - 24.145x_1x_3^2 - 29.761x_2x_3^2 - 2.008x_3^3) / (-4.761 - 235.002x_1 - 60.790x_1^2 + 5.774x_1^3 - 173.128x_2 + 453.390x_1x_2 - 21.868x_1^2x_2 - 73.899x_2^2 + 9.524x_1x_2^2 - 7.026x_2^3 - 24.441x_3 - 135.613x_1x_3 - 23.394x_1^2x_3 - 489.435x_2x_3 - 229.606x_1x_2x_3 + 66.687x_2^2x_3 + 16.324x_3^2 + 434.088x_1x_3^2 + 95.938x_2x_3^2 + 19.215x_3^3)$
FOT	$-209.930 - 1.362\cos[x_1] - 2.039\cos[x_2] + 43.908\cos[x_3] + 2.743\sin[x_1] - 0.294\sin[x_2] + 243.309\sin[x_3]$
FOTR	$(-3.058 - 22.084\cos[x_1] + 8.622\cos[x_2] + 3.389\cos[x_3] + 21.571\sin[x_1] + 10.509\sin[x_2] - 32.086\sin[x_3]) / (-0.077 - 0.603\cos[x_1] + 0.238\cos[x_2] + 0.437\cos[x_3] + 0.603\sin[x_1] + 0.279\sin[x_2] - 0.923\sin[x_3])$
SOT	$8.690 - 8.633\cos[x_1] + 1.357\cos[x_1]^2 - 9.100\cos[x_2] - 9.668\cos[x_1]\cos[x_2] - 11.298\cos[x_2]^2 + 6.384\cos[x_3] - 19.877\cos[x_1]\cos[x_3] + 7.568\cos[x_2]\cos[x_3] + 46.835\cos[x_3]^2 + 6.727\sin[x_1] + 3.746\cos[x_1]\sin[x_1] + 1.294\cos[x_2]\sin[x_1] + 20.612\cos[x_3]\sin[x_1] + 7.633\sin[x_1]^2 - 1.697\sin[x_2] - 3.940\cos[x_1]\sin[x_2] + 2.003\cos[x_2]\sin[x_2] + 7.464\cos[x_3]\sin[x_2] - 0.955\sin[x_1]\sin[x_2] - 5.556\sin[x_2]^2 + 22.573\sin[x_3] + 0.256\cos[x_1]\sin[x_3] + 1.246\cos[x_2]\sin[x_3] - 0.863\cos[x_3]\sin[x_3] - 3.672\sin[x_1]\sin[x_3] - 1.195\sin[x_2]\sin[x_3] + 1.345\sin[x_3]^2$
SOTR	$(-0.962 - 0.213\cos[x_1] - 0.812\cos[x_1]^2 + 4.875\cos[x_2] - 3.209\cos[x_1]\cos[x_2] - 2.192\cos[x_2]^2 - 3.054\cos[x_3] + 0.399\cos[x_1]\cos[x_3] + 1.447\cos[x_2]\cos[x_3] - 2.576\cos[x_3]^2 - 3.477\sin[x_1] + 2.309\cos[x_1]\sin[x_1] - 1.192\cos[x_2]\sin[x_1] - 1.480\cos[x_3]\sin[x_1] - 1.497\sin[x_1]^2 + 0.759\sin[x_2] + 1.521\cos[x_1]\sin[x_2] - 5.049\cos[x_2]\sin[x_2] - 0.058\cos[x_3]\sin[x_2] + 0.056\sin[x_1]\sin[x_2] - 1.440\sin[x_2]^2 - 7.417\sin[x_3] + 1.575\cos[x_1]\sin[x_3] + 5.205\cos[x_2]\sin[x_3] + 1.608\cos[x_3]\sin[x_3] - 4.388\sin[x_1]\sin[x_3] - 0.668\sin[x_2]\sin[x_3] + 0.143\sin[x_3]^2) / (0.517 + 1.428\cos[x_1] - 0.126\cos[x_1]^2 - 0.988\cos[x_2] - 0.414\cos[x_1]\cos[x_2] + 0.120\cos[x_2]^2 - 0.690\cos[x_3] - 2.436\cos[x_1]\cos[x_3] + 2.075\cos[x_2]\cos[x_3] + 0.260\cos[x_3]^2 + 0.085\sin[x_1] + 0.337\cos[x_1]\sin[x_1] - 0.109\cos[x_2]\sin[x_1] + 2.055\cos[x_3]\sin[x_1] + 0.177\sin[x_1]^2 - 1.483\sin[x_2] - 1.332\cos[x_1]\sin[x_2] - 1.118\cos[x_2]\sin[x_2] + 1.424\cos[x_3]\sin[x_2] + 0.949\sin[x_1]\sin[x_2] - 0.626\sin[x_2]^2 +$

	$0.300\text{Sin}[x_3] - 2.256\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_3] + 0.382\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_3] + 0.372\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_3] + 0.210\text{Sin}[x_1]\text{Sin}[x_3] + 0.092\text{Sin}[x_2]\text{Sin}[x_3] - 1.920\text{Sin}[x_3]^2)$
FOL	$50.851 + 0.510\text{Log}[x_1] - 1.416\text{Log}[x_2] - 31.288\text{Log}[x_3]$
FOLR	$(-5.166 \times 10^7 + (1.697 \times 10^7)\text{Log}[x_1] + (2.002 \times 10^7)\text{Log}[x_2] - (6.862 \times 10^6)\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] - (1.463 \times 10^7)\text{Log}[x_3]) / (-1.291 \times 10^6 + 453927.000\text{Log}[x_1] + 524252.000\text{Log}[x_2] - 182455.000\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] - 589576.000\text{Log}[x_3])$
SOL	$69.941 - 8.312\text{Log}[x_1] + 2.764\text{Log}[x_1]^2 - 3.141\text{Log}[x_2] + 0.324\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] + 1.206\text{Log}[x_2]^2 - 72.816\text{Log}[x_3] - 15.465\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] - 9.000\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] + 128.588\text{Log}[x_3]^2$
SOLR	$(-7.328 - 55.337\text{Log}[x_1] - 18.270\text{Log}[x_1]^2 - 14.315\text{Log}[x_2] + 61.198\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] + 12.934\text{Log}[x_2]^2 - 6.363\text{Log}[x_3] - 6.376\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] + 3.227\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] - 1.104\text{Log}[x_3]^2) / (-1.083 + 0.514\text{Log}[x_1] - 0.752\text{Log}[x_1]^2 - 3.086\text{Log}[x_2] + 1.555\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] + 0.586\text{Log}[x_2]^2 + 2.950\text{Log}[x_3] - 1.388\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] + 5.367\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] - 10.986\text{Log}[x_3]^2)$

Tablo A.8: Doğal frekans çıktısı için önerilen matematiksel modeller (Tablo 5.5 ile ilgili)

Model ismi	Model
L	$100.293 - 4.045x_1 - 3.229x_2 + 5.343x_3 - 1.861x_4 - 1.035x_5 - 0.012x_6$
LR	$(4731.680 - 911.101x_1 - 193.255x_2 + 1050.120x_3 + 320.721x_4 - 566.614x_5 - 57.088x_6) / (50.701 - 9.541x_1 - 1.614x_2 + 10.902x_3 + 3.819x_4 - 6.092x_5 - 0.629x_6)$
SON	$14.620 + 50.037x_1 - 14.921x_1^2 + 13.243x_2 - 0.539x_1x_2 - 0.268x_2^2 + 2.030x_3 - 0.318x_1x_3 + 6.388x_2x_3 - 4.687x_3^2 - 14.895x_4 + 10.747x_1x_4 + 3.457x_2x_4 - 0.685x_3x_4 - 1.119x_4^2 + 13.479x_5 - 4.204x_1x_5 - 4.595x_2x_5 + 3.757x_3x_5 + 0.029x_4x_5 - 0.256x_5^2 + 1.465x_6 - 0.444x_1x_6 - 0.384x_2x_6 - 0.103x_3x_6 - 0.069x_4x_6 - 0.130x_5x_6 + 0.004x_6^2$
SONR	$(130364.000 - 108020.000x_1 + 21515.100x_1^2 - 3606.660x_2 + 536.269x_1x_2 - 5262.380x_2^2 + 31999.900x_3 - 12459.900x_1x_3 - 7261.010x_2x_3 - 11577.900x_3^2 - 8402.030x_4 - 11301.500x_1x_4 + 4694.350x_2x_4 + 26271.000x_3x_4 + 7492.640x_4^2 - 33289.800x_5 + 18147.000x_1x_5 + 2989.240x_2x_5 - 1299.460x_3x_5 - 5785.840x_4x_5 + 1735.510x_5^2 - 836.303x_6 + 488.612x_1x_6 + 249.930x_2x_6 - 185.085x_3x_6 - 360.068x_4x_6 + 95.515x_5x_6 + 2.478x_6^2) / ((1445.150 - 1183.970x_1 + 233.884x_1^2 - 38.048x_2 + 0.797x_1x_2 - 58.581x_2^2 + 343.379x_3 - 130.037x_1x_3 - 76.826x_2x_3 - 129.624x_3^2 - 102.338x_4 - 123.997x_1x_4 + 55.505x_2x_4 + 286.087x_3x_4 + 84.606x_4^2 - 368.742x_5 + 199.460x_1x_5 + 33.113x_2x_5 - 13.364x_3x_5 - 62.766x_4x_5 + 19.143x_5^2 - 9.148x_6 + 5.421x_1x_6 + 2.677x_2x_6 - 1.989x_3x_6 - 3.995x_4x_6 + 1.043x_5x_6 + 0.027x_6^2))$
TON	$-198.312 + 1189.480x_1 + 2613.510x_1^2 - 545.717x_1^3 + 255.992x_2 - 666.166x_1x_2 + 329.334x_1^2x_2 + 821.266x_2^2 + 100.982x_1x_2^2 - 178.898x_2^3 + 3554.720x_3 - 3875.730x_1x_3 + 44.438x_1^2x_3 - 1010.170x_2x_3 + 579.824x_1x_2x_3 + 132.244x_2^2x_3 - 654.134x_3^2 + 364.830x_1x_3^2 - 205.505x_2x_3^2 - 132.051x_3^3 - 2218.080x_4 - 2451.690x_1x_4 - 25.039x_1^2x_4 + 314.872x_2x_4 - 749.919x_1x_2x_4 + 4.794x_2^2x_4 + 1496.430x_3x_4 + 1091.580x_1x_3x_4 - 142.688x_2x_3x_4 - 1167.770x_3^2x_4 + 1441.150x_4^2 - 491.930x_1x_4^2 + 314.495x_2x_4^2 - 279.809x_3x_4^2 + 3.003x_4^3 - 2563.280x_5 - 636.376x_1x_5 - 253.850x_1^2x_5 + 307.897x_2x_5 - 59.779x_1x_2x_5 + 10.441x_2^2x_5 + 129.640x_3x_5 + 212.814x_1x_3x_5 - 120.707x_2x_3x_5 + 374.614x_3^2x_5 + 127.792x_4x_5 + 762.718x_1x_4x_5 + 195.250x_2x_4x_5 - 72.297x_3x_4x_5 - 109.312x_4^2x_5 + 651.535x_5^2 + 14.503x_1x_5^2 - 40.619x_2x_5^2 - 64.011x_3x_5^2 - 56.944x_4x_5^2 - 31.122x_5^3 + 131.781x_6 + 56.334x_1x_6 - 5.814x_1^2x_6 - 56.552x_2x_6 - 0.343x_1x_2x_6 - 9.458x_2^2x_6 - 36.500x_3x_6 - 4.137x_1x_3x_6 + 24.941x_2x_3x_6 + 37.782x_3^2x_6 + 23.026x_4x_6 +$

	$37.384x_1x_4x_6 - 16.903x_2x_4x_6 + 28.073x_3x_4x_6 - 16.443x_4^2x_6 + 32.917x_5x_6 -$ $1.346x_1x_5x_6 - 4.288x_2x_5x_6 - 16.791x_3x_5x_6 - 17.723x_4x_5x_6 - 4.384x_5^2x_6 -$ $4.372x_6^2 - 1.155x_1x_6^2 + 1.202x_2x_6^2 - 0.981x_3x_6^2 + 0.286x_4x_6^2 + 0.617x_5x_6^2 +$ $0.026x_6^3$
TONR	$(1.001 + 3.011x_1 + 3.006x_1^2 + 0.998x_1^3 + 3.015x_2 + 6.071x_1x_2 + 3.008x_1^2x_2 +$ $3.024x_2^2 + 3.028x_1x_2^2 + 1.004x_2^3 + 3.009x_3 + 6.052x_1x_3 + 3.007x_1^2x_3 +$ $6.063x_2x_3 + 6.083x_1x_2x_3 + 3.026x_2^2x_3 + 3.006x_3^2 + 3.011x_1x_3^2 + 3.012x_2x_3^2 +$ $1.000x_3^3 + 3.012x_4 + 6.065x_1x_4 + 3.011x_1^2x_4 + 6.075x_2x_4 + 6.099x_1x_2x_4 +$ $3.029x_2^2x_4 + 6.045x_3x_4 + 6.071x_1x_3x_4 + 6.074x_2x_3x_4 + 3.006x_3^2x_4 + 3.017x_4^2 +$ $3.024x_1x_4^2 + 3.025x_2x_4^2 + 3.015x_3x_4^2 + 1.003x_4^3 + 3.026x_5 + 6.124x_1x_5 +$ $3.011x_1^2x_5 + 6.153x_2x_5 + 6.174x_1x_2x_5 + 3.056x_2^2x_5 + 6.116x_3x_5 + 6.153x_1x_3x_5 +$ $6.177x_2x_3x_5 + 3.024x_3^2x_5 + 6.137x_4x_5 + 6.177x_1x_4x_5 + 6.190x_2x_4x_5 +$ $6.146x_3x_4x_5 + 3.047x_4^2x_5 + 3.079x_5^2 + 3.090x_1x_5^2 + 3.101x_2x_5^2 + 3.098x_3x_5^2 +$ $3.104x_4x_5^2 + 1.028x_5^3 + 3.257x_6 + 7.300x_1x_6 + 3.086x_1^2x_6 + 7.593x_2x_6 +$ $7.924x_1x_2x_6 + 3.578x_2^2x_6 + 7.144x_3x_6 + 7.713x_1x_3x_6 + 7.910x_2x_3x_6 +$ $3.195x_3^2x_6 + 7.375x_4x_6 + 7.887x_1x_4x_6 + 8.028x_2x_4x_6 + 7.416x_3x_4x_6 +$ $3.483x_4^2x_6 + 9.204x_5x_6 + 9.835x_1x_5x_6 + 10.348x_2x_5x_6 + 9.996x_3x_5x_6 +$ $10.190x_4x_5x_6 + 5.553x_5^2x_6 + 9.998x_6^2 + 11.552x_1x_6^2 + 12.508x_2x_6^2 + 12.043x_3x_6^2 +$ $12.296x_4x_6^2 + 26.937x_5x_6^2 + 21.133x_6^3) / (0.985 + 2.820x_1 + 3.552x_1^2 + 1.314x_1^3 +$ $2.658x_2 + 4.483x_1x_2 + 3.824x_1^2x_2 + 2.335x_2^2 + 2.351x_1x_2^2 + 0.873x_2^3 + 3.034x_3 +$ $5.565x_1x_3 + 3.673x_1^2x_3 + 5.306x_2x_3 + 4.701x_1x_2x_3 + 2.505x_2^2x_3 + 3.570x_3^2 +$ $3.373x_1x_3^2 + 3.520x_2x_3^2 + 1.191x_3^3 + 2.849x_4 + 4.711x_1x_4 + 3.511x_1^2x_4 +$ $4.591x_2x_4 + 3.787x_1x_2x_4 + 2.362x_2^2x_4 + 6.604x_3x_4 + 5.364x_1x_3x_4 +$ $6.117x_2x_3x_4 + 3.993x_3^2x_4 + 2.797x_4^2 + 2.410x_1x_4^2 + 2.632x_2x_4^2 + 3.317x_3x_4^2 +$ $0.966x_4^3 + 2.763x_5 + 5.375x_1x_5 + 5.401x_1^2x_5 + 4.537x_2x_5 + 5.861x_1x_2x_5 +$ $2.573x_2^2x_5 + 6.095x_3x_5 + 5.440x_1x_3x_5 + 5.572x_2x_3x_5 + 4.230x_3^2x_5 + 5.320x_4x_5 +$ $4.638x_1x_4x_5 + 5.914x_2x_4x_5 + 7.558x_3x_4x_5 + 2.932x_4^2x_5 + 2.496x_5^2 + 3.256x_1x_5^2 +$ $3.596x_2x_5^2 + 2.486x_3x_5^2 + 2.773x_4x_5^2 + 0.780x_5^3 + 1.028x_6 - 6.024x_1x_6 +$ $28.682x_1^2x_6 - 17.002x_2x_6 - 17.271x_1x_2x_6 - 5.034x_2^2x_6 + 10.534x_3x_6 -$ $15.203x_1x_3x_6 - 11.959x_2x_3x_6 + 20.325x_3^2x_6 - 2.581x_4x_6 - 22.210x_1x_4x_6 -$ $13.156x_2x_4x_6 + 25.817x_3x_4x_6 - 0.195x_4^2x_6 - 8.376x_5x_6 + 2.960x_1x_5x_6 +$ $8.351x_2x_5x_6 - 6.990x_3x_5x_6 + 5.151x_4x_5x_6 - 5.901x_5^2x_6 - 0.051x_6^2 + 0.434x_1x_6^2 +$ $2.094x_2x_6^2 - 1.677x_3x_6^2 + 0.385x_4x_6^2 + 0.989x_5x_6^2 + 0.197x_6^3)$
FOTN	$56.766 + 10.060\text{Cos}[x_1] + 3.503\text{Cos}[x_2] - 0.423\text{Cos}[x_3] + 2.582\text{Cos}[x_4] +$ $0.994\text{Cos}[x_5] - 0.002\text{Cos}[x_6] + 20.446\text{Sin}[x_1] - 5.466\text{Sin}[x_2] + 15.647\text{Sin}[x_3] +$ $2.733\text{Sin}[x_4] + 0.775\text{Sin}[x_5] + 0.064\text{Sin}[x_6]$
FOTNR	$(-390.163 + 1668.740\text{Cos}[x_1] - 94.662\text{Cos}[x_2] - 3190.230\text{Cos}[x_3] +$ $512.204\text{Cos}[x_4] + 1861.650\text{Cos}[x_5] + 130.495\text{Cos}[x_6] + 6809.320\text{Sin}[x_1] -$ $5267.950\text{Sin}[x_2] - 4791.960\text{Sin}[x_3] + 6685.110\text{Sin}[x_4] + 241.302\text{Sin}[x_5] -$ $20.362\text{Sin}[x_6]) / (-3.792 + 17.699\text{Cos}[x_1] - 1.367\text{Cos}[x_2] - 34.406\text{Cos}[x_3] +$ $5.409\text{Cos}[x_4] + 20.442\text{Cos}[x_5] + 1.443\text{Cos}[x_6] + 73.679\text{Sin}[x_1] - 57.743\text{Sin}[x_2] -$ $52.049\text{Sin}[x_3] + 73.369\text{Sin}[x_4] + 2.614\text{Sin}[x_5] - 0.231\text{Sin}[x_6])$
SOTN	$8.690 - 8.633\text{Cos}[x_1] + 1.357\text{Cos}[x_1]^2 - 9.100\text{Cos}[x_2] - 9.668\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_2] -$ $11.298\text{Cos}[x_2]^2 + 6.384\text{Cos}[x_3] - 19.877\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_3] + 7.568\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_3] +$ $46.835\text{Cos}[x_3]^2 + 6.727\text{Sin}[x_1] + 3.746\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_1] + 1.294\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_1] +$ $20.612\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_1] + 7.633\text{Sin}[x_1]^2 - 1.697\text{Sin}[x_2] - 3.940\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_2] +$ $2.003\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_2] + 7.464\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_2] - 0.955\text{Sin}[x_1]\text{Sin}[x_2] -$ $5.556\text{Sin}[x_2]^2 + 22.573\text{Sin}[x_3] + 0.256\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_3] + 1.246\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_3] -$ $0.863\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_3] - 3.672\text{Sin}[x_1]\text{Sin}[x_3] - 1.195\text{Sin}[x_2]\text{Sin}[x_3] + 1.345\text{Sin}[x_3]^2$
SOTNR	$(25.254 - 24.044\text{Cos}[x_1] - 4.644\text{Cos}[x_1]^2 + 137.325\text{Cos}[x_2] +$ $44.429\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_2] + 0.757\text{Cos}[x_2]^2 + 15.810\text{Cos}[x_3] - 5.316\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_3] +$ $28.802\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_3] + 5.000\text{Cos}[x_3]^2 + 6.754\text{Cos}[x_4] - 8.433\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_4] +$ $34.661\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_4] - 0.877\text{Cos}[x_3]\text{Cos}[x_4] + 1.444\text{Cos}[x_4]^2 - 76.413\text{Cos}[x_5] +$ $32.053\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_5] - 129.668\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_5] - 3.161\text{Cos}[x_3]\text{Cos}[x_5] +$ $0.170\text{Cos}[x_4]\text{Cos}[x_5] + 15.973\text{Cos}[x_5]^2 + 161.135\text{Cos}[x_6] +$ $73.351\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_6] - 57.901\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_6] + 61.481\text{Cos}[x_3]\text{Cos}[x_6] +$ $41.055\text{Cos}[x_4]\text{Cos}[x_6] - 153.852\text{Cos}[x_5]\text{Cos}[x_6] + 22.349\text{Cos}[x_6]^2 +$ $110.536\text{Sin}[x_1] - 19.696\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_1] + 129.344\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_1] +$

	$ \begin{aligned} &18.492\cos[x_3]\sin[x_1] + 10.428\cos[x_4]\sin[x_1] - 88.142\cos[x_5]\sin[x_1] + \\ &146.216\cos[x_6]\sin[x_1] + 30.898\sin[x_1]^2 + 99.493\sin[x_2] - 24.202\cos[x_1]\sin[x_2] + \\ &135.422\cos[x_2]\sin[x_2] + 15.979\cos[x_3]\sin[x_2] + 6.108\cos[x_4]\sin[x_2] - \\ &76.199\cos[x_5]\sin[x_2] + 155.671\cos[x_6]\sin[x_2] + 111.180\sin[x_1]\sin[x_2] + \\ &25.497\sin[x_2]^2 + 89.407\sin[x_3] - 26.346\cos[x_1]\sin[x_3] + 134.900\cos[x_2]\sin[x_3] + \\ &7.571\cos[x_3]\sin[x_3] + 5.679\cos[x_4]\sin[x_3] - 68.752\cos[x_5]\sin[x_3] + \\ &153.081\cos[x_6]\sin[x_3] + 101.231\sin[x_1]\sin[x_3] + 90.066\sin[x_2]\sin[x_3] + \\ &21.254\sin[x_3]^2 + 97.771\sin[x_4] - 21.720\cos[x_1]\sin[x_4] + 132.522\cos[x_2]\sin[x_4] + \\ &15.919\cos[x_3]\sin[x_4] + 4.185\cos[x_4]\sin[x_4] - 75.513\cos[x_5]\sin[x_4] + \\ &150.845\cos[x_6]\sin[x_4] + 108.531\sin[x_1]\sin[x_4] + 98.411\sin[x_2]\sin[x_4] + \\ &88.382\sin[x_3]\sin[x_4] + 24.810\sin[x_4]^2 + 170.695\sin[x_5] + 42.226\cos[x_1]\sin[x_5] + \\ &4.759\cos[x_2]\sin[x_5] + 61.939\cos[x_3]\sin[x_5] + 36.764\cos[x_4]\sin[x_5] - \\ &162.180\cos[x_5]\sin[x_5] - 31.963\cos[x_6]\sin[x_5] + 166.754\sin[x_1]\sin[x_5] + \\ &171.752\sin[x_2]\sin[x_5] + 157.908\sin[x_3]\sin[x_5] + 166.561\sin[x_4]\sin[x_5] + \\ &10.281\sin[x_5]^2 + 155.857\sin[x_6] + 100.282\cos[x_1]\sin[x_6] - \\ &73.022\cos[x_2]\sin[x_6] + 71.780\cos[x_3]\sin[x_6] + 27.912\cos[x_4]\sin[x_6] - \\ &145.852\cos[x_5]\sin[x_6] - 37.306\cos[x_6]\sin[x_6] + 129.197\sin[x_1]\sin[x_6] + \\ &147.527\sin[x_2]\sin[x_6] + 143.402\sin[x_3]\sin[x_6] + 150.870\sin[x_4]\sin[x_6] - \\ &39.175\sin[x_5]\sin[x_6] + 3.905\sin[x_6]^2)/(3.427 - 5.337\cos[x_1] + 21.456\cos[x_1]^2 - \\ &55.897\cos[x_2] - 29.605\cos[x_1]\cos[x_2] - 9.211\cos[x_2]^2 + 8.531\cos[x_3] + \\ &21.415\cos[x_1]\cos[x_3] - 19.854\cos[x_2]\cos[x_3] - 9.767\cos[x_3]^2 - 7.317\cos[x_4] + \\ &5.162\cos[x_1]\cos[x_4] + 91.355\cos[x_2]\cos[x_4] - 125.160\cos[x_3]\cos[x_4] + \\ &20.962\cos[x_4]^2 + 31.794\cos[x_5] + 66.482\cos[x_1]\cos[x_5] - \\ &138.291\cos[x_2]\cos[x_5] - 4.608\cos[x_3]\cos[x_5] + 126.307\cos[x_4]\cos[x_5] + \\ &27.236\cos[x_5]^2 - 77.512\cos[x_6] - 36.024\cos[x_1]\cos[x_6] - \\ &11.409\cos[x_2]\cos[x_6] + 20.932\cos[x_3]\cos[x_6] + 14.168\cos[x_4]\cos[x_6] + \\ &8.522\cos[x_5]\cos[x_6] + 1.858\cos[x_6]^2 - 20.564\sin[x_1] + 9.083\cos[x_1]\sin[x_1] + \\ &5.901\cos[x_2]\sin[x_1] - 27.977\cos[x_3]\sin[x_1] - 46.282\cos[x_4]\sin[x_1] + \\ &24.273\cos[x_5]\sin[x_1] - 91.087\cos[x_6]\sin[x_1] - 17.030\sin[x_1]^2 + 27.973\sin[x_2] + \\ &65.525\cos[x_1]\sin[x_2] - 86.672\cos[x_2]\sin[x_2] + 33.708\cos[x_3]\sin[x_2] + \\ &18.817\cos[x_4]\sin[x_2] - 72.680\cos[x_5]\sin[x_2] + 68.277\cos[x_6]\sin[x_2] - \\ &28.211\sin[x_1]\sin[x_2] + 13.638\sin[x_2]^2 + 21.317\sin[x_3] - 15.775\cos[x_1]\sin[x_3] + \\ &16.597\cos[x_2]\sin[x_3] - 21.699\cos[x_3]\sin[x_3] + 27.398\cos[x_4]\sin[x_3] + \\ &22.332\cos[x_5]\sin[x_3] + 60.073\cos[x_6]\sin[x_3] + 1.782\sin[x_1]\sin[x_3] + \\ &26.502\sin[x_2]\sin[x_3] + 14.194\sin[x_3]^2 + 1.560\sin[x_4] - 59.620\cos[x_1]\sin[x_4] - \\ &10.644\cos[x_2]\sin[x_4] + 39.252\cos[x_3]\sin[x_4] + 160.140\cos[x_4]\sin[x_4] + \\ &30.039\cos[x_5]\sin[x_4] + 61.046\cos[x_6]\sin[x_4] - 11.002\sin[x_1]\sin[x_4] + \\ &12.504\sin[x_2]\sin[x_4] - 1.454\sin[x_3]\sin[x_4] - 16.535\sin[x_4]^2 + 64.429\sin[x_5] + \\ &9.259\cos[x_1]\sin[x_5] + 37.979\cos[x_2]\sin[x_5] + 54.263\cos[x_3]\sin[x_5] - \\ &35.861\cos[x_4]\sin[x_5] - 26.875\cos[x_5]\sin[x_5] + 1.001\cos[x_6]\sin[x_5] - \\ &0.097\sin[x_1]\sin[x_5] - 179.619\sin[x_2]\sin[x_5] + 65.405\sin[x_3]\sin[x_5] + \\ &30.134\sin[x_4]\sin[x_5] - 22.809\sin[x_5]^2 - 176.556\sin[x_6] - 15.526\cos[x_1]\sin[x_6] + \\ &2.287\cos[x_2]\sin[x_6] + 28.837\cos[x_3]\sin[x_6] + 42.109\cos[x_4]\sin[x_6] - \\ &39.258\cos[x_5]\sin[x_6] - 0.342\cos[x_6]\sin[x_6] - 19.962\sin[x_1]\sin[x_6] - \\ &138.278\sin[x_2]\sin[x_6] + 84.013\sin[x_3]\sin[x_6] + 219.191\sin[x_4]\sin[x_6] + \\ &4.261\sin[x_5]\sin[x_6] + 2.569\sin[x_6]^2) \end{aligned} $
FOLN	$ \begin{aligned} &98.8765 - 4.91267\log[x_1] - 4.93843\log[x_2] + 6.72741\log[x_3] - \\ &2.59446\log[x_4] - 3.11368\log[x_5] - 0.587893\log[x_6] \end{aligned} $
FOLNR	$ \begin{aligned} &(544.639 - 56.112\log[x_1] - 35.704\log[x_2] + 29.052\log[x_3] + 32.844\log[x_4] - \\ &72.163\log[x_5] - 112.603\log[x_6])/(5.966 - 0.594\log[x_1] - 0.363\log[x_2] + \\ &0.289\log[x_3] + 0.376\log[x_4] - 0.778\log[x_5] - 1.241\log[x_6]) \end{aligned} $
SOLN	$ \begin{aligned} &36.079 + 101.500\log[x_1] - 24.879\log[x_1]^2 + 93.853\log[x_2] - \\ &1.484\log[x_1]\log[x_2] - 4.637\log[x_2]^2 - 1.820\log[x_3] - 0.287\log[x_1]\log[x_3] + \\ &10.707\log[x_2]\log[x_3] - 5.821\log[x_3]^2 + 3.430\log[x_4] + 18.633\log[x_1]\log[x_4] + \\ &8.903\log[x_2]\log[x_4] - 1.189\log[x_3]\log[x_4] - 2.886\log[x_4]^2 + 64.651\log[x_5] - \\ &17.429\log[x_1]\log[x_5] - 21.481\log[x_2]\log[x_5] + 12.358\log[x_3]\log[x_5] - \\ &1.394\log[x_4]\log[x_5] - 4.423\log[x_5]^2 - 4.858\log[x_6] - 22.327\log[x_1]\log[x_6] - \\ &21.301\log[x_2]\log[x_6] - 1.629\log[x_3]\log[x_6] - 3.125\log[x_4]\log[x_6] - \\ &12.655\log[x_5]\log[x_6] + 4.650\log[x_6]^2 \end{aligned} $

SOLNR	$ \begin{aligned} &(-325.724 - 931.482\text{Log}[x_1] + 3443.360\text{Log}[x_1]^2 - 664.887\text{Log}[x_2] - \\ &859.929\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] - 1055.430\text{Log}[x_2]^2 + 180.848\text{Log}[x_3] + \\ &1309.810\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] + 1236.540\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] - 1289.880\text{Log}[x_3]^2 + \\ &1387.780\text{Log}[x_4] - 5133.510\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_4] + 3273.440\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_4] - \\ &3600.940\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_4] - 1721.090\text{Log}[x_4]^2 + 108.601\text{Log}[x_5] - \\ &168.314\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_5] + 520.219\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_5] + 360.600\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_5] + \\ &634.691\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_5] - 102.053\text{Log}[x_5]^2 - 4.408\text{Log}[x_6] - \\ &330.622\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_6] - 271.750\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_6] + 7.417\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_6] + \\ &408.998\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_6] + 28.629\text{Log}[x_5]\text{Log}[x_6] + 49.710\text{Log}[x_6]^2)/(-2.225 - \\ &13.904\text{Log}[x_1] + 37.882\text{Log}[x_1]^2 - 10.087\text{Log}[x_2] - 12.132\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] - \\ &11.912\text{Log}[x_2]^2 + 2.134\text{Log}[x_3] + 16.254\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] + 13.551\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] - \\ &13.746\text{Log}[x_3]^2 + 14.658\text{Log}[x_4] - 57.577\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_4] + \\ &36.328\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_4] - 41.244\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_4] - 18.363\text{Log}[x_4]^2 - 2.101\text{Log}[x_5] - \\ &1.750\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_5] + 6.752\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_5] + 3.156\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_5] + \\ &7.641\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_5] - 1.141\text{Log}[x_5]^2 + 0.752\text{Log}[x_6] - 2.349\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_6] - \\ &2.235\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_6] + 0.193\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_6] + 4.556\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_6] + \\ &1.120\text{Log}[x_5]\text{Log}[x_6] + 0.222\text{Log}[x_6]^2) \end{aligned} $
-------	---

Tablo A.9: Eğilme modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modeller (Tablo 5.8 ile ilgili)

Model ismi	Model
FON	$ \begin{aligned} Y = &3095.08 - 5777.39x_1 + 6087.73x_1^2 - 2130.x_1^3 + 231.714x_1^4 - \\ &10383.x_2 - 6666.4x_1x_2 + 4086.09x_1^2x_2 - 214.06x_1^3x_2 + 67913.8x_2^2 - \\ &21515.7x_1x_2^2 - 1150.86x_1^2x_2^2 - 41166.9x_2^3 + 17655.3x_1x_2^3 - 6363.21x_2^4 \end{aligned} $
FOTN	$ \begin{aligned} Y = &2553.1 + 174.67\text{Cos}(x_1) - 493.27\text{Cos}(x_2) - 47.203\text{Sin}(x_1) - \\ &1041.\text{Sin}(x_2) \end{aligned} $
HM3	$ \begin{aligned} Y = &688.068 - 91.0105\text{Cos}(x_1) - 397.373\text{Cos}(x_1)^2 + 103.879\text{Cos}(x_1)^3 + \\ &1733.37\text{Cos}(x_2) + 197.419\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_2) - 672.889\text{Cos}(x_1)^2\text{Cos}(x_2) + \\ &1462.73\text{Cos}(x_2)^2 - 1735.65\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_2)^2 + 45.0355\text{Cos}(x_2)^3 + \\ &1768.82\text{Sin}(x_1) - 876.362\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_1) + 362.257\text{Cos}(x_1)^2\text{Sin}(x_1) + \\ &751.678\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_1) + 2616.23\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_1) - \\ &10693.4\text{Cos}(x_2)^2\text{Sin}(x_1) + 1760.17\text{Sin}(x_1)^2 - 269.463\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_1)^2 + \\ &2094.86\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_1)^2 + 183.706\text{Sin}(x_1)^3 - 2447.63\text{Sin}(x_2) - \\ &272.794\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_2) + 1626.85\text{Cos}(x_1)^2\text{Sin}(x_2) - \\ &7656.9\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_2) + 3668.91\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_2) - \\ &2068.69\text{Cos}(x_2)^2\text{Sin}(x_2) - 5179.28\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_2) - \\ &88.1174\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_2) + 17500.6\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_2) - \\ &3881.46\text{Sin}(x_1)^2\text{Sin}(x_2) - 88.8352\text{Sin}(x_2)^2 + 1841.02\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_2)^2 + \\ &1022.94\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_2)^2 + 12483.3\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_2)^2 - 29.6419\text{Sin}(x_2)^3 + \\ &1683.08x_1 + 839.069x_1^2 - 521.963x_1^3 - 2720.66x_2 - 8566.35x_1x_2 + \\ &4777.72x_1^2x_2 - 702.151x_2^2 - 2459.3x_1x_2^2 - 365.183x_2^3 \end{aligned} $



Tablo A.10: Eğilme modülünün modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen modeller (Tablo 5.9 ile ilgili)

Model ismi	Model
TON	$Y = -25.673 + 56.792x_1 - 7.0847x_1^2 - 0.81448x_1^3 + 11.035x_2 - 133.41x_1x_2 + 25.44x_1^2x_2 + 440.8x_2^2 - 18.413x_1x_2^2 - 268.05x_2^3$
FON	$Y = -3094.68 + 7284.62x_1 - 5830.83x_1^2 + 1876.21x_1^3 - 206.198x_1^4 - 4173.52x_2 + 10099.8x_1x_2 - 5193.24x_1^2x_2 + 729.036x_1^3x_2 - 12957.4x_2^2 + 7730.14x_1x_2^2 - 1071.25x_1^2x_2^2 + 1942.67x_2^3 - 753.536x_1x_2^3 + 434.281x_2^4$
HM4	$Y = -27.819 - 0.23397\cos(x_1) + 8.5207\cos(x_2) - 0.15664\sin(x_1) + 6.0134\sin(x_2) + 56.665x_1 - 12.58x_1^2 - 3.5009x_1^3 + 0.94913x_1^4 - 115.19x_2 + 77.425x_1x_2 + 11.764x_1^2x_2 - 5.9927x_1^3x_2 + 176.35x_2^2 - 215.12x_1x_2^2 + 45.789x_1^2x_2^2 + 187.64x_2^3 - 44.589x_1x_2^3 - 63.203x_2^4$
HM5	$Y = -5.284 + 95.79\cos(x_1) - 34.37\cos(x_1)^2 + 8.439\cos(x_2) - 182.6\cos(x_1)\cos(x_2) - 26.57\cos(x_2)^2 + 60.61\sin(x_1) + 97.25\cos(x_1)\sin(x_1) + 2.119\cos(x_2)\sin(x_1) + 13.17\sin(x_1)^2 - 1.757\sin(x_1)^3 - 120.2\sin(x_2) - 89.65\cos(x_1)\sin(x_2) + 78.8\cos(x_2)\sin(x_2) + 2.721\sin(x_1)\sin(x_2) + 74.48\sin(x_2)^2 - 0.6579x_1 - 0.261x_2$

Tablo A.11: Eğme yükü altında gerinme davranışının modellenmesinde NRM kullanılarak elde edilen model (Tablo 5.10 ile ilgili)

Model ismi	Model
FOP	$Y = 4.694 - 1.155x_1 + 0.003449x_1^2 + 0.04547x_1^3 + 0.001542x_1^4 - 10.04x_2 + 3.4x_1x_2 + 0.671x_1^2x_2 - 0.5836x_1^3x_2 - 0.461x_2^2 + 1.198x_1x_2^2 + 4.044x_1^2x_2^2 + 7.378x_2^3 - 17.42x_1x_2^3 + 14.41x_2^4$
HM6	$Y = 11.59 - 0.00606e^{x_1} + 0.00009647e^{2x_1} - 0.4345e^{x_2} + 0.1116e^{2x_2} + 0.000146e^{x_1+x_2} - 9.701x_1 + 1.668x_1^2 + 0.5542x_1^3 - 0.1187x_1^4 + 10.62x_2 - 0.5548x_1x_2 - 0.9887x_1^2x_2 - 0.4005x_1^3x_2 - 27.66x_2^2 + 16.15x_1x_2^2 + 4.465x_1^2x_2^2 - 11.09x_2^3 - 27.3x_1x_2^3 + 42.46x_2^4$
LS	$Y = 4\text{LogisticSigmoid}(1.96 - 5.76\text{LogisticSigmoid}(6.471 - 1.614x_1 - 7.945x_2) + 14.68\text{LogisticSigmoid}(1.646 + 0.2233x_1 - 7.815x_2) - 6.717\text{LogisticSigmoid}(2.465 + 1.527x_1 - 3.421x_2) + 8.484\text{LogisticSigmoid}(4.141 - 5.48x_1 - 0.3627x_2) + 6.285\text{LogisticSigmoid}(3.09 - 7.383x_1 - 0.2733x_2) + 2.758\text{LogisticSigmoid}(-4.786 - 1.655x_1 - 0.06678x_2) + 1.344\text{LogisticSigmoid}(-2.158 - 4.407x_1 - 0.02271x_2) + 0.5413\text{LogisticSigmoid}(1.671 + 1.68x_1 + 0.442x_2) - 7.423\text{LogisticSigmoid}(-2.652 + 7.957x_1 + 0.75x_2) + 9.206\text{LogisticSigmoid}(12.25 - 2.932x_1 + 2.681x_2) - 6.66\text{LogisticSigmoid}(-7.565 - 5.475x_1 + 2.97x_2) + 4.386\text{LogisticSigmoid}(0.5655 + 5.491x_1 + 3.003x_2) - 10.06\text{LogisticSigmoid}(-8.005 + 10.81x_1 + 3.13x_2) + 8.017\text{LogisticSigmoid}(-0.7457 - 1.56x_1 + 17.33x_2))$

## Bölüm6

Tablo A.12: Taguchi veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 1’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	0	0	0	502.669
2	0	0	90	90	962.156
3	0	90	0	90	1502.68
4	0	90	90	0	1734.35
5	90	0	0	90	1734.35
6	90	0	90	0	1502.68
7	90	90	0	0	962.156
8	90	90	90	90	502.669

Tablo A.13: Taguchi veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 2’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	0	0	0	502.669
2	0	45	45	45	1203.99
3	0	90	90	90	1771.13
4	45	0	45	90	1563.12
5	45	45	90	0	1758.97
6	45	90	0	45	1676.66
7	90	0	90	45	1480.91
8	90	45	0	90	1336.23
9	90	90	45	0	776.296

Tablo A.14: Taguchi veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 3’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	0	0	0	502.669
2	0	30	30	30	895.171
3	0	60	60	60	1485.13
4	0	90	90	90	1771.13
5	30	0	30	60	1125.14
6	30	30	0	90	1258.19
7	30	60	90	0	1825.62
8	30	90	60	30	1828.55
9	60	0	60	90	1821.18
10	60	30	90	60	1591.42
11	60	60	0	30	1518.63
12	60	90	30	0	1283.93
13	90	0	90	30	1491.42
14	90	30	60	0	1356.31
15	90	60	30	90	1051.66
16	90	90	0	60	923.312

Tablo A.15: Taguchi veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 4’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	0	0	0	502.669
2	0	22.5	22.5	22.5	748.221
3	0	45	45	45	1203.99
4	0	67.5	67.5	67.5	1601.14
5	0	90	90	90	1771.13
6	22.5	0	22.5	45	904.801
7	22.5	22.5	45	67.5	1159.23
8	22.5	45	67.5	90	1525.55
9	22.5	67.5	90	0	1781.77
10	22.5	90	0	22.5	1649.8
11	45	0	45	90	1563.12
12	45	22.5	67.5	0	1706.67
13	45	45	90	22.5	1753.56
14	45	67.5	0	45	1761.25
15	45	90	22.5	67.5	1624.44
16	67.5	0	67.5	22.5	1707.55
17	67.5	22.5	90	45	1547
18	67.5	45	0	67.5	1534.8
19	67.5	67.5	22.5	90	1229.98
20	67.5	90	45	0	1045.91
21	90	0	90	67.5	1467.27
22	90	22.5	0	90	1613.64
23	90	45	22.5	0	1332.01
24	90	67.5	45	22.5	914.513
25	90	90	67.5	45	603.385

Tablo A.16: Taguchi veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 5’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	0	0	0	502.669
2	0	0	0	0	502.669
3	0	0	0	0	502.669
4	0	45	45	45	1203.99
5	0	45	45	45	1203.99
6	0	45	45	45	1203.99
7	0	90	90	90	1771.13
8	0	90	90	90	1771.13
9	0	90	90	90	1771.13
10	45	0	45	90	1563.12
11	45	0	45	90	1563.12
12	45	0	45	90	1563.12
13	45	45	90	0	1758.97
14	45	45	90	0	1758.97
15	45	45	90	0	1758.97
16	45	90	0	45	1676.66
17	45	90	0	45	1676.66
18	45	90	0	45	1676.66
19	90	0	90	45	1480.91
20	90	0	90	45	1480.91
21	90	0	90	45	1480.91
22	90	45	0	90	1336.23
23	90	45	0	90	1336.23
24	90	45	0	90	1336.23
25	90	90	45	0	776.296
26	90	90	45	0	776.296
27	90	90	45	0	776.296

Tablo A.17: FFD veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 1 'de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	90	90	0	1734.35
2	90	90	0	90	910.514
3	0	0	0	90	567.108
4	90	0	90	0	1502.68
5	90	90	0	0	962.156
6	0	0	90	0	910.514
7	90	90	90	0	567.108
8	0	90	90	90	1771.13
9	90	90	90	90	502.669
10	90	0	0	0	1771.13
11	90	0	90	90	1462.02
12	0	0	0	0	502.669
13	90	0	0	90	1734.35
14	0	90	0	0	1462.02
15	0	90	0	90	1502.68
16	0	0	90	90	962.156

Tablo A.18: FFD veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 2’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	90	0	90	1502.68
2	0	45	90	0	1336.23
3	90	90	45	0	776.296
4	45	90	45	0	1563.12
5	90	0	45	0	1628.3
6	45	0	45	45	1544.02
7	45	45	0	45	1741.23
8	90	90	0	0	962.156
9	45	0	90	90	1695.42
10	45	90	90	90	1400.63
11	90	90	90	45	536.224
12	90	45	90	45	1051.47
13	0	90	0	45	1480.91
14	0	45	45	45	1203.99
15	90	45	90	0	1074.99
16	45	45	90	90	1725.5
17	45	90	0	90	1660.18
18	90	45	0	90	1336.23
19	90	45	45	45	1203.99
20	45	45	45	45	1848.19
21	45	45	0	90	1758.97
22	45	90	90	0	1439.23
23	90	0	0	45	1750.86
24	45	0	0	45	1419.16
25	90	45	45	0	1225.94
26	0	45	45	0	1183.04
27	45	0	0	0	1400.63
28	0	90	90	45	1750.86

29	90	0	90	90	1462.02
30	45	45	0	0	1725.5
31	45	90	0	0	1695.42
32	0	90	90	90	1771.13
33	45	45	45	0	1833.23
34	90	90	90	90	502.669
35	90	0	0	0	1771.13
36	45	0	45	0	1526.67
37	0	0	0	45	536.224
38	0	0	45	90	776.296
39	0	0	90	45	936.15
40	45	90	45	90	1526.67
41	90	90	45	45	748.947
42	90	0	45	45	1607.7
43	90	0	45	90	1590.13
44	90	45	0	45	1355.83
45	45	45	45	90	1833.23
46	90	45	0	0	1377.19
47	0	90	45	90	1628.3
48	0	45	90	90	1377.19
49	0	0	45	45	748.947
50	45	45	90	45	1741.23
51	90	90	0	90	910.514
52	0	45	0	90	1074.99
53	0	90	45	45	1607.7
54	45	45	90	0	1758.97
55	90	90	0	45	936.15
56	0	0	0	90	567.108
57	45	90	0	45	1676.66
58	0	45	0	45	1051.47



---

59	0	90	45	0	1590.13
60	90	45	45	90	1183.04
61	0	45	90	45	1355.83
62	0	90	0	0	1462.02
63	0	0	90	90	962.156
64	0	0	0	0	502.669
65	0	0	90	0	910.514
66	0	45	45	90	1225.94
67	45	90	45	45	1544.02
68	45	90	90	45	1419.16
69	90	0	0	90	1734.35
70	90	45	90	90	1028.46
71	90	90	45	90	720.594
72	90	0	90	0	1502.68
73	45	0	90	0	1660.18
74	90	90	90	0	567.108
75	0	45	0	0	1028.46
76	0	0	45	0	720.594
77	45	0	45	90	1563.12
78	90	0	90	45	1480.91
79	45	0	0	90	1439.23
80	0	90	90	0	1734.35
81	45	0	90	45	1676.66

---

Tablo A.19: FFD veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 3’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	0	30	0	60	831.093
2	90	90	60	0	676.781
3	60	30	60	0	1674.96
4	60	60	0	30	1518.63
5	90	0	0	0	1771.13
6	90	30	30	60	1465.61
7	90	60	0	60	1145.45
8	0	60	90	60	1559.27
9	0	30	30	90	932.301
10	90	60	90	60	804.841
11	0	60	30	60	1345.35
12	0	60	60	0	1456.64
13	90	90	0	90	910.514
14	90	90	60	60	633.06
15	30	60	30	90	1674.96
16	60	30	90	30	1609.33
17	60	60	90	60	1227.16
18	60	0	0	90	1786.08
19	30	0	0	30	1025.91
20	60	90	90	0	1060.39
21	0	30	60	60	1085.91
22	0	0	60	0	816.904
23	90	0	30	60	1667.64
24	0	90	90	60	1760.52
25	90	90	30	0	870.187
26	0	60	30	90	1356.31
27	30	60	90	60	1849.49
28	30	90	90	90	1751.36

29	60	60	90	90	1217.21
30	30	0	0	0	1014.52
31	60	0	60	60	1828.55
32	60	0	30	0	1804.22
33	30	30	90	30	1500.14
34	60	60	60	0	1325.16
35	30	30	30	30	1295.16
36	90	30	0	0	1569.85
37	60	0	90	30	1793.59
38	90	60	0	0	1179.55
39	30	90	90	60	1759
40	0	60	60	90	1495.73
41	60	60	0	90	1491.51
42	90	0	60	0	1563.84
43	30	90	90	0	1786.08
44	30	0	30	0	1092.44
45	0	60	30	0	1315.05
46	0	30	60	0	1051.66
47	30	60	30	60	1665.48
48	0	30	30	60	919.953
49	0	90	30	90	1563.84
50	30	90	0	0	1768.77
51	0	90	30	0	1524.59
52	60	90	60	90	1092.44
53	60	90	30	60	1252.57
54	30	60	90	30	1832.94
55	0	60	60	60	1485.13
56	90	30	30	30	1485.13
57	90	0	30	90	1659.53
58	90	90	90	60	519.835

59	60	0	30	30	1811.66
60	30	60	60	90	1793.99
61	0	90	0	60	1491.42
62	30	30	90	60	1518.63
63	30	0	0	90	1060.39
64	60	60	30	60	1430.41
65	90	90	60	30	662.586
66	30	60	30	0	1640.07
67	60	30	90	90	1583.18
68	60	90	30	30	1273.19
69	0	60	30	30	1324.75
70	90	60	90	0	844.026
71	90	0	60	60	1533.33
72	90	30	60	0	1356.31
73	90	30	90	0	1288.28
74	90	30	60	60	1324.75
75	30	90	60	30	1828.55
76	60	0	0	0	1751.36
77	90	90	60	90	617.563
78	30	0	90	60	1348.24
79	90	0	90	60	1471.12
80	30	30	0	60	1247.62
81	60	0	90	90	1768.77
82	30	60	60	0	1760.45
83	30	60	90	0	1825.62
84	0	0	0	90	567.108
85	90	60	60	30	919.953
86	0	90	90	0	1734.35
87	30	90	0	60	1793.59
88	60	90	30	90	1242.64

89	90	30	60	90	1315.05
90	0	90	60	90	1696.89
91	0	0	90	0	910.514
92	30	90	90	30	1776.35
93	90	90	30	30	856.96
94	60	90	90	60	1025.91
95	90	90	90	30	551.947
96	0	30	90	30	1145.45
97	0	0	30	60	662.586
98	30	0	60	60	1273.19
99	30	0	60	0	1242.64
100	30	0	30	90	1136.31
101	60	90	0	30	1348.24
102	30	60	60	30	1767.98
103	90	0	0	90	1734.35
104	30	90	30	30	1828.55
105	30	90	30	90	1854.83
106	90	30	30	90	1456.64
107	90	90	90	0	567.108
108	30	90	0	90	1803.29
109	30	90	60	60	1811.66
110	60	0	60	30	1845.36
111	90	0	60	30	1552.93
112	90	30	0	90	1531.43
113	0	0	0	60	551.947
114	60	0	30	60	1828.55
115	30	30	60	90	1459.13
116	60	60	30	0	1459.13
117	90	60	90	90	791.406
118	0	0	30	0	617.563

119	30	0	90	90	1358.93
120	60	90	90	30	1048.81
121	0	90	60	0	1659.53
122	90	30	90	90	1245.38
123	60	90	0	60	1328.01
124	60	0	0	60	1776.35
125	0	30	60	90	1097.66
126	90	60	60	0	932.301
127	90	60	30	0	1097.66
128	0	0	60	30	830.379
129	90	60	30	60	1062.95
130	0	30	90	90	1179.55
131	0	30	0	90	844.026
132	0	60	0	90	1288.28
133	60	30	60	30	1665.48
134	30	90	30	60	1845.36
135	0	90	30	30	1533.33
136	0	60	90	90	1569.85
137	0	0	30	30	633.06
138	0	0	30	90	676.781
139	60	30	30	0	1793.99
140	60	90	90	90	1014.52
141	0	0	90	90	962.156
142	90	90	0	60	923.312
143	0	90	0	30	1471.12
144	60	60	30	90	1421.52
145	90	0	30	30	1686.3
146	0	90	30	60	1552.93
147	0	90	0	90	1502.68
148	0	90	90	90	1771.13

149	90	30	60	30	1345.35
150	0	90	90	30	1742.14
151	0	30	0	30	804.841
152	30	60	0	90	1619.04
153	30	0	90	30	1328.01
154	0	0	60	60	856.96
155	90	30	0	30	1559.27
156	30	30	90	0	1491.51
157	90	90	90	90	502.669
158	90	0	90	0	1502.68
159	30	30	0	90	1258.19
160	90	0	30	0	1696.89
161	0	90	60	60	1686.3
162	30	90	60	0	1838.05
163	90	0	60	90	1524.59
164	30	60	90	90	1858.74
165	30	90	30	0	1821.18
166	60	60	90	30	1247.62
167	90	60	90	30	831.093
168	0	90	0	0	1462.02
169	30	60	0	60	1609.33
170	60	0	30	90	1838.05
171	60	60	60	30	1314.91
172	0	60	90	0	1531.43
173	30	90	0	30	1776.35
174	60	30	0	60	1832.94
175	30	0	60	90	1283.93
176	30	60	0	0	1583.18
177	60	90	0	90	1318.42
178	90	30	0	60	1540.08

179	90	60	60	90	882.641
180	60	90	60	30	1125.14
181	30	30	60	60	1449.2
182	90	60	0	30	1167.88
183	30	0	60	30	1252.57
184	60	60	0	60	1500.14
185	30	30	0	0	1217.21
186	60	0	60	0	1854.83
187	90	90	0	0	962.156
188	90	90	30	60	830.379
189	60	60	90	0	1258.19
190	30	60	60	60	1784.74
191	90	60	30	90	1051.66
192	60	0	0	30	1759
193	30	30	60	0	1421.52
194	60	90	60	60	1103.24
195	0	30	0	0	791.406
196	90	30	90	30	1276.95
197	90	0	0	60	1742.14
198	60	90	0	0	1358.93
199	30	90	60	90	1804.22
200	90	0	90	90	1462.02
201	90	0	0	30	1760.52
202	0	0	90	30	923.312
203	60	60	60	90	1285.62
204	0	60	60	30	1465.61
205	0	30	90	60	1167.88
206	0	60	0	60	1276.95
207	60	30	30	90	1760.45
208	30	30	30	60	1314.91



---

209	0	60	0	30	1255.53
210	90	90	0	30	949.078
211	0	60	90	30	1540.08
212	0	0	0	0	502.669
213	60	60	0	0	1528.53
214	60	0	90	0	1803.29
215	90	0	90	30	1491.42
216	30	30	30	90	1325.16
217	0	30	90	0	1134.61
218	60	30	90	60	1591.42
219	30	60	30	30	1648.05
220	60	60	30	30	1449.2
221	90	60	30	30	1085.91
222	90	90	30	90	816.904
223	60	30	60	60	1648.05
224	30	60	0	30	1591.42
225	90	60	0	90	1134.61
226	0	60	0	0	1245.38
227	90	30	90	60	1255.53
228	60	30	0	0	1858.74
229	60	0	90	60	1776.35
230	60	30	90	0	1619.04
231	30	30	30	0	1285.62
232	30	30	60	30	1430.41
233	90	30	30	0	1495.73
234	60	30	30	60	1767.98
235	0	0	60	90	870.187
236	30	0	30	30	1103.24
237	0	30	30	30	895.171
238	30	0	30	60	1125.14

---

239	30	0	0	60	1048.81
240	60	90	60	0	1136.31
241	0	30	30	0	882.641
242	0	0	0	30	519.835
243	30	0	90	0	1318.42
244	30	30	90	90	1528.53
245	60	30	0	30	1849.49
246	60	60	60	60	1295.16
247	0	0	90	60	949.078
248	60	30	0	90	1825.62
249	60	30	30	30	1784.74
250	90	60	60	60	895.171
251	30	30	0	30	1227.16
252	60	90	30	0	1283.93
253	0	30	60	30	1062.95
254	60	30	60	90	1640.07
255	0	90	60	30	1667.64
256	60	0	60	90	1821.18

Tablo A.20: FFD veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 4’de belirtilen veri seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	Doğal frekans aralığı
1	22.5	22.5	0	22.5	972.219
2	45	90	22.5	67.5	1624.44
3	0	67.5	67.5	22.5	1574.3
4	67.5	22.5	67.5	67.5	1568.57
5	67.5	0	45	67.5	1764.88
6	22.5	45	0	90	1298.02
7	22.5	22.5	45	90	1165.71
8	22.5	0	22.5	67.5	922.172
9	67.5	90	0	90	1161.98
10	67.5	45	45	22.5	1424.03
11	0	45	0	90	1074.99
12	45	22.5	22.5	22.5	1537.44
13	22.5	67.5	22.5	67.5	1594.55
14	45	0	45	22.5	1531.58
15	0	0	22.5	22.5	581.296
16	0	0	45	67.5	768.357
17	67.5	0	45	22.5	1789.43
18	22.5	90	22.5	22.5	1682.14
19	0	22.5	0	45	709.779
20	90	67.5	0	90	1045.7
21	90	22.5	0	90	1613.64
22	67.5	90	22.5	67.5	1120.6
23	90	90	67.5	90	571.78
24	0	22.5	0	0	680.887
25	22.5	90	45	67.5	1789.43
26	0	90	22.5	90	1538.13
27	90	0	67.5	22.5	1531.57
28	67.5	22.5	90	45	1547

29	22.5	22.5	45	45	1143.85
30	0	45	0	45	1051.47
31	22.5	0	90	0	1161.98
32	22.5	22.5	45	0	1122.56
33	22.5	45	67.5	45	1506.13
34	22.5	0	90	22.5	1168.16
35	22.5	90	45	90	1795.25
36	0	45	22.5	67.5	1113.14
37	0	67.5	90	22.5	1618.41
38	67.5	90	0	67.5	1168.16
39	90	90	90	22.5	558.289
40	0	22.5	22.5	22.5	748.221
41	90	0	90	45	1480.91
42	67.5	67.5	67.5	67.5	1019.39
43	45	67.5	67.5	0	1568.58
44	90	22.5	45	45	1487.13
45	67.5	22.5	45	90	1649.61
46	67.5	45	67.5	45	1316.22
47	45	0	45	45	1544.02
48	90	90	90	90	502.669
49	45	22.5	90	0	1745.51
50	22.5	67.5	67.5	22.5	1745.71
51	22.5	22.5	90	67.5	1309.85
52	45	67.5	0	22.5	1773.74
53	22.5	67.5	90	67.5	1810.38
54	90	90	0	67.5	918.008
55	67.5	67.5	0	90	1275.04
56	90	67.5	22.5	22.5	1035.72
57	45	90	67.5	67.5	1442.38
58	45	45	67.5	0	1789.08

59	45	45	45	0	1833.23
60	45	22.5	22.5	67.5	1562.88
61	90	45	67.5	45	1097.01
62	67.5	90	45	0	1045.91
63	67.5	67.5	67.5	90	1012.75
64	67.5	22.5	67.5	45	1581.03
65	0	45	22.5	22.5	1081.19
66	90	22.5	22.5	90	1569.41
67	22.5	0	22.5	45	904.801
68	90	90	0	0	962.156
69	90	0	0	67.5	1738.8
70	90	67.5	22.5	67.5	1001.87
71	67.5	67.5	0	22.5	1309.85
72	22.5	90	0	90	1681.72
73	0	45	67.5	90	1332.01
74	90	22.5	90	45	1353.94
75	22.5	45	22.5	90	1336.68
76	90	45	90	22.5	1068.03
77	90	22.5	67.5	22.5	1407.35
78	90	90	45	22.5	768.357
79	90	45	45	0	1225.94
80	0	0	90	45	936.15
81	22.5	67.5	22.5	22.5	1568.57
82	0	90	0	22.5	1467.27
83	22.5	22.5	22.5	45	1035.43
84	45	90	90	67.5	1405.91
85	67.5	0	90	0	1681.72
86	0	90	0	0	1462.02
87	45	90	90	90	1400.63
88	90	90	0	90	910.514

89	0	90	90	45	1750.86
90	22.5	0	0	45	853.21
91	22.5	45	45	90	1429.97
92	90	45	0	90	1336.23
93	0	0	0	22.5	512.825
94	45	0	0	90	1439.23
95	90	0	22.5	90	1689.74
96	22.5	45	90	45	1547.33
97	67.5	67.5	67.5	45	1035.43
98	0	45	45	45	1203.99
99	22.5	90	0	67.5	1675.66
100	90	0	0	22.5	1764.8
101	45	22.5	90	67.5	1773.74
102	22.5	67.5	22.5	90	1600.49
103	90	67.5	90	67.5	689.52
104	0	22.5	22.5	90	794.202
105	67.5	90	45	90	999.495
106	0	45	45	90	1225.94
107	22.5	22.5	45	22.5	1128.75
108	45	90	0	0	1695.42
109	67.5	90	67.5	0	929.356
110	90	0	90	22.5	1495.99
111	45	90	45	0	1563.12
112	45	22.5	90	45	1761.25
113	67.5	45	0	67.5	1534.8
114	90	0	67.5	45	1516.8
115	90	22.5	22.5	45	1587.04
116	45	22.5	45	45	1634.06
117	22.5	0	0	22.5	835.028
118	0	22.5	22.5	67.5	786.48

119	45	0	90	0	1660.18
120	22.5	22.5	90	22.5	1280.76
121	0	67.5	45	0	1468.71
122	90	22.5	0	45	1630.96
123	90	0	22.5	45	1706.56
124	22.5	67.5	0	67.5	1560.77
125	45	67.5	67.5	45	1549.75
126	90	67.5	22.5	90	994.957
127	67.5	0	67.5	90	1677.56
128	90	90	45	0	776.296
129	90	45	90	90	1028.46
130	45	90	45	90	1526.67
131	0	90	22.5	67.5	1531.57
132	90	67.5	45	0	921.843
133	45	0	22.5	45	1455.36
134	90	0	67.5	67.5	1503.46
135	67.5	45	90	0	1298.02
136	0	0	67.5	0	855.788
137	45	0	45	0	1526.67
138	0	90	0	45	1480.91
139	0	45	0	22.5	1035.16
140	0	22.5	22.5	0	740.012
141	90	90	45	67.5	729.034
142	22.5	22.5	22.5	90	1058.28
143	45	22.5	67.5	0	1706.67
144	67.5	45	0	90	1529.88
145	45	45	22.5	90	1789.08
146	22.5	22.5	90	90	1316.22
147	90	0	0	45	1750.86
148	22.5	45	67.5	90	1525.55

149	90	67.5	45	22.5	914.513
150	0	67.5	67.5	67.5	1601.14
151	90	22.5	45	67.5	1473.88
152	67.5	22.5	22.5	45	1757.29
153	45	45	0	0	1725.5
154	45	67.5	0	67.5	1749.89
155	0	90	0	90	1502.68
156	22.5	90	90	90	1897.69
157	45	0	67.5	45	1636.46
158	0	0	67.5	22.5	863.518
159	67.5	90	67.5	90	879.942
160	45	90	45	22.5	1557.33
161	22.5	67.5	45	90	1685.09
162	22.5	45	45	67.5	1424.03
163	67.5	45	90	22.5	1291.79
164	45	67.5	0	90	1745.51
165	90	67.5	0	45	1068.91
166	0	45	0	0	1028.46
167	0	67.5	22.5	67.5	1407.35
168	67.5	22.5	45	22.5	1679.3
169	90	45	67.5	67.5	1081.19
170	90	0	45	45	1607.7
171	90	67.5	67.5	0	794.202
172	0	90	67.5	90	1726.84
173	90	45	0	45	1355.83
174	0	0	45	22.5	729.034
175	22.5	45	22.5	67.5	1330.56
176	45	0	90	45	1676.66
177	90	67.5	67.5	45	767.595
178	0	67.5	90	90	1651.29



179	67.5	45	0	0	1566.69
180	22.5	0	67.5	90	1158.8
181	0	90	90	22.5	1738.8
182	67.5	0	45	45	1776.44
183	90	22.5	22.5	67.5	1574.3
184	90	22.5	90	67.5	1339.67
185	67.5	0	67.5	67.5	1682.14
186	0	45	45	67.5	1219.39
187	22.5	45	0	67.5	1291.79
188	0	0	22.5	45	603.385
189	45	0	90	22.5	1664.78
190	45	0	67.5	67.5	1649.53
191	67.5	90	90	22.5	871.124
192	22.5	22.5	67.5	22.5	1235.82
193	67.5	67.5	90	45	988.761
194	22.5	22.5	90	0	1275.04
195	45	45	22.5	22.5	1760.43
196	0	90	45	90	1628.3
197	22.5	67.5	67.5	45	1757.29
198	45	90	45	67.5	1531.58
199	22.5	90	45	45	1776.44
200	67.5	22.5	22.5	0	1775.91
201	45	45	90	90	1725.5
202	0	22.5	45	90	921.843
203	90	22.5	22.5	22.5	1601.14
204	67.5	67.5	0	67.5	1280.76
205	45	67.5	0	45	1761.25
206	67.5	67.5	22.5	45	1250.26
207	90	22.5	45	90	1468.71
208	22.5	67.5	90	90	1816.13

209	90	45	90	45	1051.47
210	0	67.5	0	67.5	1369.23
211	45	67.5	22.5	90	1706.67
212	45	22.5	0	45	1515.59
213	67.5	67.5	22.5	67.5	1235.82
214	45	0	22.5	0	1437.22
215	90	22.5	67.5	90	1372.98
216	90	0	67.5	0	1538.13
217	45	90	22.5	22.5	1649.53
218	45	90	90	22.5	1433.18
219	45	67.5	45	67.5	1622.21
220	90	67.5	90	90	680.887
221	0	45	22.5	45	1097.01
222	90	0	90	67.5	1467.27
223	0	90	45	0	1590.13
224	67.5	67.5	22.5	90	1229.98
225	0	90	45	45	1607.7
226	22.5	67.5	0	90	1566.8
227	0	67.5	22.5	22.5	1378.45
228	67.5	22.5	0	45	1797.53
229	45	90	90	45	1419.16
230	67.5	45	45	45	1410.2
231	67.5	45	22.5	22.5	1519.67
232	0	45	22.5	0	1074.71
233	67.5	45	67.5	0	1336.68
234	22.5	67.5	45	67.5	1679.3
235	67.5	22.5	0	67.5	1786.1
236	90	90	67.5	0	632.902
237	22.5	0	45	67.5	1039.04
238	22.5	67.5	90	0	1781.77

239	90	90	22.5	67.5	863.518
240	67.5	67.5	90	0	1012.2
241	22.5	90	45	22.5	1764.88
242	67.5	67.5	45	45	1143.85
243	90	45	22.5	0	1332.01
244	45	45	90	0	1758.97
245	90	0	0	0	1771.13
246	0	22.5	67.5	90	1042.88
247	90	90	22.5	45	882.074
248	90	67.5	90	0	737.349
249	90	90	0	45	936.15
250	90	45	67.5	22.5	1113.14
251	67.5	0	90	90	1645.13
252	67.5	0	22.5	0	1885.33
253	67.5	0	67.5	45	1694.16
254	0	67.5	0	45	1353.94
255	45	45	90	45	1741.23
256	22.5	0	22.5	90	929.356
257	67.5	45	22.5	90	1488.42
258	22.5	45	45	0	1391.77
259	67.5	45	0	45	1547.33
260	22.5	0	90	67.5	1199.23
261	67.5	22.5	90	67.5	1534.31
262	0	22.5	45	22.5	878.989
263	0	45	67.5	45	1310.56
264	90	45	22.5	90	1290.62
265	0	90	22.5	22.5	1503.46
266	90	22.5	45	22.5	1501.54
267	0	0	67.5	45	882.074
268	0	22.5	67.5	0	994.957

269	67.5	0	22.5	90	1851.4
270	45	45	45	45	1848.19
271	45	90	90	0	1439.23
272	0	45	22.5	90	1119.94
273	0	67.5	90	45	1630.96
274	67.5	0	0	45	1907.31
275	90	90	45	90	720.594
276	67.5	45	67.5	90	1296.86
277	67.5	90	67.5	45	904.801
278	22.5	45	90	22.5	1534.8
279	45	67.5	0	0	1779.25
280	0	90	90	0	1734.35
281	45	67.5	90	90	1498.07
282	45	0	22.5	22.5	1442.38
283	22.5	0	67.5	0	1114.27
284	0	67.5	45	22.5	1473.88
285	22.5	90	0	45	1662.03
286	0	67.5	90	67.5	1645.01
287	22.5	0	45	22.5	1006.25
288	90	45	45	67.5	1189.08
289	67.5	45	22.5	67.5	1493.44
290	22.5	0	0	0	827.385
291	45	90	0	45	1676.66
292	67.5	0	45	0	1795.25
293	90	22.5	90	0	1375.89
294	67.5	90	0	45	1183.42
295	67.5	90	22.5	45	1136.13
296	45	45	0	90	1758.97
297	45	90	67.5	90	1437.22
298	0	0	90	90	962.156

299	0	90	0	67.5	1495.99
300	67.5	0	45	90	1760.5
301	45	67.5	67.5	90	1532.57
302	45	45	0	22.5	1729.9
303	22.5	22.5	0	0	965.344
304	45	22.5	45	0	1617.55
305	45	45	67.5	45	1771.58
306	90	45	45	90	1183.04
307	22.5	22.5	67.5	45	1250.26
308	22.5	45	90	67.5	1560.81
309	22.5	45	90	0	1529.88
310	67.5	0	90	45	1662.03
311	67.5	90	45	22.5	1039.04
312	22.5	0	22.5	0	879.942
313	0	67.5	22.5	90	1413.87
314	67.5	67.5	90	67.5	972.219
315	22.5	67.5	90	45	1797.53
316	22.5	90	90	0	1892.17
317	45	90	45	45	1544.02
318	0	45	45	22.5	1189.08
319	90	22.5	0	22.5	1645.01
320	90	90	90	0	567.108
321	22.5	90	45	0	1760.5
322	67.5	67.5	22.5	0	1271.6
323	0	22.5	90	45	1068.91
324	22.5	67.5	45	22.5	1654.23
325	0	90	90	90	1771.13
326	0	0	0	45	536.224
327	67.5	45	90	45	1277.15
328	45	67.5	90	45	1515.59

329	0	67.5	22.5	45	1392.38
330	22.5	22.5	67.5	90	1271.6
331	22.5	67.5	0	22.5	1534.31
332	0	0	22.5	67.5	624.43
333	45	0	90	90	1695.42
334	67.5	22.5	90	0	1566.8
335	22.5	45	0	45	1277.15
336	45	0	45	67.5	1557.33
337	45	67.5	45	90	1617.55
338	67.5	0	0	90	1892.17
339	67.5	67.5	45	22.5	1159.23
340	67.5	22.5	22.5	22.5	1770.17
341	22.5	22.5	0	90	1012.2
342	67.5	22.5	0	0	1816.13
343	45	90	22.5	90	1619.75
344	90	0	90	0	1502.68
345	45	22.5	0	22.5	1503.05
346	22.5	90	67.5	67.5	1879.55
347	90	22.5	67.5	45	1392.38
348	22.5	90	90	67.5	1901.76
349	45	22.5	0	0	1498.07
350	0	0	0	90	567.108
351	67.5	0	0	67.5	1896.25
352	45	22.5	0	67.5	1528.95
353	90	45	90	0	1074.99
354	90	67.5	0	0	1092.95
355	45	22.5	22.5	45	1549.75
356	90	45	45	22.5	1219.39
357	0	0	0	0	502.669
358	45	90	67.5	45	1455.36

359	22.5	90	67.5	22.5	1855.57
360	22.5	90	0	22.5	1649.8
361	67.5	67.5	45	90	1122.56
362	90	45	0	22.5	1370.74
363	45	0	22.5	67.5	1469.12
364	45	45	45	67.5	1837.4
365	22.5	45	22.5	45	1316.22
366	0	45	0	67.5	1068.03
367	22.5	22.5	45	67.5	1159.23
368	0	45	90	45	1355.83
369	22.5	67.5	45	45	1666.19
370	67.5	90	90	0	878.502
371	0	22.5	67.5	22.5	1001.87
372	0	90	67.5	0	1689.74
373	67.5	22.5	67.5	0	1600.49
374	22.5	67.5	67.5	67.5	1770.17
375	67.5	90	45	45	1022.59
376	0	67.5	45	45	1487.13
377	0	90	90	67.5	1764.8
378	0	67.5	0	90	1375.89
379	90	67.5	45	45	896.814
380	67.5	90	22.5	0	1158.8
381	90	45	22.5	45	1310.56
382	0	22.5	90	90	1092.95
383	90	67.5	22.5	45	1018.68
384	22.5	45	67.5	22.5	1493.44
385	22.5	45	67.5	67.5	1519.67
386	90	0	90	90	1462.02
387	90	22.5	0	67.5	1618.41
388	22.5	0	90	45	1183.42

389	22.5	67.5	90	22.5	1786.1
390	45	0	0	0	1400.63
391	67.5	0	90	67.5	1649.8
392	45	45	45	90	1833.23
393	22.5	45	22.5	22.5	1302.43
394	67.5	67.5	67.5	0	1058.28
395	90	0	22.5	22.5	1720.53
396	0	67.5	67.5	45	1587.04
397	0	22.5	45	67.5	914.513
398	22.5	22.5	22.5	22.5	1019.39
399	90	0	22.5	67.5	1694.31
400	22.5	0	0	90	878.502
401	0	45	90	90	1377.19
402	22.5	90	90	45	1907.31
403	0	90	22.5	45	1516.8
404	45	0	67.5	90	1655.26
405	90	90	90	45	536.224
406	45	67.5	22.5	67.5	1711.13
407	0	90	22.5	0	1498.34
408	0	0	0	67.5	558.289
409	22.5	45	90	90	1566.69
410	67.5	90	0	22.5	1199.23
411	67.5	90	90	90	827.385
412	45	22.5	45	90	1652.36
413	22.5	0	45	0	999.495
414	0	22.5	90	0	1045.7
415	22.5	0	90	90	1205.97
416	45	45	67.5	67.5	1760.43
417	22.5	0	67.5	45	1136.13
418	90	45	67.5	0	1119.94



419	0	0	67.5	67.5	900.602
420	22.5	90	22.5	90	1713.51
421	22.5	45	45	22.5	1397.04
422	0	0	22.5	90	632.902
423	67.5	67.5	22.5	22.5	1265.23
424	45	67.5	22.5	45	1722.62
425	67.5	67.5	67.5	22.5	1051.55
426	67.5	45	22.5	45	1506.13
427	22.5	0	0	67.5	871.124
428	0	90	67.5	67.5	1720.53
429	22.5	45	22.5	0	1296.86
430	90	90	22.5	22.5	900.602
431	67.5	45	90	67.5	1263.03
432	0	22.5	22.5	45	767.595
433	90	90	22.5	0	908.309
434	45	45	22.5	67.5	1783.74
435	67.5	90	67.5	22.5	922.172
436	67.5	67.5	45	67.5	1128.75
437	45	22.5	22.5	90	1568.58
438	90	67.5	67.5	90	740.012
439	22.5	0	67.5	67.5	1152.06
440	45	22.5	90	22.5	1749.89
441	0	0	45	45	748.947
442	67.5	22.5	67.5	90	1563.72
443	67.5	0	22.5	45	1866.76
444	67.5	45	22.5	0	1525.55
445	0	67.5	67.5	0	1569.41
446	0	22.5	0	22.5	689.52
447	67.5	67.5	0	45	1294.98
448	0	22.5	67.5	45	1018.68

449	22.5	90	67.5	90	1885.33
450	45	0	67.5	0	1619.75
451	45	67.5	45	45	1634.06
452	0	0	45	0	720.594
453	22.5	45	67.5	0	1488.42
454	45	22.5	67.5	45	1722.62
455	22.5	90	90	22.5	1896.25
456	45	22.5	45	67.5	1646.8
457	90	22.5	0	0	1651.29
458	67.5	22.5	90	22.5	1560.77
459	0	90	67.5	45	1706.56
460	90	0	45	22.5	1621.94
461	67.5	0	67.5	22.5	1707.55
462	90	67.5	45	90	871.537
463	90	0	45	0	1628.3
464	67.5	22.5	0	90	1781.77
465	0	45	67.5	67.5	1325.56
466	90	22.5	45	0	1507.86
467	22.5	67.5	0	0	1529.35
468	67.5	67.5	45	0	1165.71
469	22.5	67.5	0	45	1547
470	45	45	67.5	22.5	1783.74
471	45	45	22.5	45	1771.58
472	67.5	67.5	0	0	1316.22
473	45	90	22.5	45	1636.46
474	0	45	90	0	1336.23
475	90	67.5	22.5	0	1042.88
476	67.5	0	22.5	22.5	1879.55
477	90	0	45	90	1590.13
478	22.5	90	67.5	45	1866.76

479	90	22.5	22.5	0	1607.4
480	22.5	90	22.5	67.5	1707.55
481	90	22.5	90	22.5	1369.23
482	22.5	45	0	0	1257.32
483	90	22.5	90	90	1334.05
484	90	0	22.5	0	1726.84
485	67.5	0	0	22.5	1901.76
486	0	22.5	45	45	896.814
487	45	67.5	67.5	67.5	1537.44
488	22.5	22.5	67.5	0	1229.98
489	0	22.5	0	90	737.349
490	45	67.5	90	22.5	1528.95
491	90	90	67.5	67.5	581.296
492	90	90	22.5	90	855.788
493	90	45	22.5	22.5	1325.56
494	90	90	90	67.5	512.825
495	90	67.5	0	67.5	1052.43
496	67.5	45	90	90	1257.32
497	22.5	0	67.5	22.5	1120.6
498	45	45	90	67.5	1729.9
499	22.5	90	22.5	0	1677.56
500	45	67.5	90	67.5	1503.05
501	67.5	90	67.5	67.5	887.276
502	67.5	0	67.5	0	1713.51
503	22.5	45	45	45	1410.2
504	90	45	67.5	90	1074.71
505	67.5	90	90	45	853.21
506	22.5	67.5	22.5	45	1581.03
507	90	67.5	90	22.5	729.376
508	45	0	90	67.5	1689.68

509	67.5	45	45	0	1429.97
510	90	90	45	45	748.947
511	67.5	0	22.5	67.5	1855.57
512	45	90	67.5	0	1475.06
513	0	22.5	90	22.5	1052.43
514	22.5	22.5	22.5	67.5	1051.55
515	90	45	22.5	67.5	1296.31
516	67.5	22.5	45	45	1666.19
517	0	67.5	45	90	1507.86
518	45	90	0	67.5	1664.78
519	67.5	90	22.5	22.5	1152.06
520	67.5	22.5	45	0	1685.09
521	0	45	67.5	0	1290.62
522	45	67.5	22.5	0	1740.66
523	90	22.5	67.5	0	1413.87
524	67.5	45	67.5	67.5	1302.43
525	45	90	22.5	0	1655.26
526	45	22.5	22.5	0	1532.57
527	45	22.5	67.5	90	1740.66
528	0	67.5	45	67.5	1501.54
529	22.5	0	22.5	22.5	887.276
530	22.5	22.5	0	45	988.761
531	67.5	67.5	90	90	965.344
532	90	67.5	67.5	67.5	748.221
533	22.5	45	0	22.5	1263.03
534	90	45	45	45	1203.99
535	45	0	22.5	90	1475.06
536	45	22.5	67.5	67.5	1735.15
537	22.5	22.5	0	67.5	1005.31
538	45	90	67.5	22.5	1469.12

539	67.5	90	90	67.5	835.028
540	22.5	90	22.5	45	1694.16
541	0	0	90	67.5	954.473
542	22.5	67.5	22.5	0	1563.72
543	45	0	67.5	22.5	1624.44
544	45	45	45	22.5	1837.4
545	0	0	90	0	910.514
546	45	45	90	22.5	1753.56
547	45	67.5	67.5	22.5	1562.88
548	90	67.5	0	22.5	1085.8
549	45	0	0	22.5	1405.91
550	45	0	0	67.5	1433.18
551	0	90	45	67.5	1621.94
552	22.5	67.5	67.5	0	1741.3
553	0	0	90	22.5	918.008
554	22.5	22.5	67.5	67.5	1265.23
555	0	67.5	67.5	90	1607.4
556	90	67.5	90	45	709.779
557	90	90	67.5	22.5	624.43
558	67.5	22.5	22.5	90	1741.3
559	45	45	22.5	0	1756.1
560	45	67.5	45	0	1652.36
561	0	90	45	22.5	1594.97
562	45	22.5	90	90	1779.25
563	67.5	45	45	67.5	1397.04
564	0	45	90	67.5	1370.74
565	90	90	67.5	45	603.385
566	22.5	0	45	90	1045.91
567	90	22.5	67.5	67.5	1378.45
568	67.5	90	22.5	90	1114.27

569	45	22.5	67.5	22.5	1711.13
570	22.5	22.5	90	45	1294.98
571	0	90	67.5	22.5	1694.31
572	45	22.5	45	22.5	1622.21
573	90	45	0	67.5	1341.8
574	90	0	0	90	1734.35
575	67.5	90	45	67.5	1006.25
576	67.5	0	90	22.5	1675.66
577	67.5	22.5	45	67.5	1654.23
578	0	22.5	67.5	67.5	1035.72
579	45	67.5	45	22.5	1646.8
580	90	67.5	67.5	22.5	786.48
581	22.5	0	45	45	1022.59
582	67.5	0	0	0	1897.69
583	67.5	45	45	90	1391.77
584	45	0	45	90	1563.12
585	0	0	67.5	90	908.309
586	45	90	0	22.5	1689.68
587	45	67.5	90	0	1534.73
588	67.5	22.5	0	22.5	1810.38
589	0	0	22.5	0	571.78
590	0	45	67.5	22.5	1296.31
591	90	0	45	67.5	1594.97
592	45	0	0	45	1419.16
593	45	22.5	0	90	1534.73
594	0	67.5	22.5	0	1372.98
595	22.5	67.5	67.5	90	1775.91
596	67.5	22.5	22.5	67.5	1745.71
597	67.5	22.5	67.5	22.5	1594.55
598	90	67.5	45	67.5	878.989

599	0	0	45	90	776.296
600	67.5	67.5	90	22.5	1005.31
601	0	22.5	90	67.5	1085.8
602	45	45	67.5	90	1756.1
603	67.5	90	0	0	1205.97
604	22.5	67.5	45	0	1649.61
605	90	0	67.5	90	1498.34
606	0	67.5	90	0	1613.64
607	22.5	22.5	22.5	0	1012.75
608	0	67.5	0	0	1334.05
609	90	45	0	0	1377.19
610	22.5	90	67.5	0	1851.4
611	45	45	0	67.5	1753.56
612	0	22.5	0	67.5	729.376
613	0	45	45	0	1183.04
614	45	67.5	22.5	22.5	1735.15
615	90	45	90	67.5	1035.16
616	0	67.5	0	22.5	1339.67
617	22.5	90	0	0	1645.13
618	45	45	0	45	1741.23
619	67.5	45	0	22.5	1560.81
620	67.5	45	67.5	22.5	1330.56
621	45	90	0	90	1660.18
622	90	90	0	22.5	954.473
623	0	45	90	22.5	1341.8
624	0	22.5	45	0	871.537
625	67.5	22.5	90	90	1529.35

Tablo A.21: FFD veri seti ( Tablo 6.3 senaryo 5’de belirtilen veri seti)

No	x1	x2	x3	x4	Doğal frekans aralığı
1	45	90	45	0	1563.12
2	90	45	45	90	1183.04
3	0	0	45	90	776.296
4	0	0	90	0	910.514
5	45	90	0	0	1695.42
6	0	45	45	0	1183.04
7	0	45	0	0	1028.46
8	0	0	45	0	720.594
9	0	90	0	0	1462.02
10	90	90	45	45	748.947
11	90	0	0	0	1771.13
12	0	45	90	0	1336.23
13	45	0	0	90	1439.23
14	90	0	45	90	1590.13
15	90	0	0	45	1750.86
16	90	0	45	45	1607.7
17	45	45	0	0	1725.5
18	0	90	45	90	1628.3
19	45	0	90	90	1695.42
20	45	45	0	90	1758.97
21	90	45	45	0	1225.94
22	45	45	0	45	1741.23
23	45	45	45	90	1833.23
24	45	90	90	45	1419.16
25	90	45	90	90	1028.46
26	0	0	0	90	567.108
27	45	0	45	90	1563.12



28	90	90	45	0	776.296
29	90	90	45	90	720.594
30	0	45	45	45	1203.99
31	90	0	45	0	1628.3
32	45	45	90	90	1725.5
33	45	90	0	45	1676.66
34	0	45	90	90	1377.19
35	0	45	45	90	1225.94
36	0	0	45	45	748.947
37	0	90	45	0	1590.13
38	45	90	90	0	1439.23
39	45	0	90	0	1660.18
40	0	45	0	45	1051.47
41	45	0	45	0	1526.67
42	45	0	90	45	1676.66
43	90	90	90	90	502.669
44	0	0	90	45	936.15
45	90	90	0	45	936.15
46	90	0	90	0	1502.68
47	45	90	90	90	1400.63
48	90	45	0	0	1377.19
49	0	90	0	45	1480.91
50	0	90	90	90	1771.13
51	90	90	0	0	962.156
52	90	45	0	45	1355.83
53	45	90	45	90	1526.67
54	0	45	90	45	1355.83
55	45	45	90	0	1758.97
56	0	90	45	45	1607.7
57	45	0	0	45	1419.16

58	0	0	90	90	962.156
59	45	45	45	45	1848.19
60	90	90	90	45	536.224
61	90	0	90	45	1480.91
62	45	90	45	45	1544.02
63	90	90	90	0	567.108
64	45	45	90	45	1741.23
65	90	45	45	45	1203.99
66	90	90	0	90	910.514
67	0	45	0	90	1074.99
68	45	0	45	45	1544.02
69	0	90	90	45	1750.86
70	90	45	0	90	1336.23
71	90	45	90	45	1051.47
72	0	0	0	45	536.224
73	0	90	90	0	1734.35
74	0	0	0	0	502.669
75	45	0	0	0	1400.63
76	90	0	90	90	1462.02
77	90	0	0	90	1734.35
78	45	90	0	90	1660.18
79	45	45	45	0	1833.23
80	90	45	90	0	1074.99
81	0	90	0	90	1502.68

Tablo A.22: Taguchi deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modeller (Tablo 6.4 ile ilgili)

Senaryo	Dizayn metot	Model
1	Taguchi L8	SON $502.669 + 3.738x_1 + 0.042x_1^2 + 3.738x_2 - 0.109x_1x_2 + 0.042x_2^2 + 3.738x_3 - 0.043x_1x_3 - 0.014x_2x_3 + 0.042x_3^2 + 3.738x_4 - 0.014x_1x_4 - 0.043x_2x_4 - 0.109x_3x_4 + 0.042x_4^2$
		TON $502.66900 + 1.77988x_1 + 0.01978x_1^2 + 0.00022x_1^3 + 1.77988x_2 - 0.02064x_1x_2 - 0.00023x_1^2x_2 + 0.01978x_2^2 - 0.00023x_1x_2^2 + 0.00022x_2^3 + 1.77988x_3 + 0.00160x_1x_3 + 0.00002x_1^2x_3 + 0.01113x_2x_3 - 0.00053x_1x_2x_3 + 0.00012x_2^2x_3 + 0.01978x_3^2 + 0.00002x_1x_3^2 + 0.00012x_2x_3^2 + 0.00022x_3^3 + 1.77988x_4 + 0.01113x_1x_4 + 0.00012x_1^2x_4 + 0.00160x_2x_4 - 0.00053x_1x_2x_4 + 0.00002x_2^2x_4 - 0.02064x_3x_4 - 0.00053x_1x_3x_4 - 0.00053x_2x_3x_4 - 0.00023x_3^2x_4 + 0.01978x_4^2 + 0.00012x_1x_4^2 + 0.00002x_2x_4^2 - 0.00023x_3x_4^2 + 0.00022x_4^3$
	Taguchi L9	SON $502.669 + 2.773x_1 - 0.135x_1^2 + 5.918x_2 - 0.005x_1x_2 + 0.049x_2^2 + 5.871x_3 + 0.043x_1x_3 - 0.098x_2x_3 + 0.092x_3^2 + 5.286x_4 + 0.073x_1x_4 - 0.013x_2x_4 - 0.102x_3x_4 + 0.038x_4^2$
		TON $502.66900 + 1.34463x_1 - 0.02247x_1^2 - 0.00049x_1^3 + 4.21135x_2 + 0.01058x_1x_2 - 0.00046x_1^2x_2 + 0.02775x_2^2 + 0.00005x_1x_2^2 + 0.00016x_2^3 + 4.27225x_3 + 0.02045x_1x_3 - 0.00027x_1^2x_3 + 0.00780x_2x_3 - 0.00005x_1x_2x_3 - 0.00052x_2^2x_3 + 0.03722x_3^2 + 0.00034x_1x_3^2 + 0.00009x_2x_3^2 + 0.00032x_3^3 + 3.94036x_4 + 0.02275x_1x_4 - 0.00017x_1^2x_4 + 0.02088x_2x_4 + 0.00073x_1x_2x_4 + 0.00017x_2^2x_4 + 0.00400x_3x_4 + 0.00031x_1x_3x_4 - 0.00066x_2x_3x_4 - 0.00044x_3^2x_4 + 0.02430x_4^2 + 0.00020x_1x_4^2 - 0.00034x_2x_4^2 - 0.00006x_3x_4^2 + 0.00012x_4^3$

		SON	$454.371 + 23.700x_1 - 0.059x_1^2 + 16.932x_2 - 0.286x_1x_2 - 0.025x_2^2 - 4.134x_3 - 0.134x_1x_3 + 0.088x_2x_3 + 0.072x_3^2 + 5.032x_4 + 0.062x_1x_4 - 0.138x_2x_4 + 0.017x_3x_4 - 0.043x_4^2$
3	Taguchi L16	TON	$502.66900 + 9.89672x_1 + 0.04625x_1^2 - 0.00014x_1^3 + 5.85707x_2 + 0.05117x_1x_2 - 0.00100x_1^2x_2 + 0.06543x_2^2 - 0.00125x_1x_2^2 - 0.00045x_2^3 - 2.77925x_3 - 0.00837x_1x_3 - 0.00052x_1^2x_3 + 0.08703x_2x_3 - 0.00142x_1x_2x_3 + 0.00017x_2^2x_3 + 0.04949x_3^2 - 0.00005x_1x_3^2 + 0.00061x_2x_3^2 - 0.00009x_3^3 + 1.14334x_4 + 0.06443x_1x_4 - 0.00052x_1^2x_4 + 0.09778x_2x_4 - 0.00086x_1x_2x_4 - 0.00011x_2^2x_4 + 0.05488x_3x_4 + 0.00040x_1x_3x_4 - 0.00095x_2x_3x_4 - 0.00049x_3^2x_4 + 0.03365x_4^2 - 0.00004x_1x_4^2 - 0.00171x_2x_4^2 + 0.00001x_3x_4^2 - 0.00007x_4^3$
		SON	$442.771 + 17.490x_1 - 0.056x_1^2 + 6.877x_2 - 0.099x_1x_2 + 0.040x_2^2 + 4.556x_3 - 0.124x_1x_3 - 0.182x_2x_3 + 0.178x_3^2 + 5.246x_4 - 0.122x_1x_4 + 0.018x_2x_4 - 0.131x_3x_4 + 0.063x_4^2$
4	Taguchi L25	TON	$501.23600 + 16.82070x_1 + 0.07750x_1^2 - 0.00064x_1^3 + 2.84324x_2 - 0.17153x_1x_2 - 0.00102x_1^2x_2 + 0.14303x_2^2 + 0.00148x_1x_2^2 - 0.00125x_2^3 + 1.47856x_3 - 0.13450x_1x_3 - 0.00067x_1^2x_3 - 0.00490x_2x_3 - 0.00118x_1x_2x_3 - 0.00094x_2^2x_3 + 0.15463x_3^2 + 0.00192x_1x_3^2 + 0.00026x_2x_3^2 - 0.00062x_3^3 - 0.52371x_4 - 0.11282x_1x_4 - 0.00058x_1^2x_4 + 0.14133x_2x_4 + 0.00105x_1x_2x_4 + 0.00118x_2^2x_4 - 0.08731x_3x_4 - 0.00166x_1x_3x_4 + 0.00022x_2x_3x_4 - 0.00026x_3^2x_4 + 0.05561x_4^2 + 0.00084x_1x_4^2 - 0.00323x_2x_4^2 + 0.00123x_3x_4^2 + 0.00021x_4^3$
5	Taguchi L27	SON	$502.669 + 2.773x_1 - 0.135x_1^2 + 5.918x_2 - 0.005x_1x_2 + 0.049x_2^2 + 5.871x_3 + 0.043x_1x_3 - 0.098x_2x_3 + 0.092x_3^2 + 5.286x_4 + 0.073x_1x_4 - 0.013x_2x_4 - 0.102x_3x_4 + 0.038x_4^2$

---

TON	$ \begin{aligned} & 502.66900 + 1.34463x_1 - 0.02247x_1^2 - \\ & 0.00049x_1^3 + 4.21135x_2 + 0.01058x_1x_2 - \\ & 0.00046x_1^2x_2 + 0.02775x_2^2 + 0.00005x_1x_2^2 + \\ & 0.00016x_2^3 + 4.27225x_3 + 0.02045x_1x_3 - \\ & 0.00027x_1^2x_3 + 0.00780x_2x_3 - 0.00005x_1x_2x_3 - \\ & 0.00052x_2^2x_3 + 0.03722x_3^2 + 0.00034x_1x_3^2 + \\ & 0.00009x_2x_3^2 + 0.00032x_3^3 + 3.94036x_4 + \\ & 0.02275x_1x_4 - 0.00017x_1^2x_4 + 0.02088x_2x_4 + \\ & 0.00073x_1x_2x_4 + 0.00017x_2^2x_4 + 0.00400x_3x_4 + \\ & 0.00031x_1x_3x_4 - 0.00066x_2x_3x_4 - \\ & 0.00044x_3^2x_4 + 0.02430x_4^2 + 0.00020x_1x_4^2 - \\ & 0.00034x_2x_4^2 - 0.00006x_3x_4^2 + 0.00012x_4^3 \end{aligned} $
-----	--

---

Tablo A.23: FFD deney seti kullanılarak NRM ile oluşturulan modeller (Tablo 6.5 ile ilgili)

Senaryo	Dizayn metot	Model
1	FFD L16	SON $503.784 + 7.035x_1 + 0.078x_1^2 + 5.317x_2 - 0.218x_1x_2 + 0.059x_2^2 + 2.253x_3 - 0.083x_1x_3 - 0.016x_2x_3 + 0.025x_3^2 + 0.346x_4 - 0.012x_1x_4 - 0.002x_2x_4 - 0.001x_3x_4 + 0.004x_4^2$
		TON $503.78360 + 4.68975x_1 + 0.05211x_1^2 + 0.00058x_1^3 + 3.54490x_2 - 0.07259x_1x_2 - 0.00081x_1^2x_2 + 0.03939x_2^2 - 0.00081x_1x_2^2 + 0.00044x_2^3 + 1.50228x_3 - 0.02765x_1x_3 - 0.00031x_1^2x_3 - 0.00539x_2x_3 + (4.41090 \times 10^{-19})x_1x_2x_3 - 0.00006x_2^2x_3 + 0.01669x_3^2 - 0.00031x_1x_3^2 - 0.00006x_2x_3^2 + 0.00019x_3^3 + 0.23041x_4 - 0.00398x_1x_4 - 0.00004x_1^2x_4 - 0.00080x_2x_4 + (1.25435 \times 10^{-18})x_1x_2x_4 - (8.83425 \times 10^{-6})x_2^2x_4 - 0.00034x_3x_4 + (1.10273 \times 10^{-18})x_1x_3x_4 + (2.75682 \times 10^{-20})x_2x_3x_4 - (3.81276 \times 10^{-6})x_3^2x_4 + 0.00256x_4^2 - 0.00004x_1x_4^2 - (8.83425 \times 10^{-6})x_2x_4^2 - (3.81276 \times 10^{-6})x_3x_4^2 + 0.00003x_4^3$
		SON $451.128 + 33.251x_1 - 0.216x_1^2 + 15.516x_2 - 0.216x_1x_2 - 0.046x_2^2 + 5.611x_3 - 0.080x_1x_3 - 0.032x_2x_3 - 0.005x_3^2 + 0.791x_4 - 0.011x_1x_4 - 0.005x_2x_4 - 0.002x_3x_4 + 0.000x_4^2$

			$ \begin{aligned} &451.12810 + 26.29822x_1 + 0.01613x_1^2 - \\ &0.00172x_1^3 + 13.32087x_2 - 0.21584x_1x_2 - \\ &(8.40114 \times 10^{-19})x_1^2x_2 + 0.02696x_2^2 - \\ &(2.05306 \times 10^{-18})x_1x_2^2 - 0.00054x_2^3 + \\ &5.03533x_3 - 0.08033x_1x_3 - (3.60854 \times \\ &10^{-18})x_1^2x_3 - 0.03197x_2x_3 + (2.83472 \times \\ &10^{-18})x_1x_2x_3 - (9.38221 \times 10^{-18})x_2^2x_3 + \\ &0.01379x_3^2 - (5.14217 \times 10^{-18})x_1x_3^2 + \\ &(5.05196 \times 10^{-18})x_2x_3^2 - 0.00014x_3^3 + \\ &0.72488x_4 - 0.01146x_1x_4 - (7.57794 \times \\ &10^{-18})x_1^2x_4 - 0.00457x_2x_4 - (1.99719 \times \\ &10^{-18})x_1x_2x_4 + (1.53363 \times 10^{-18})x_2^2x_4 - \\ &0.00162x_3x_4 - (7.34449 \times 10^{-18})x_1x_3x_4 + \\ &(6.24926 \times 10^{-18})x_2x_3x_4 - (4.51068 \times \\ &10^{-18})x_3^2x_4 + 0.00223x_4^2 - (3.60854 \times \\ &10^{-18})x_1x_4^2 + (2.43577 \times 10^{-18})x_2x_4^2 - \\ &(3.33790 \times 10^{-18})x_3x_4^2 - 0.00002x_4^3 \end{aligned} $
			$ \begin{aligned} &379.796 + 32.630x_1 - 0.185x_1^2 + 14.513x_2 - \\ &0.251x_1x_2 - 0.020x_2^2 + 5.756x_3 - 0.091x_1x_3 - \\ &0.028x_2x_3 - 0.004x_3^2 + 0.822x_4 - 0.013x_1x_4 - \\ &0.004x_2x_4 - 0.002x_3x_4 + 0.000x_4^2 \end{aligned} $
3	FFD L256	SON	
		TON	$ \begin{aligned} &379.79630 + 32.63015x_1 - 0.18512x_1^2 + \\ &(5.37946 \times 10^{-18})x_1^3 + 14.51322x_2 - \\ &0.25113x_1x_2 - (5.00175 \times 10^{-18})x_1^2x_2 - \\ &0.01981x_2^2 - (6.65005 \times 10^{-18})x_1x_2^2 - \\ &(1.50177 \times 10^{-17})x_2^3 + 5.75641x_3 - \\ &0.09074x_1x_3 - (4.77440 \times 10^{-18})x_1^2x_3 - \\ &0.02792x_2x_3 + (4.01906 \times 10^{-19})x_1x_2x_3 - \\ &(5.22910 \times 10^{-18})x_2^2x_3 - 0.00362x_3^2 + \\ &(1.09129 \times 10^{-17})x_1x_3^2 + (7.27527 \times \\ &10^{-18})x_2x_3^2 + (1.68108 \times 10^{-18})x_3^3 + \\ &0.82240x_4 - 0.01301x_1x_4 - (2.00070 \times \\ &10^{-17})x_1^2x_4 - 0.00383x_2x_4 - (3.93868 \times \\ &10^{-18})x_1x_2x_4 + (6.59322 \times 10^{-18})x_2^2x_4 - \\ &0.00203x_3x_4 - (7.55583 \times 10^{-18})x_1x_3x_4 + \\ &(5.46592 \times 10^{-18})x_2x_3x_4 - (7.27527 \times \\ &10^{-18})x_3^2x_4 + 0.00030x_4^2 - (2.02344 \times \\ &10^{-17})x_1x_4^2 - (1.36411 \times 10^{-18})x_2x_4^2 - \\ &(7.04792 \times 10^{-18})x_3x_4^2 + (4.70703 \times 10^{-18})x_4^3 \end{aligned} $
4	FFD L625	SON	$ \begin{aligned} &313.012 + 33.720x_1 - 0.185x_1^2 + 15.667x_2 - \\ &0.266x_1x_2 - 0.025x_2^2 + 5.903x_3 - 0.099x_1x_3 - \\ &0.029x_2x_3 - 0.001x_3^2 + 0.870x_4 - 0.014x_1x_4 - \\ &0.004x_2x_4 - 0.001x_3x_4 + 0.000x_4^2 \end{aligned} $
		TON	

			$ \begin{aligned} &313.01250 + 33.71966x_1 - 0.18529x_1^2 + \\ &(3.26808 \times 10^{-18})x_1^3 + 15.66718x_2 - \\ &0.26610x_1x_2 + (4.95873 \times 10^{-18})x_1^2x_2 - \\ &0.02455x_2^2 + (1.47212 \times 10^{-17})x_1x_2^2 + \\ &(1.39149 \times 10^{-17})x_2^3 + 5.90312x_3 - \\ &0.09865x_1x_3 - (9.76250 \times 10^{-18})x_1^2x_3 - \\ &0.02866x_2x_3 - (1.11916 \times 10^{-17})x_1x_2x_3 + \\ &(1.82853 \times 10^{-17})x_2^2x_3 - 0.00123x_3^2 - \\ &(2.85127 \times 10^{-17})x_1x_3^2 + (1.85952 \times \\ &10^{-18})x_2x_3^2 - (1.08255 \times 10^{-17})x_3^3 + \\ &0.87012x_4 - 0.01398x_1x_4 - (6.50833 \times \\ &10^{-18})x_1^2x_4 - 0.00429x_2x_4 + (9.67043 \times \\ &10^{-18})x_1x_2x_4 + (8.83274 \times 10^{-18})x_2^2x_4 - \\ &0.00140x_3x_4 - (1.17349 \times 10^{-17})x_1x_3x_4 + \\ &(1.41253 \times 10^{-18})x_2x_3x_4 - (1.16220 \times \\ &10^{-17})x_3^2x_4 + 0.00017x_4^2 + (1.54960 \times \\ &10^{-18})x_1x_4^2 + (4.33889 \times 10^{-18})x_2x_4^2 + \\ &(1.11571 \times 10^{-17})x_3x_4^2 + (1.76681 \times 10^{-17})x_4^3 \end{aligned} $
			$ \begin{aligned} &451.128 + 33.251x_1 - 0.216x_1^2 + 15.516x_2 - \\ &0.216x_1x_2 - 0.046x_2^2 + 5.611x_3 - 0.080x_1x_3 - \\ &0.032x_2x_3 - 0.005x_3^2 + 0.791x_4 - 0.011x_1x_4 - \\ &0.005x_2x_4 - 0.002x_3x_4 + 0.000x_4^2 \end{aligned} $
5	FFD L81	TON	$ \begin{aligned} &451.12810 + 26.29822x_1 + 0.01613x_1^2 - \\ &0.00172x_1^3 + 13.32087x_2 - 0.21584x_1x_2 + \\ &(2.00725 \times 10^{-18})x_1^2x_2 + 0.02696x_2^2 + \\ &(2.25534 \times 10^{-18})x_1x_2^2 - 0.00054x_2^3 + \\ &5.03533x_3 - 0.08033x_1x_3 + (3.96940 \times \\ &10^{-18})x_1^2x_3 - 0.03197x_2x_3 - (1.21764 \times \\ &10^{-17})x_1x_2x_3 - (6.04431 \times 10^{-18})x_2^2x_3 + \\ &0.01379x_3^2 + (2.52598 \times 10^{-18})x_1x_3^2 - \\ &(1.25397 \times 10^{-17})x_2x_3^2 - 0.00014x_3^3 + \\ &0.72488x_4 - 0.01146x_1x_4 - (6.31495 \times \\ &10^{-19})x_1^2x_4 - 0.00457x_2x_4 - (1.15321 \times \\ &10^{-17})x_1x_2x_4 - (6.67581 \times 10^{-18})x_2^2x_4 - \\ &0.00162x_3x_4 - (6.63581 \times 10^{-18})x_1x_3x_4 - \\ &(1.61063 \times 10^{-17})x_2x_3x_4 + (2.16513 \times \\ &10^{-18})x_3^2x_4 + 0.00223x_4^2 - (1.44342 \times \\ &10^{-18})x_1x_4^2 - (6.31495 \times 10^{-19})x_2x_4^2 + \\ &(1.17278 \times 10^{-18})x_3x_4^2 - 0.00002x_4^3 \end{aligned} $



# Bölüm 7

Tablo A.24: SNRM metodu ile doğal frekans çıktısının modellenmesinde kullanılan Modeller (Tablo 7.2 ile ilgili)

Model ismi	Model
L	$100.943 - 4.197x_1 - 3.283x_2 + 5.828x_3 - 2.064x_4 - 1.128x_5 - 0.024x_6$
LR	$(-2.719 \times 10^7 + (3.493 \times 10^7)x_1 - (1.204 \times 10^7)x_2 - (9.241 \times 10^7)x_3 - (1.483 \times 10^7)x_4 + (1.349 \times 10^7)x_5 + 570111.000x_6)/$ $(-203969.000 + 351068.000x_1 - 164554.000x_2 - 971127.000x_3 - 184003.000x_4 + 137879.000x_5 + 6242.810x_6)$
SON	$39.514 + 41.864x_1 - 13.593x_1^2 + 6.324x_2 + 0.368x_1x_2 + 1.150x_2^2 + 2.392x_3 -$ $0.091x_1x_3 + 5.758x_2x_3 - 4.880x_3^2 - 0.486x_4 + 3.043x_1x_4 + 0.494x_2x_4 + 0.843x_3x_4 -$ $1.629x_4^2 + 8.415x_5 - 2.781x_1x_5 - 3.151x_2x_5 + 1.030x_3x_5 - 0.644x_4x_5 + 0.177x_5^2 +$ $0.563x_6 - 0.190x_1x_6 - 0.324x_2x_6 + 0.074x_3x_6 - 0.024x_4x_6 - 0.060x_5x_6 + 0.004x_6^2$
SONR	$(-0.068 + 7.250x_1 - 0.266x_1^2 - 2.847x_2 + 0.232x_1x_2 - 0.374x_2^2 + 5.439x_3 +$ $3.435x_1x_3 - 4.208x_2x_3 + 2.757x_3^2 - 0.186x_4 + 10.401x_1x_4 + 9.268x_2x_4 + 3.375x_3x_4 +$ $1.354x_4^2 - 4.715x_5 + 9.512x_1x_5 - 1.571x_2x_5 - 2.192x_3x_5 + 0.519x_4x_5 - 4.487x_5^2 -$ $8.093x_6 + 85.283x_1x_6 + 31.445x_2x_6 - 26.264x_3x_6 + 12.042x_4x_6 - 1.066x_5x_6 -$ $41.384x_6^2) / (-53.534 + 240.401x_1 - 86.672x_1^2 - 23.373x_2 + 20.773x_1x_2 + 12.666x_2^2 -$ $205.469x_3 + 19.030x_1x_3 + 63.098x_2x_3 - 26.637x_3^2 - 70.916x_4 + 36.543x_1x_4 +$ $11.892x_2x_4 + 7.662x_3x_4 + 2.763x_4^2 + 5.244x_5 - 12.630x_1x_5 - 15.307x_2x_5 +$ $16.804x_3x_5 + 1.020x_4x_5 + 5.009x_5^2 + 6.196x_6 - 2.027x_1x_6 - 2.702x_2x_6 + 3.137x_3x_6 -$ $0.647x_4x_6 - 0.644x_5x_6 - 0.446x_6^2)$
TON	$-49.425 - 229.945x_1 + 686.104x_1^2 - 158.657x_1^3 + 690.610x_2 - 171.617x_1x_2 +$ $92.966x_1^2x_2 - 286.486x_2^2 - 58.811x_1x_2^2 + 35.771x_2^3 - 73.724x_3 - 693.136x_1x_3 -$ $170.654x_1^2x_3 - 186.721x_2x_3 + 325.060x_1x_2x_3 + 123.849x_2^2x_3 + 403.798x_3^2 +$ $44.264x_1x_3^2 - 133.523x_2x_3^2 - 32.773x_3^3 - 528.822x_4 + 236.473x_1x_4 + 137.405x_1^2x_4 +$ $122.252x_2x_4 - 84.980x_1x_2x_4 + 60.131x_2^2x_4 - 43.294x_3x_4 - 29.102x_1x_3x_4 -$ $119.111x_2x_3x_4 + 68.052x_3^2x_4 - 143.574x_4^2 + 24.306x_1x_4^2 - 10.887x_2x_4^2 + 42.425x_3x_4^2 +$ $5.973x_4^3 + 177.009x_5 - 317.795x_1x_5 - 16.156x_1^2x_5 - 143.675x_2x_5 + 14.105x_1x_2x_5 +$ $4.261x_2^2x_5 + 444.710x_3x_5 + 63.843x_1x_3x_5 - 39.601x_2x_3x_5 - 130.865x_3^2x_5 +$ $345.047x_4x_5 - 89.403x_1x_4x_5 - 21.054x_2x_4x_5 - 74.345x_3x_4x_5 + 21.338x_4^2x_5 -$ $120.771x_5^2 + 62.657x_1x_5^2 + 24.665x_2x_5^2 + 6.154x_3x_5^2 - 27.640x_4x_5^2 + 2.601x_5^3 -$ $2.700x_6 + 13.166x_1x_6 - 4.549x_1^2x_6 + 5.233x_2x_6 - 5.200x_1x_2x_6 - 1.486x_2^2x_6 -$ $23.540x_3x_6 + 9.737x_1x_3x_6 + 0.397x_2x_3x_6 + 3.407x_3^2x_6 - 1.297x_4x_6 - 5.420x_1x_4x_6 +$ $1.013x_2x_4x_6 + 5.085x_3x_4x_6 - 0.322x_4^2x_6 - 0.449x_5x_6 + 0.057x_1x_5x_6 + 1.094x_2x_5x_6 -$ $1.731x_3x_5x_6 - 0.046x_4x_5x_6 + 0.223x_5^2x_6 + 0.174x_6^2 + 0.015x_1x_6^2 + 0.006x_2x_6^2 +$ $0.003x_3x_6^2 + 0.028x_4x_6^2 - 0.008x_5x_6^2 - 0.002x_6^3$
TONR	$(3.006 + 9.598x_1 + 2.172x_1^2 - 3.465x_1^3 + 0.144x_2 - 3.615x_1x_2 + 5.755x_1^2x_2 +$ $11.349x_2^2 + 8.538x_1x_2^2 + 1.307x_2^3 + 0.193x_3 + 3.439x_1x_3 - 3.969x_1^2x_3 - 7.434x_2x_3 +$ $0.521x_1x_2x_3 - 21.028x_2^2x_3 + 1.977x_3^2 - 4.277x_1x_3^2 + 0.122x_2x_3^2 - 0.362x_3^3 - 3.905x_4 +$ $2.144x_1x_4 - 1.034x_1^2x_4 - 10.171x_2x_4 - 16.398x_1x_2x_4 - 1.207x_2^2x_4 + 20.618x_3x_4 +$ $22.014x_1x_3x_4 - 12.131x_2x_3x_4 + 3.769x_3^2x_4 - 0.752x_4^2 - 18.792x_1x_4^2 - 0.033x_2x_4^2 -$ $2.072x_3x_4^2 - 3.042x_4^3 - 1.368x_5 - 0.505x_1x_5 - 13.483x_1^2x_5 - 3.397x_2x_5 +$ $15.115x_1x_2x_5 - 10.141x_2^2x_5 - 0.591x_3x_5 + 18.309x_1x_3x_5 - 7.051x_2x_3x_5 + 4.642x_3^2x_5 -$ $4.127x_4x_5 - 0.545x_1x_4x_5 - 4.527x_2x_4x_5 - 16.738x_3x_4x_5 - 23.662x_4^2x_5 + 0.474x_5^2 -$ $7.484x_1x_5^2 - 10.138x_2x_5^2 + 1.749x_3x_5^2 + 1.650x_4x_5^2 - 1.121x_5^3 - 2.621x_6 + 17.011x_1x_6 -$ $2.582x_1^2x_6 - 3.377x_2x_6 - 3.035x_1x_2x_6 + 7.416x_2^2x_6 + 26.072x_3x_6 + 13.734x_1x_3x_6 -$ $10.135x_2x_3x_6 - 1.344x_3^2x_6 - 11.164x_4x_6 + 0.938x_1x_4x_6 - 0.712x_2x_4x_6 + 2.161x_3x_4x_6 +$ $0.547x_4^2x_6 - 2.398x_5x_6 + 17.246x_1x_5x_6 + 9.438x_2x_5x_6 - 5.042x_3x_5x_6 - 5.036x_4x_5x_6 -$

	$\frac{0.904x_5^2x_6 - 8.334x_6^2 + 25.045x_1x_6^2 - 0.392x_2x_6^2 - 9.223x_3x_6^2 + 3.633x_4x_6^2 - 31.382x_5x_6^2 - 8.335x_6^3}{(2.288 - 4.250x_1 + 6.287x_1^2 - 0.748x_1^3 - 1.457x_2 - 26.529x_1x_2 - 8.038x_1^2x_2 + 5.679x_2^2 - 6.083x_1x_2^2 + 1.436x_2^3 - 5.930x_3 - 3.308x_1x_3 + 2.243x_1^2x_3 - 10.301x_2x_3 + 10.553x_1x_2x_3 - 1.808x_2^2x_3 - 3.314x_2^3 + 3.097x_1x_2^3 - 9.197x_2x_2^3 + 1.471x_3^3 + 3.796x_4 - 28.279x_1x_4 - 3.323x_1^2x_4 - 17.353x_2x_4 + 24.712x_1x_2x_4 - 0.363x_2^2x_4 - 1.847x_3x_4 + 0.386x_1x_3x_4 - 21.694x_2x_3x_4 - 5.855x_3^2x_4 - 2.005x_4^2 - 4.880x_1x_4^2 - 5.481x_2x_4^2 - 9.045x_3x_4^2 + 1.717x_4^3 + 7.333x_5 - 5.778x_1x_5 - 10.669x_1^2x_5 - 24.254x_2x_5 + 7.395x_1x_2x_5 - 6.004x_2^2x_5 - 9.112x_3x_5 + 6.988x_1x_3x_5 - 9.229x_2x_3x_5 + 20.359x_3^2x_5 - 14.069x_4x_5 - 5.638x_1x_4x_5 - 83.887x_2x_4x_5 - 25.506x_3x_4x_5 - 15.798x_4^2x_5 + 0.746x_5^2 + 15.116x_1x_5^2 + 3.124x_2x_5^2 + 42.864x_3x_5^2 + 10.338x_4x_5^2 + 3.943x_5^3 - 68.695x_6 + 80.839x_1x_6 - 24.145x_1^2x_6 + 12.299x_2x_6 + 5.025x_1x_2x_6 + 2.264x_2^2x_6 - 55.317x_3x_6 + 2.962x_1x_3x_6 + 18.794x_2x_3x_6 - 6.574x_2^2x_6 + 23.490x_4x_6 + 4.566x_1x_4x_6 + 5.135x_2x_4x_6 + 4.059x_3x_4x_6 - 2.868x_4^2x_6 + 11.390x_5x_6 - 6.681x_1x_5x_6 - 1.825x_2x_5x_6 - 0.563x_3x_5x_6 + 2.416x_4x_5x_6 - 2.518x_5^2x_6 + 1.052x_6^2 - 0.341x_1x_6^2 - 1.123x_2x_6^2 + 0.932x_3x_6^2 - 0.664x_4x_6^2 - 0.295x_5x_6^2 - 0.083x_6^3}$
FOTN	$59.382 + 10.340\text{Cos}[x_1] + 3.449\text{Cos}[x_2] - 1.432\text{Cos}[x_3] + 2.481\text{Cos}[x_4] + 1.358\text{Cos}[x_5] + 0.039\text{Cos}[x_6] + 21.104\text{Sin}[x_1] - 5.589\text{Sin}[x_2] + 13.916\text{Sin}[x_3] + 1.781\text{Sin}[x_4] + 0.809\text{Sin}[x_5] + 0.082\text{Sin}[x_6]$
FOTNR	$\frac{(15.128 + 18.151\text{Cos}[x_1] + 40.789\text{Cos}[x_2] - 70.928\text{Cos}[x_3] - 1.542\text{Cos}[x_4] - 13.829\text{Cos}[x_5] + 9.247\text{Cos}[x_6] + 58.501\text{Sin}[x_1] - 38.502\text{Sin}[x_2] + 40.948\text{Sin}[x_3] - 7.431\text{Sin}[x_4] + 13.212\text{Sin}[x_5] - 2.851\text{Sin}[x_6])}{(0.280 + 0.122\text{Cos}[x_1] + 0.427\text{Cos}[x_2] - 0.730\text{Cos}[x_3] - 0.041\text{Cos}[x_4] - 0.161\text{Cos}[x_5] + 0.102\text{Cos}[x_6] + 0.487\text{Sin}[x_1] - 0.359\text{Sin}[x_2] + 0.469\text{Sin}[x_3] - 0.125\text{Sin}[x_4] + 0.140\text{Sin}[x_5] - 0.033\text{Sin}[x_6])}$
SOTN	$74.691 - 288.534\text{Cos}[x_1] - 193.450\text{Cos}[x_1]^2 + 10.589\text{Cos}[x_2] + 41.619\text{Cos}[x_2]^2 + 99.522\text{Cos}[x_3] + 36.990\text{Cos}[x_1]\text{Cos}[x_3] + 5.655\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_3] + 140.268\text{Cos}[x_3]^2 + 20.571\text{Cos}[x_4] + 0.880\text{Cos}[x_2]\text{Cos}[x_4] + 64.206\text{Cos}[x_4]^2 - 63.044\text{Cos}[x_5] + 45.745\text{Cos}[x_5]^2 + 1.621\text{Cos}[x_6] + 36.057\text{Cos}[x_6]^2 - 979.897\text{Sin}[x_1] + 263.152\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_1] - 7.613\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_1] + 92.294\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_1] - 10.724\text{Cos}[x_4]\text{Sin}[x_1] + 45.966\text{Cos}[x_5]\text{Sin}[x_1] + 3.400\text{Cos}[x_6]\text{Sin}[x_1] + 280.355\text{Sin}[x_1]^2 + 41.110\text{Sin}[x_2]^2 + 565.733\text{Sin}[x_3] + 25.349\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_3] - 2.281\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_3] - 189.384\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_3] - 8.311\text{Cos}[x_4]\text{Sin}[x_3] + 27.491\text{Cos}[x_5]\text{Sin}[x_3] - 5.176\text{Cos}[x_6]\text{Sin}[x_3] - 77.457\text{Sin}[x_3]^2 + 102.473\text{Sin}[x_4] + 11.227\text{Sin}[x_4]^2 + 1.129\text{Sin}[x_5] + 42.551\text{Sin}[x_5]^2 + 33.507\text{Sin}[x_6] + 0.935\text{Cos}[x_1]\text{Sin}[x_6] - 0.748\text{Cos}[x_2]\text{Sin}[x_6] - 6.071\text{Cos}[x_3]\text{Sin}[x_6] - 1.293\text{Cos}[x_4]\text{Sin}[x_6] - 1.395\text{Cos}[x_5]\text{Sin}[x_6] - 0.242\text{Cos}[x_6]\text{Sin}[x_6] - 0.577\text{Sin}[x_1]\text{Sin}[x_6] - 12.755\text{Sin}[x_2]\text{Sin}[x_6] - 17.112\text{Sin}[x_3]\text{Sin}[x_6] - 3.741\text{Sin}[x_4]\text{Sin}[x_6] + 0.230\text{Sin}[x_5]\text{Sin}[x_6] + 35.863\text{Sin}[x_6]^2$
FOLN	$100.408 - 5.10259\text{Log}[x_1] - 5.01257\text{Log}[x_2] + 7.27561\text{Log}[x_3] - 2.88494\text{Log}[x_4] - 3.42764\text{Log}[x_5] - 0.907352\text{Log}[x_6]$
FOLNR	$-457.926 + 1129.160\text{Log}[x_1] + 250.311\text{Log}[x_2] - 567.336\text{Log}[x_3] + 55.789\text{Log}[x_4] + 135.374\text{Log}[x_5] - 210.170\text{Log}[x_6]$
SOLN	$113.213 + 49.015\text{Log}[x_1] - 22.758\text{Log}[x_1]^2 + 69.338\text{Log}[x_2] + 0.803\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_2] - 1.425\text{Log}[x_2]^2 - 13.125\text{Log}[x_3] - 0.813\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_3] + 9.933\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_3] - 5.496\text{Log}[x_3]^2 + 3.492\text{Log}[x_4] + 5.613\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_4] + 1.908\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_4] + 2.128\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_4] - 4.734\text{Log}[x_4]^2 + 25.590\text{Log}[x_5] - 11.964\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_5] - 14.567\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_5] + 3.455\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_5] - 4.120\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_5] - 0.427\text{Log}[x_5]^2 - 28.243\text{Log}[x_6] - 8.844\text{Log}[x_1]\text{Log}[x_6] - 16.714\text{Log}[x_2]\text{Log}[x_6] + 3.934\text{Log}[x_3]\text{Log}[x_6] - 0.437\text{Log}[x_4]\text{Log}[x_6] - 4.805\text{Log}[x_5]\text{Log}[x_6] + 5.640\text{Log}[x_6]^2$

Tablo A.25: İki farklı veri ayırma yöntemi için NRM ve SNRM kullanılarak elde edilen modelleri (Tablo 7.3 ile ilgili)

Veri ayırma	Modelleme metot	Model
Eğitim-Test	NRM	$ \begin{aligned} &187.200 - 355.232\cos[x_1] - 418.079\cos[x_1]^2 - \\ &43.855\cos[x_2] + 198.075\cos[x_2]^2 - 103.864\cos[x_3] + \\ &46.847\cos[x_1]\cos[x_3] + 17.074\cos[x_2]\cos[x_3] + \\ &100.964\cos[x_3]^2 + 12.849\cos[x_4] + 0.143\cos[x_2]\cos[x_4] + \\ &234.900\cos[x_4]^2 - 78.045\cos[x_5] + 223.558\cos[x_5]^2 + \\ &4.916\cos[x_6] + 250.406\cos[x_6]^2 - 1385.570\sin[x_1] + \\ &364.990\cos[x_1]\sin[x_1] + 2.413\cos[x_2]\sin[x_1] + \\ &165.522\cos[x_3]\sin[x_1] - 9.238\cos[x_4]\sin[x_1] + \\ &41.584\cos[x_5]\sin[x_1] + 2.780\cos[x_6]\sin[x_1] + \\ &235.064\sin[x_1]^2 + 195.630\sin[x_2]^2 - 113.911\sin[x_3] - \\ &12.651\cos[x_1]\sin[x_3] + 42.406\cos[x_2]\sin[x_3] - \\ &50.038\cos[x_3]\sin[x_3] - 0.946\cos[x_4]\sin[x_3] + \\ &47.408\cos[x_5]\sin[x_3] - 8.057\cos[x_6]\sin[x_3] + \\ &237.883\sin[x_3]^2 + 65.832\sin[x_4] + 203.085\sin[x_4]^2 + \\ &1.215\sin[x_5] + 220.636\sin[x_5]^2 + 27.716\sin[x_6] - \\ &1.746\cos[x_1]\sin[x_6] + 0.740\cos[x_2]\sin[x_6] - \\ &8.374\cos[x_3]\sin[x_6] - 0.293\cos[x_4]\sin[x_6] - \\ &1.713\cos[x_5]\sin[x_6] - 0.311\cos[x_6]\sin[x_6] - \\ &8.100\sin[x_1]\sin[x_6] - 5.249\sin[x_2]\sin[x_6] - \\ &23.326\sin[x_3]\sin[x_6] + 8.941\sin[x_4]\sin[x_6] + \\ &0.475\sin[x_5]\sin[x_6] + 249.910\sin[x_6]^2 \end{aligned} $
	SNRM	$ \begin{aligned} &187.200 - 355.232\cos[x_1] - 418.079\cos[x_1]^2 - \\ &43.855\cos[x_2] + 198.075\cos[x_2]^2 - 103.864\cos[x_3] + \\ &46.847\cos[x_1]\cos[x_3] + 17.074\cos[x_2]\cos[x_3] + \\ &100.964\cos[x_3]^2 + 12.849\cos[x_4] + 0.143\cos[x_2]\cos[x_4] + \\ &234.900\cos[x_4]^2 - 78.045\cos[x_5] + 223.558\cos[x_5]^2 + \\ &4.916\cos[x_6] + 250.406\cos[x_6]^2 - 1385.570\sin[x_1] + \\ &364.990\cos[x_1]\sin[x_1] + 2.413\cos[x_2]\sin[x_1] + \\ &165.522\cos[x_3]\sin[x_1] - 9.238\cos[x_4]\sin[x_1] + \\ &41.584\cos[x_5]\sin[x_1] + 2.780\cos[x_6]\sin[x_1] + \\ &235.064\sin[x_1]^2 + 195.630\sin[x_2]^2 - 113.911\sin[x_3] - \\ &12.651\cos[x_1]\sin[x_3] + 42.406\cos[x_2]\sin[x_3] - \\ &50.038\cos[x_3]\sin[x_3] - 0.946\cos[x_4]\sin[x_3] + \\ &47.408\cos[x_5]\sin[x_3] - 8.057\cos[x_6]\sin[x_3] + \\ &237.883\sin[x_3]^2 + 65.832\sin[x_4] + 203.085\sin[x_4]^2 + \\ &1.215\sin[x_5] + 220.636\sin[x_5]^2 + 27.716\sin[x_6] - \\ &1.746\cos[x_1]\sin[x_6] + 0.740\cos[x_2]\sin[x_6] - \\ &8.374\cos[x_3]\sin[x_6] - 0.293\cos[x_4]\sin[x_6] - \\ &1.713\cos[x_5]\sin[x_6] - 0.311\cos[x_6]\sin[x_6] - \\ &8.100\sin[x_1]\sin[x_6] - 5.249\sin[x_2]\sin[x_6] - \\ &23.326\sin[x_3]\sin[x_6] + 8.941\sin[x_4]\sin[x_6] + \\ &0.475\sin[x_5]\sin[x_6] + 249.910\sin[x_6]^2 \end{aligned} $
Eğitim-Test-Doğrulama	NRM	$ \begin{aligned} &8.690 - 8.633\cos[x_1] + 1.357\cos[x_1]^2 - 9.100\cos[x_2] - \\ &9.668\cos[x_1]\cos[x_2] - 11.298\cos[x_2]^2 + 6.384\cos[x_3] - \\ &19.877\cos[x_1]\cos[x_3] + 7.568\cos[x_2]\cos[x_3] + \\ &46.835\cos[x_3]^2 + 6.727\sin[x_1] + 3.746\cos[x_1]\sin[x_1] + \\ &1.294\cos[x_2]\sin[x_1] + 20.612\cos[x_3]\sin[x_1] + 7.633\sin[x_1]^2 - \\ &1.697\sin[x_2] - 3.940\cos[x_1]\sin[x_2] + 2.003\cos[x_2]\sin[x_2] + \\ &7.464\cos[x_3]\sin[x_2] - 0.955\sin[x_1]\sin[x_2] - 5.556\sin[x_2]^2 + \\ &22.573\sin[x_3] + 0.256\cos[x_1]\sin[x_3] + 1.246\cos[x_2]\sin[x_3] - \\ &0.863\cos[x_3]\sin[x_3] - 3.672\sin[x_1]\sin[x_3] - \\ &1.195\sin[x_2]\sin[x_3] + 1.345\sin[x_3]^2 \end{aligned} $

---

SNRM

$$\begin{aligned}
& 74.691 - 288.534\cos[x_1] - 193.450\cos[x_1]^2 + \\
& 10.589\cos[x_2] + 41.619\cos[x_2]^2 + 99.522\cos[x_3] + \\
& 36.990\cos[x_1]\cos[x_3] + 5.655\cos[x_2]\cos[x_3] + \\
& 140.268\cos[x_3]^2 + 20.571\cos[x_4] + 0.880\cos[x_2]\cos[x_4] + \\
& 64.206\cos[x_4]^2 - 63.044\cos[x_5] + 45.745\cos[x_5]^2 + \\
& 1.621\cos[x_6] + 36.057\cos[x_6]^2 - 979.897\sin[x_1] + \\
& 263.152\cos[x_1]\sin[x_1] - 7.613\cos[x_2]\sin[x_1] + \\
& 92.294\cos[x_3]\sin[x_1] - 10.724\cos[x_4]\sin[x_1] + \\
& 45.966\cos[x_5]\sin[x_1] + 3.400\cos[x_6]\sin[x_1] + \\
& 280.355\sin[x_1]^2 + 41.110\sin[x_2]^2 + 565.733\sin[x_3] + \\
& 25.349\cos[x_1]\sin[x_3] - 2.281\cos[x_2]\sin[x_3] - \\
& 189.384\cos[x_3]\sin[x_3] - 8.311\cos[x_4]\sin[x_3] + \\
& 27.491\cos[x_5]\sin[x_3] - 5.176\cos[x_6]\sin[x_3] - \\
& 77.457\sin[x_3]^2 + 102.473\sin[x_4] + 11.227\sin[x_4]^2 + \\
& 1.129\sin[x_5] + 42.551\sin[x_5]^2 + 33.507\sin[x_6] + \\
& 0.935\cos[x_1]\sin[x_6] - 0.748\cos[x_2]\sin[x_6] - \\
& 6.071\cos[x_3]\sin[x_6] - 1.293\cos[x_4]\sin[x_6] - \\
& 1.395\cos[x_5]\sin[x_6] - 0.242\cos[x_6]\sin[x_6] - \\
& 0.577\sin[x_1]\sin[x_6] - 12.755\sin[x_2]\sin[x_6] - \\
& 17.112\sin[x_3]\sin[x_6] - 3.741\sin[x_4]\sin[x_6] + \\
& 0.230\sin[x_5]\sin[x_6] + 35.863\sin[x_6]^2
\end{aligned}$$


---

(\*Tablo A.26:Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller ((80 Eğitim-15 Test-5 Doğrulama) (Tablo 7.4 ile ilgili)\*)

(\*NRM Modeller\*)

(\*1\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 259.596 - 520.513 \cos[x_1] - 513.732 \cos[x_1]^2 - 45.462 \cos[x_2] + 275.590 \cos[x_2]^2 - 28.827 \cos[x_3] + \\
& 9.342 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.782 \cos[x_2] \cos[x_3] + 101.404 \cos[x_3]^2 + 28.446 \cos[x_4] + \\
& 5.112 \cos[x_2] \cos[x_4] + 323.565 \cos[x_4]^2 - 64.141 \cos[x_5] + 314.768 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.603 \cos[x_6] + 356.394 \cos[x_6]^2 - 1831.991 \sin[x_1] + 551.649 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 9.048 \cos[x_2] \sin[x_1] + 71.476 \cos[x_3] \sin[x_1] - 10.046 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 31.878 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.881 \cos[x_6] \sin[x_1] + 316.297 \sin[x_1]^2 + 271.274 \sin[x_2]^2 - \\
& 280.423 \sin[x_3] - 36.804 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.850 \cos[x_2] \sin[x_3] - 20.924 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 17.304 \cos[x_4] \sin[x_3] + 50.983 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.030 \cos[x_6] \sin[x_3] + 332.424 \sin[x_3]^2 + \\
& 87.398 \sin[x_4] + 280.356 \sin[x_4]^2 + 1.055 \sin[x_5] + 307.804 \sin[x_5]^2 + 19.943 \sin[x_6] + \\
& 2.153 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.280 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.850 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.288 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 0.725 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.446 \cos[x_6] \sin[x_6] + 2.112 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.589 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 30.497 \sin[x_3] \sin[x_6] + 15.235 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.315 \sin[x_5] \sin[x_6] + 355.622 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*2\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 453.081 - 467.818 \cos[x_1] - 300.362 \cos[x_1]^2 - 30.149 \cos[x_2] + 476.387 \cos[x_2]^2 - \\
& 716.987 \cos[x_3] + 47.881 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.861 \cos[x_2] \cos[x_3] - 349.444 \cos[x_3]^2 + \\
& 21.296 \cos[x_4] + 4.053 \cos[x_2] \cos[x_4] + 585.359 \cos[x_4]^2 - 89.783 \cos[x_5] + 550.306 \cos[x_5]^2 + \\
& 6.226 \cos[x_6] + 603.603 \cos[x_6]^2 - 1822.227 \sin[x_1] + 484.832 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 3.656 \cos[x_2] \sin[x_1] + 163.930 \cos[x_3] \sin[x_1] - 1.614 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 53.592 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.181 \cos[x_6] \sin[x_1] + 553.888 \sin[x_1]^2 + 474.540 \sin[x_2]^2 - \\
& 1967.542 \sin[x_3] - 24.258 \cos[x_1] \sin[x_3] + 35.632 \cos[x_2] \sin[x_3] + 542.958 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 18.060 \cos[x_4] \sin[x_3] + 54.455 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.858 \cos[x_6] \sin[x_3] + 589.291 \sin[x_3]^2 + \\
& 181.726 \sin[x_4] + 491.183 \sin[x_4]^2 + 1.247 \sin[x_5] + 544.076 \sin[x_5]^2 + 35.534 \sin[x_6] - \\
& 2.588 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.148 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.280 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.259 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.588 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.393 \cos[x_6] \sin[x_6] - 8.674 \sin[x_1] \sin[x_6] - 1.988 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 31.079 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.155 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.243 \sin[x_5] \sin[x_6] + 602.867 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*3\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 32.863 - 156.683 \cos[x_1] - 349.704 \cos[x_1]^2 + 20.271 \cos[x_2] + 34.256 \cos[x_2]^2 + 15.459 \cos[x_3] + \\
& 77.721 \cos[x_1] \cos[x_3] + 4.833 \cos[x_2] \cos[x_3] + 131.979 \cos[x_3]^2 - 45.961 \cos[x_4] + \\
& 0.041 \cos[x_2] \cos[x_4] + 161.079 \cos[x_4]^2 + 12.352 \cos[x_5] + 39.598 \cos[x_5]^2 + 3.420 \cos[x_6] + \\
& 45.561 \cos[x_6]^2 - 734.165 \sin[x_1] + 76.260 \cos[x_1] \sin[x_1] + 17.245 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 168.403 \cos[x_3] \sin[x_1] + 22.195 \cos[x_4] \sin[x_1] + 12.628 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 1.959 \cos[x_6] \sin[x_1] + 44.584 \sin[x_1]^2 + 34.505 \sin[x_2]^2 + 304.535 \sin[x_3] + \\
& 91.527 \cos[x_1] \sin[x_3] - 36.119 \cos[x_2] \sin[x_3] - 175.684 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 29.981 \cos[x_4] \sin[x_3] - 19.180 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.637 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.751 \sin[x_3]^2 + \\
& 252.259 \sin[x_4] + 35.005 \sin[x_4]^2 + 1.251 \sin[x_5] + 38.035 \sin[x_5]^2 + 71.331 \sin[x_6] - \\
& 10.147 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.242 \cos[x_2] \sin[x_6] - 15.141 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.187 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.878 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.344 \cos[x_6] \sin[x_6] - 35.984 \sin[x_1] \sin[x_6] - 9.774 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 38.737 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.541 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.276 \sin[x_5] \sin[x_6] + 44.995 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*4\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -179.109 + 126.940 \cos[x_1] - 155.675 \cos[x_1]^2 - 92.636 \cos[x_2] - 179.898 \cos[x_2]^2 + \\
& 377.115 \cos[x_3] + 75.539 \cos[x_1] \cos[x_3] + 25.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 283.157 \cos[x_3]^2 + \\
& 9.266 \cos[x_4] + 5.440 \cos[x_2] \cos[x_4] - 185.787 \cos[x_4]^2 + 69.563 \cos[x_5] - 215.466 \cos[x_5]^2 + \\
& 2.950 \cos[x_6] - 239.442 \cos[x_6]^2 + 140.511 \sin[x_1] - 102.861 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 24.846 \cos[x_2] \sin[x_1] + 284.666 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.725 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 10.241 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.348 \cos[x_6] \sin[x_1] - 213.738 \sin[x_1]^2 - 186.708 \sin[x_2]^2 + \\
& 1430.232 \sin[x_3] - 19.627 \cos[x_1] \sin[x_3] + 66.682 \cos[x_2] \sin[x_3] - 624.415 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.007 \cos[x_4] \sin[x_3] - 18.497 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.563 \cos[x_6] \sin[x_3] - 236.401 \sin[x_3]^2 + \\
& 22.092 \sin[x_4] - 194.308 \sin[x_4]^2 + 1.764 \sin[x_5] - 239.541 \sin[x_5]^2 + 66.235 \sin[x_6] - \\
& 6.445 \cos[x_1] \sin[x_6] - 1.554 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.701 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.004 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 2.303 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.460 \cos[x_6] \sin[x_6] - 25.942 \sin[x_1] \sin[x_6] - 17.245 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 28.676 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.766 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.562 \sin[x_5] \sin[x_6] - 240.158 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*5\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 132.796 - 478.908 \cos[x_1] - 913.668 \cos[x_1]^2 - 115.554 \cos[x_2] + 139.894 \cos[x_2]^2 + \\
& 339.238 \cos[x_3] + 20.699 \cos[x_1] \cos[x_3] + 37.535 \cos[x_2] \cos[x_3] + 616.114 \cos[x_3]^2 + \\
& 29.870 \cos[x_4] - 1.100 \cos[x_2] \cos[x_4] + 185.162 \cos[x_4]^2 - 59.641 \cos[x_5] + 160.166 \cos[x_5]^2 + \\
& 0.554 \cos[x_6] + 176.099 \cos[x_6]^2 - 2254.889 \sin[x_1] + 526.588 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 19.500 \cos[x_2] \sin[x_1] + 129.128 \cos[x_3] \sin[x_1] - 20.815 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 59.096 \cos[x_5] \sin[x_1] + 6.689 \cos[x_6] \sin[x_1] + 171.791 \sin[x_1]^2 + 138.754 \sin[x_2]^2 + \\
& 1205.944 \sin[x_3] - 44.713 \cos[x_1] \sin[x_3] + 94.122 \cos[x_2] \sin[x_3] - 447.013 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 8.106 \cos[x_4] \sin[x_3] + 21.672 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.386 \cos[x_6] \sin[x_3] + 154.445 \sin[x_3]^2 + \\
& 80.153 \sin[x_4] + 143.537 \sin[x_4]^2 + 1.164 \sin[x_5] + 150.543 \sin[x_5]^2 + 4.246 \sin[x_6] + \\
& 3.301 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.137 \cos[x_2] \sin[x_6] - 4.056 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.249 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 1.172 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_6] \sin[x_6] + 8.868 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.371 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 13.104 \sin[x_3] \sin[x_6] + 5.795 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.080 \sin[x_5] \sin[x_6] + 175.835 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*6\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 187.014 - 370.002 \cos[x_1] - 368.828 \cos[x_1]^2 - 31.334 \cos[x_2] + 199.727 \cos[x_2]^2 - \\
& 142.242 \cos[x_3] + 74.025 \cos[x_1] \cos[x_3] + 9.668 \cos[x_2] \cos[x_3] + 80.932 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.923 \cos[x_4] - 0.671 \cos[x_2] \cos[x_4] + 205.806 \cos[x_4]^2 - 69.750 \cos[x_5] + 224.385 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.194 \cos[x_6] + 251.784 \cos[x_6]^2 - 1277.350 \sin[x_1] + 328.575 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 9.755 \cos[x_2] \sin[x_1] + 196.329 \cos[x_3] \sin[x_1] - 2.801 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 36.167 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.101 \cos[x_6] \sin[x_1] + 232.408 \sin[x_1]^2 + 195.792 \sin[x_2]^2 - \\
& 168.112 \sin[x_3] + 35.822 \cos[x_1] \sin[x_3] + 24.084 \cos[x_2] \sin[x_3] - 47.973 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 0.965 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.636 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.662 \cos[x_6] \sin[x_3] + 238.569 \sin[x_3]^2 + \\
& 11.123 \sin[x_4] + 203.414 \sin[x_4]^2 + 0.915 \sin[x_5] + 222.026 \sin[x_5]^2 + 25.667 \sin[x_6] - \\
& 1.377 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.071 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.903 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.030 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.197 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.158 \cos[x_6] \sin[x_6] - 5.901 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.680 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 26.585 \sin[x_3] \sin[x_6] + 13.407 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.047 \sin[x_5] \sin[x_6] + 251.430 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*7\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 342.535 - 580.676 \cos[x_1] - 586.246 \cos[x_1]^2 - 58.582 \cos[x_2] + 359.698 \cos[x_2]^2 - \\
& 268.466 \cos[x_3] + 58.048 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.128 \cos[x_2] \cos[x_3] + 124.553 \cos[x_3]^2 + \\
& 27.163 \cos[x_4] + 6.660 \cos[x_2] \cos[x_4] + 395.463 \cos[x_4]^2 - 27.114 \cos[x_5] + 414.510 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.828 \cos[x_6] + 459.533 \cos[x_6]^2 - 2185.305 \sin[x_1] + 561.540 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 14.925 \cos[x_2] \sin[x_1] + 186.394 \cos[x_3] \sin[x_1] - 12.439 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 25.980 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.963 \cos[x_6] \sin[x_1] + 417.437 \sin[x_1]^2 + 357.597 \sin[x_2]^2 - \\
& 538.950 \sin[x_3] + 7.269 \cos[x_1] \sin[x_3] + 45.710 \cos[x_2] \sin[x_3] + 87.061 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 13.520 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.995 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.166 \cos[x_6] \sin[x_3] + 437.360 \sin[x_3]^2 + \\
& 53.985 \sin[x_4] + 368.385 \sin[x_4]^2 + 1.856 \sin[x_5] + 394.674 \sin[x_5]^2 + 19.640 \sin[x_6] - \\
& 0.319 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.242 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.101 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.522 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 3.107 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.396 \cos[x_6] \sin[x_6] - 4.314 \sin[x_1] \sin[x_6] + 0.673 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.397 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.740 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.485 \sin[x_5] \sin[x_6] + 458.897 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*8\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 133.381 - 655.681 \cos[x_1] - 993.521 \cos[x_1]^2 + 17.692 \cos[x_2] + 141.542 \cos[x_2]^2 + \\
& 459.771 \cos[x_3] + 52.534 \cos[x_1] \cos[x_3] + 1.815 \cos[x_2] \cos[x_3] + 773.791 \cos[x_3]^2 + \\
& 0.845 \cos[x_4] - 4.342 \cos[x_2] \cos[x_4] + 73.877 \cos[x_4]^2 - 97.579 \cos[x_5] + 162.591 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.826 \cos[x_6] + 179.780 \cos[x_6]^2 - 2469.675 \sin[x_1] + 606.264 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 5.939 \cos[x_2] \sin[x_1] + 117.107 \cos[x_3] \sin[x_1] - 13.478 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 34.761 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.145 \cos[x_6] \sin[x_1] + 174.527 \sin[x_1]^2 + 139.368 \sin[x_2]^2 + \\
& 1589.722 \sin[x_3] + 45.373 \cos[x_1] \sin[x_3] - 20.987 \cos[x_2] \sin[x_3] - 555.995 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 16.538 \cos[x_4] \sin[x_3] + 51.891 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.166 \cos[x_6] \sin[x_3] + 150.842 \sin[x_3]^2 - \\
& 128.602 \sin[x_4] + 145.149 \sin[x_4]^2 + 1.171 \sin[x_5] + 172.263 \sin[x_5]^2 - 18.751 \sin[x_6] + \\
& 0.873 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.474 \cos[x_2] \sin[x_6] - 2.237 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.754 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.822 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.435 \cos[x_6] \sin[x_6] + 0.219 \sin[x_1] \sin[x_6] - 2.672 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 1.851 \sin[x_3] \sin[x_6] + 20.056 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.689 \sin[x_5] \sin[x_6] + 179.698 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*9\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 214.219 - 496.828 \cos[x_1] - 607.884 \cos[x_1]^2 + 14.636 \cos[x_2] + 228.395 \cos[x_2]^2 - 9.040 \cos[x_3] + \\
& 52.724 \cos[x_1] \cos[x_3] - 4.239 \cos[x_2] \cos[x_3] + 186.940 \cos[x_3]^2 + 6.958 \cos[x_4] + \\
& 1.132 \cos[x_2] \cos[x_4] + 328.551 \cos[x_4]^2 - 41.316 \cos[x_5] + 260.935 \cos[x_5]^2 + \\
& 7.587 \cos[x_6] + 293.053 \cos[x_6]^2 - 1878.914 \sin[x_1] + 492.155 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 5.580 \cos[x_2] \sin[x_1] + 172.293 \cos[x_3] \sin[x_1] + 0.943 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 53.308 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.120 \cos[x_6] \sin[x_1] + 271.538 \sin[x_1]^2 + 224.300 \sin[x_2]^2 + \\
& 42.723 \sin[x_3] - 3.858 \cos[x_1] \sin[x_3] - 4.606 \cos[x_2] \sin[x_3] - 141.260 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 5.073 \cos[x_4] \sin[x_3] + 22.156 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.204 \cos[x_6] \sin[x_3] + 269.940 \sin[x_3]^2 + \\
& 194.188 \sin[x_4] + 229.819 \sin[x_4]^2 + 1.316 \sin[x_5] + 244.538 \sin[x_5]^2 + 15.128 \sin[x_6] + \\
& 2.703 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.713 \cos[x_2] \sin[x_6] - 12.447 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.528 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.748 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.231 \cos[x_6] \sin[x_6] + 9.504 \sin[x_1] \sin[x_6] + 2.307 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 37.313 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.545 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.546 \sin[x_5] \sin[x_6] + 292.478 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*10\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 180.615 - 201.960 \cos[x_1] - 347.966 \cos[x_1]^2 - 157.158 \cos[x_2] + 193.946 \cos[x_2]^2 - \\
& 161.279 \cos[x_3] + 14.721 \cos[x_1] \cos[x_3] + 61.860 \cos[x_2] \cos[x_3] + 90.116 \cos[x_3]^2 + \\
& 12.840 \cos[x_4] + 1.604 \cos[x_2] \cos[x_4] + 216.916 \cos[x_4]^2 - 7.940 \cos[x_5] + 215.514 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.730 \cos[x_6] + 241.232 \cos[x_6]^2 - 1260.534 \sin[x_1] + 290.684 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 2.429 \cos[x_2] \sin[x_1] + 172.717 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.105 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 26.202 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.439 \cos[x_6] \sin[x_1] + 223.960 \sin[x_1]^2 + 188.959 \sin[x_2]^2 - \\
& 154.546 \sin[x_3] - 83.916 \cos[x_1] \sin[x_3] + 146.457 \cos[x_2] \sin[x_3] - 3.381 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.520 \cos[x_4] \sin[x_3] + 51.455 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.430 \cos[x_6] \sin[x_3] + 230.355 \sin[x_3]^2 + \\
& 44.238 \sin[x_4] + 195.977 \sin[x_4]^2 + 1.098 \sin[x_5] + 206.815 \sin[x_5]^2 - 9.360 \sin[x_6] + \\
& 1.223 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.561 \cos[x_2] \sin[x_6] - 0.053 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.204 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 4.074 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.528 \cos[x_6] \sin[x_6] - 0.012 \sin[x_1] \sin[x_6] - 2.651 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 3.175 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.801 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.163 \sin[x_5] \sin[x_6] + 240.735 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*11\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -132.654 + 774.329 \cos[x_1] + 894.854 \cos[x_1]^2 - 153.212 \cos[x_2] - 136.330 \cos[x_2]^2 - \\
& 1133.252 \cos[x_3] + 167.660 \cos[x_1] \cos[x_3] + 75.600 \cos[x_2] \cos[x_3] - 830.413 \cos[x_3]^2 + \\
& 22.966 \cos[x_4] - 7.039 \cos[x_2] \cos[x_4] + 40.579 \cos[x_4]^2 - 63.638 \cos[x_5] - 160.366 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.849 \cos[x_6] - 181.849 \cos[x_6]^2 + 2355.862 \sin[x_1] - 804.463 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 20.808 \cos[x_2] \sin[x_1] + 625.246 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.336 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 40.431 \cos[x_5] \sin[x_1] + 5.979 \cos[x_6] \sin[x_1] - 170.497 \sin[x_1]^2 - 138.391 \sin[x_2]^2 - \\
& 1529.374 \sin[x_3] + 19.654 \cos[x_1] \sin[x_3] + 161.510 \cos[x_2] \sin[x_3] + 469.979 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 20.672 \cos[x_4] \sin[x_3] + 23.177 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.204 \cos[x_6] \sin[x_3] - 149.309 \sin[x_3]^2 + \\
& 344.271 \sin[x_4] - 143.128 \sin[x_4]^2 + 0.338 \sin[x_5] - 156.522 \sin[x_5]^2 + 48.133 \sin[x_6] + \\
& 0.627 \cos[x_1] \sin[x_6] - 1.575 \cos[x_2] \sin[x_6] - 15.591 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.956 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.898 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.200 \cos[x_6] \sin[x_6] - 6.459 \sin[x_1] \sin[x_6] - 0.650 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 47.936 \sin[x_3] \sin[x_6] + 5.908 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.764 \sin[x_5] \sin[x_6] - 182.229 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*12\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 157.820 - 224.464 \cos[x_1] - 335.525 \cos[x_1]^2 - 111.673 \cos[x_2] + 167.917 \cos[x_2]^2 - \\
& 111.111 \cos[x_3] + 43.705 \cos[x_1] \cos[x_3] + 38.431 \cos[x_2] \cos[x_3] + 40.910 \cos[x_3]^2 + \\
& 20.981 \cos[x_4] - 3.538 \cos[x_2] \cos[x_4] + 230.651 \cos[x_4]^2 - 23.859 \cos[x_5] + 189.937 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.166 \cos[x_6] + 217.096 \cos[x_6]^2 - 1128.858 \sin[x_1] + 255.478 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 4.329 \cos[x_2] \sin[x_1] + 161.406 \cos[x_3] \sin[x_1] - 12.261 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 3.109 \cos[x_5] \sin[x_1] + 7.040 \cos[x_6] \sin[x_1] + 194.512 \sin[x_1]^2 + 164.933 \sin[x_2]^2 - \\
& 173.612 \sin[x_3] - 29.955 \cos[x_1] \sin[x_3] + 114.343 \cos[x_2] \sin[x_3] - 41.541 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 6.908 \cos[x_4] \sin[x_3] + 50.382 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.506 \cos[x_6] \sin[x_3] + 205.301 \sin[x_3]^2 + \\
& 113.765 \sin[x_4] + 171.072 \sin[x_4]^2 + 1.105 \sin[x_5] + 179.198 \sin[x_5]^2 + 37.233 \sin[x_6] - \\
& 1.604 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.829 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.922 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.702 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.865 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.298 \cos[x_6] \sin[x_6] - 6.598 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.977 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 34.162 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.615 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.558 \sin[x_5] \sin[x_6] + 216.777 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



(\*13\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 525.339 - 751.233 \cos[x_1] - 610.608 \cos[x_1]^2 + 93.513 \cos[x_2] + 548.508 \cos[x_2]^2 - \\
& 715.810 \cos[x_3] + 78.997 \cos[x_1] \cos[x_3] - 23.884 \cos[x_2] \cos[x_3] - 30.129 \cos[x_3]^2 - \\
& 4.554 \cos[x_4] - 3.826 \cos[x_2] \cos[x_4] + 562.686 \cos[x_4]^2 - 114.243 \cos[x_5] + 634.611 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.696 \cos[x_6] + 714.610 \cos[x_6]^2 - 2658.311 \sin[x_1] + 680.935 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.329 \cos[x_2] \sin[x_1] + 212.029 \cos[x_3] \sin[x_1] + 0.966 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 63.746 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.666 \cos[x_6] \sin[x_1] + 631.528 \sin[x_1]^2 + 547.648 \sin[x_2]^2 - \\
& 1529.232 \sin[x_3] + 55.603 \cos[x_1] \sin[x_3] - 92.615 \cos[x_2] \sin[x_3] + 482.282 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 7.920 \cos[x_4] \sin[x_3] + 69.999 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.801 \cos[x_6] \sin[x_3] + 678.034 \sin[x_3]^2 - \\
& 4.528 \sin[x_4] + 570.524 \sin[x_4]^2 + 1.339 \sin[x_5] + 627.938 \sin[x_5]^2 - 31.808 \sin[x_6] + \\
& 0.031 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.788 \cos[x_2] \sin[x_6] + 3.592 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.841 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.452 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.387 \cos[x_6] \sin[x_6] - 0.909 \sin[x_1] \sin[x_6] + 3.933 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 7.215 \sin[x_3] \sin[x_6] + 18.630 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.016 \sin[x_5] \sin[x_6] + 714.326 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*14\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 371.546 - 72.755 \cos[x_1] - 53.258 \cos[x_1]^2 - 157.037 \cos[x_2] + 389.693 \cos[x_2]^2 - 855.719 \cos[x_3] + \\
& 21.167 \cos[x_1] \cos[x_3] + 52.913 \cos[x_2] \cos[x_3] - 439.345 \cos[x_3]^2 + 5.302 \cos[x_4] - \\
& 0.408 \cos[x_2] \cos[x_4] + 436.706 \cos[x_4]^2 - 93.263 \cos[x_5] + 451.921 \cos[x_5]^2 + 3.508 \cos[x_6] + \\
& 504.156 \cos[x_6]^2 - 1023.704 \sin[x_1] + 224.783 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.000 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 228.535 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.181 \cos[x_4] \sin[x_1] + 56.988 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.926 \cos[x_6] \sin[x_1] + 452.099 \sin[x_1]^2 + 385.808 \sin[x_2]^2 - 2022.640 \sin[x_3] - \\
& 147.738 \cos[x_1] \sin[x_3] + 143.494 \cos[x_2] \sin[x_3] + 611.941 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 5.251 \cos[x_4] \sin[x_3] + 31.336 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.717 \cos[x_6] \sin[x_3] + 491.572 \sin[x_3]^2 + \\
& 72.330 \sin[x_4] + 401.365 \sin[x_4]^2 + 1.269 \sin[x_5] + 457.575 \sin[x_5]^2 + 41.514 \sin[x_6] - \\
& 3.826 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.678 \cos[x_2] \sin[x_6] - 13.002 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.737 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.631 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.276 \cos[x_6] \sin[x_6] - 12.487 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.833 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 38.090 \sin[x_3] \sin[x_6] + 15.019 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.807 \sin[x_5] \sin[x_6] + 503.761 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*15\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 137.756 - 545.943 \cos[x_1] - 857.371 \cos[x_1]^2 - 60.810 \cos[x_2] + 145.822 \cos[x_2]^2 + \\
& 368.955 \cos[x_3] + 37.634 \cos[x_1] \cos[x_3] + 22.621 \cos[x_2] \cos[x_3] + 608.951 \cos[x_3]^2 + \\
& 20.041 \cos[x_4] - 0.651 \cos[x_2] \cos[x_4] + 135.986 \cos[x_4]^2 - 36.172 \cos[x_5] + 168.433 \cos[x_5]^2 + \\
& 1.861 \cos[x_6] + 186.042 \cos[x_6]^2 - 2205.490 \sin[x_1] + 549.720 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 9.048 \cos[x_2] \sin[x_1] + 128.753 \cos[x_3] \sin[x_1] - 32.425 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 24.536 \cos[x_5] \sin[x_1] + 7.782 \cos[x_6] \sin[x_1] + 178.001 \sin[x_1]^2 + 143.887 \sin[x_2]^2 + \\
& 1217.361 \sin[x_3] - 5.776 \cos[x_1] \sin[x_3] + 51.226 \cos[x_2] \sin[x_3] - 472.497 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 14.696 \cos[x_4] \sin[x_3] + 37.812 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.877 \cos[x_6] \sin[x_3] + 161.290 \sin[x_3]^2 - \\
& 22.866 \sin[x_4] + 149.216 \sin[x_4]^2 + 2.199 \sin[x_5] + 154.195 \sin[x_5]^2 + 24.122 \sin[x_6] - \\
& 1.105 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.086 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.574 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.308 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 2.814 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.362 \cos[x_6] \sin[x_6] - 6.051 \sin[x_1] \sin[x_6] - 1.645 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.776 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.162 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.014 \sin[x_5] \sin[x_6] + 185.717 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*16\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 347.315 - 417.912 \cos[x_1] - 400.499 \cos[x_1]^2 - 28.851 \cos[x_2] + 364.569 \cos[x_2]^2 - \\
& 448.957 \cos[x_3] + 28.340 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.294 \cos[x_2] \cos[x_3] - 49.589 \cos[x_3]^2 + \\
& 22.055 \cos[x_4] + 0.387 \cos[x_2] \cos[x_4] + 385.910 \cos[x_4]^2 - 90.307 \cos[x_5] + 421.971 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.057 \cos[x_6] + 466.989 \cos[x_6]^2 - 1741.228 \sin[x_1] + 461.853 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 8.544 \cos[x_2] \sin[x_1] + 142.454 \cos[x_3] \sin[x_1] - 15.769 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 58.913 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.629 \cos[x_6] \sin[x_1] + 422.746 \sin[x_1]^2 + 362.304 \sin[x_2]^2 - \\
& 1026.872 \sin[x_3] - 47.039 \cos[x_1] \sin[x_3] + 36.958 \cos[x_2] \sin[x_3] + 299.714 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.964 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.834 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.984 \cos[x_6] \sin[x_3] + 448.708 \sin[x_3]^2 + \\
& 23.227 \sin[x_4] + 376.962 \sin[x_4]^2 + 1.274 \sin[x_5] + 418.019 \sin[x_5]^2 + 11.917 \sin[x_6] - \\
& 0.047 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.534 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.283 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.080 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.599 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.318 \cos[x_6] \sin[x_6] + 0.114 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.142 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 19.679 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.258 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.935 \sin[x_5] \sin[x_6] + 466.416 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*17\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 229.030 - 568.620 \cos[x_1] - 403.434 \cos[x_1]^2 + 22.348 \cos[x_2] + 242.100 \cos[x_2]^2 - \\
& 306.747 \cos[x_3] + 111.663 \cos[x_1] \cos[x_3] + 2.164 \cos[x_2] \cos[x_3] + 148.146 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.400 \cos[x_4] + 2.036 \cos[x_2] \cos[x_4] + 238.025 \cos[x_4]^2 - 41.101 \cos[x_5] + 282.302 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.418 \cos[x_6] + 312.077 \cos[x_6]^2 - 1483.095 \sin[x_1] + 385.073 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 5.622 \cos[x_2] \sin[x_1] + 209.843 \cos[x_3] \sin[x_1] - 15.706 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 23.537 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.482 \cos[x_6] \sin[x_1] + 280.717 \sin[x_1]^2 + 239.837 \sin[x_2]^2 - \\
& 282.906 \sin[x_3] + 169.802 \cos[x_1] \sin[x_3] - 15.215 \cos[x_2] \sin[x_3] + 82.558 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 13.130 \cos[x_4] \sin[x_3] + 32.753 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.327 \cos[x_6] \sin[x_3] + 289.053 \sin[x_3]^2 - \\
& 8.656 \sin[x_4] + 248.025 \sin[x_4]^2 + 1.073 \sin[x_5] + 276.558 \sin[x_5]^2 + 16.251 \sin[x_6] + \\
& 1.071 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.606 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.512 \cos[x_3] \sin[x_6] + 2.556 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.367 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.227 \cos[x_6] \sin[x_6] - 1.980 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.307 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 30.454 \sin[x_3] \sin[x_6] + 20.310 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.484 \sin[x_5] \sin[x_6] + 311.479 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*18\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 666.180 - 344.548 \cos[x_1] + 292.899 \cos[x_1]^2 + 125.870 \cos[x_2] + 699.000 \cos[x_2]^2 - \\
& 1908.801 \cos[x_3] + 137.745 \cos[x_1] \cos[x_3] - 28.982 \cos[x_2] \cos[x_3] - 1012.112 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.990 \cos[x_4] - 1.377 \cos[x_2] \cos[x_4] + 794.442 \cos[x_4]^2 - 59.303 \cos[x_5] + 802.032 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.420 \cos[x_6] + 921.581 \cos[x_6]^2 - 1170.660 \sin[x_1] + 255.120 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 15.822 \cos[x_2] \sin[x_1] + 426.860 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.245 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 11.780 \cos[x_5] \sin[x_1] + 0.995 \cos[x_6] \sin[x_1] + 791.649 \sin[x_1]^2 + 696.756 \sin[x_2]^2 - \\
& 4341.122 \sin[x_3] + 63.017 \cos[x_1] \sin[x_3] - 103.169 \cos[x_2] \sin[x_3] + 1414.867 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.648 \cos[x_4] \sin[x_3] + 106.692 \cos[x_5] \sin[x_3] - 4.759 \cos[x_6] \sin[x_3] + 901.243 \sin[x_3]^2 + \\
& 143.304 \sin[x_4] + 719.765 \sin[x_4]^2 + 1.226 \sin[x_5] + 786.124 \sin[x_5]^2 - 25.239 \sin[x_6] - \\
& 1.990 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.563 \cos[x_2] \sin[x_6] + 7.131 \cos[x_3] \sin[x_6] + 1.228 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 4.766 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.216 \cos[x_6] \sin[x_6] - 10.191 \sin[x_1] \sin[x_6] + 6.443 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 8.333 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.219 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.432 \sin[x_5] \sin[x_6] + 920.897 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*19\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 296.239 - 278.280 \cos[x_1] - 181.942 \cos[x_1]^2 - 30.623 \cos[x_2] + 312.717 \cos[x_2]^2 - \\
& 497.619 \cos[x_3] + 41.939 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.725 \cos[x_2] \cos[x_3] - 190.745 \cos[x_3]^2 + \\
& 20.942 \cos[x_4] + 1.406 \cos[x_2] \cos[x_4] + 311.209 \cos[x_4]^2 - 77.595 \cos[x_5] + 362.563 \cos[x_5]^2 + \\
& 6.377 \cos[x_6] + 396.728 \cos[x_6]^2 - 1132.048 \sin[x_1] + 298.711 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 8.765 \cos[x_2] \sin[x_1] + 162.288 \cos[x_3] \sin[x_1] - 12.061 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 44.164 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.610 \cos[x_6] \sin[x_1] + 357.768 \sin[x_1]^2 + 309.152 \sin[x_2]^2 - \\
& 1180.422 \sin[x_3] - 21.261 \cos[x_1] \sin[x_3] + 23.759 \cos[x_2] \sin[x_3] + 331.103 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 6.437 \cos[x_4] \sin[x_3] + 53.671 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.452 \cos[x_6] \sin[x_3] + 390.116 \sin[x_3]^2 - \\
& 10.783 \sin[x_4] + 319.948 \sin[x_4]^2 + 1.205 \sin[x_5] + 354.621 \sin[x_5]^2 + 18.042 \sin[x_6] - \\
& 4.078 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.654 \cos[x_2] \sin[x_6] - 3.798 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.718 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.573 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.392 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.615 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.717 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 13.140 \sin[x_3] \sin[x_6] + 15.820 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.666 \sin[x_5] \sin[x_6] + 395.965 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*20\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 505.095 - 120.186 \cos[x_1] + 159.981 \cos[x_1]^2 - 245.166 \cos[x_2] + 530.943 \cos[x_2]^2 - \\
& 1318.046 \cos[x_3] + 78.507 \cos[x_1] \cos[x_3] + 72.890 \cos[x_2] \cos[x_3] - 826.232 \cos[x_3]^2 - \\
& 2.703 \cos[x_4] + 5.027 \cos[x_2] \cos[x_4] + 658.418 \cos[x_4]^2 - 41.849 \cos[x_5] + 610.847 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.190 \cos[x_6] + 683.174 \cos[x_6]^2 - 935.393 \sin[x_1] + 186.028 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 1.936 \cos[x_2] \sin[x_1] + 293.344 \cos[x_3] \sin[x_1] + 3.196 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 25.306 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.607 \cos[x_6] \sin[x_1] + 609.435 \sin[x_1]^2 + 527.835 \sin[x_2]^2 - \\
& 3319.803 \sin[x_3] - 69.049 \cos[x_1] \sin[x_3] + 236.323 \cos[x_2] \sin[x_3] + 984.270 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 2.575 \cos[x_4] \sin[x_3] + 33.898 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.078 \cos[x_6] \sin[x_3] + 667.569 \sin[x_3]^2 + \\
& 214.086 \sin[x_4] + 546.563 \sin[x_4]^2 + 1.028 \sin[x_5] + 603.767 \sin[x_5]^2 + 72.700 \sin[x_6] - \\
& 5.269 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.930 \cos[x_2] \sin[x_6] - 16.328 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.515 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.144 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.349 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.010 \sin[x_1] \sin[x_6] - 2.329 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 54.264 \sin[x_3] \sin[x_6] + 3.994 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.083 \sin[x_5] \sin[x_6] + 682.612 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*SNRM Modeller\*)

(\*1\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*2\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*3\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 60.381 - 119.991 \cos[x_1] - 98.415 \cos[x_1]^2 - 79.045 \cos[x_2] + 34.666 \cos[x_2]^2 - \\
& 69.617 \cos[x_3] + 70.939 \cos[x_1] \cos[x_3] + 22.959 \cos[x_2] \cos[x_3] + 27.317 \cos[x_3]^2 + \\
& 19.527 \cos[x_4] + 2.178 \cos[x_2] \cos[x_4] + 51.235 \cos[x_4]^2 - 63.903 \cos[x_5] + 30.039 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.326 \cos[x_6] + 31.389 \cos[x_6]^2 - 506.963 \sin[x_1] + 119.005 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 12.123 \cos[x_2] \sin[x_1] + 241.052 \cos[x_3] \sin[x_1] - 11.933 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 35.761 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.947 \cos[x_6] \sin[x_1] + 143.650 \sin[x_1]^2 + 29.960 \sin[x_2]^2 + \\
& 192.240 \sin[x_3] - 3.675 \cos[x_1] \sin[x_3] + 66.947 \cos[x_2] \sin[x_3] - 159.016 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 5.909 \cos[x_4] \sin[x_3] + 47.074 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.592 \cos[x_6] \sin[x_3] + 34.936 \sin[x_3]^2 + \\
& 83.629 \sin[x_4] + 8.412 \sin[x_4]^2 + 1.125 \sin[x_5] + 22.488 \sin[x_5]^2 + 33.900 \sin[x_6] - \\
& 2.162 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.107 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.786 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.479 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.452 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.402 \cos[x_6] \sin[x_6] - 12.316 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.064 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 20.780 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.156 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.269 \sin[x_5] \sin[x_6] + 30.950 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*4\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 53.037 - 90.490 \cos[x_1] - 92.725 \cos[x_1]^2 - 46.674 \cos[x_2] + 29.053 \cos[x_2]^2 - 82.649 \cos[x_3] + \\
& 64.087 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.588 \cos[x_2] \cos[x_3] + 6.272 \cos[x_3]^2 + 9.986 \cos[x_4] + \\
& 0.257 \cos[x_2] \cos[x_4] + 62.427 \cos[x_4]^2 - 80.720 \cos[x_5] + 29.424 \cos[x_5]^2 + 5.508 \cos[x_6] + \\
& 31.693 \cos[x_6]^2 - 436.467 \sin[x_1] + 93.089 \cos[x_1] \sin[x_1] + 5.921 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 225.690 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.370 \cos[x_4] \sin[x_1] + 51.081 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.271 \cos[x_6] \sin[x_1] + 129.019 \sin[x_1]^2 + 26.039 \sin[x_2]^2 + 124.726 \sin[x_3] - \\
& 5.077 \cos[x_1] \sin[x_3] + 41.340 \cos[x_2] \sin[x_3] - 129.922 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.058 \cos[x_4] \sin[x_3] + 48.919 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.200 \cos[x_6] \sin[x_3] + 42.451 \sin[x_3]^2 + \\
& 91.220 \sin[x_4] + 16.498 \sin[x_4]^2 + 1.293 \sin[x_5] + 21.929 \sin[x_5]^2 + 26.231 \sin[x_6] - \\
& 1.972 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.573 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.132 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.407 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 0.302 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.355 \cos[x_6] \sin[x_6] - 9.427 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.449 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.936 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.194 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.132 \sin[x_5] \sin[x_6] + 31.232 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*5\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 39.943 - 80.506 \cos[x_1] - 82.880 \cos[x_1]^2 - 37.489 \cos[x_2] + 31.628 \cos[x_2]^2 - 15.122 \cos[x_3] + \\
& 61.733 \cos[x_1] \cos[x_3] + 14.156 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.723 \cos[x_3]^2 + 8.415 \cos[x_4] - \\
& 0.769 \cos[x_2] \cos[x_4] + 38.024 \cos[x_4]^2 - 66.529 \cos[x_5] + 22.557 \cos[x_5]^2 + 4.727 \cos[x_6] + \\
& 22.622 \cos[x_6]^2 - 355.296 \sin[x_1] + 65.915 \cos[x_1] \sin[x_1] + 10.453 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 177.012 \cos[x_3] \sin[x_1] - 1.947 \cos[x_4] \sin[x_1] + 32.112 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.606 \cos[x_6] \sin[x_1] + 105.044 \sin[x_1]^2 + 27.256 \sin[x_2]^2 + 139.981 \sin[x_3] + \\
& 16.519 \cos[x_1] \sin[x_3] + 28.058 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.515 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.834 \cos[x_4] \sin[x_3] + 35.795 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.626 \cos[x_6] \sin[x_3] + 29.654 \sin[x_3]^2 + \\
& 38.983 \sin[x_4] + 18.969 \sin[x_4]^2 + 0.871 \sin[x_5] + 25.339 \sin[x_5]^2 + 40.710 \sin[x_6] - \\
& 3.699 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.150 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.638 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.059 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.681 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.378 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.755 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.109 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 29.262 \sin[x_3] \sin[x_6] + 13.107 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.374 \sin[x_5] \sin[x_6] + 22.233 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*6\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 2.737 + 30.668 \cos[x_1] - 35.502 \cos[x_1]^2 - 68.283 \cos[x_2] + 2.093 \cos[x_2]^2 - 118.647 \cos[x_3] + \\
& 78.827 \cos[x_1] \cos[x_3] + 21.486 \cos[x_2] \cos[x_3] - 36.099 \cos[x_3]^2 + 5.816 \cos[x_4] + \\
& 1.203 \cos[x_2] \cos[x_4] + 15.296 \cos[x_4]^2 - 47.339 \cos[x_5] + 6.770 \cos[x_5]^2 + 5.046 \cos[x_6] - \\
& 0.329 \cos[x_6]^2 - 92.627 \sin[x_1] - 34.328 \cos[x_1] \sin[x_1] + 13.984 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 250.989 \cos[x_3] \sin[x_1] - 5.703 \cos[x_4] \sin[x_1] + 29.931 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.845 \cos[x_6] \sin[x_1] + 36.204 \sin[x_1]^2 - 1.886 \sin[x_2]^2 + 50.468 \sin[x_3] + \\
& 5.938 \cos[x_1] \sin[x_3] + 54.543 \cos[x_2] \sin[x_3] - 121.623 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 2.846 \cos[x_4] \sin[x_3] + 37.080 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.292 \cos[x_6] \sin[x_3] + 30.431 \sin[x_3]^2 + \\
& 124.777 \sin[x_4] - 48.520 \sin[x_4]^2 + 1.254 \sin[x_5] - 1.580 \sin[x_5]^2 + 49.574 \sin[x_6] - \\
& 6.681 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.108 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.107 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.294 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.608 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.435 \cos[x_6] \sin[x_6] - 25.082 \sin[x_1] \sin[x_6] - 9.728 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.889 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.793 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.474 \sin[x_5] \sin[x_6] - 0.857 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*7\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 28.263 - 15.073 \cos[x_1] - 72.350 \cos[x_1]^2 - 57.439 \cos[x_2] + 18.197 \cos[x_2]^2 - 48.551 \cos[x_3] + \\
& 64.271 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.456 \cos[x_2] \cos[x_3] - 40.828 \cos[x_3]^2 + 18.956 \cos[x_4] + \\
& 5.299 \cos[x_2] \cos[x_4] + 53.677 \cos[x_4]^2 - 72.633 \cos[x_5] + 18.099 \cos[x_5]^2 + 6.287 \cos[x_6] + \\
& 5.462 \cos[x_6]^2 - 300.130 \sin[x_1] + 54.376 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.009 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 254.151 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.577 \cos[x_4] \sin[x_1] + 52.232 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.373 \cos[x_6] \sin[x_1] + 89.632 \sin[x_1]^2 + 15.023 \sin[x_2]^2 + 68.586 \sin[x_3] - \\
& 39.907 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.944 \cos[x_2] \sin[x_3] - 180.318 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 9.419 \cos[x_4] \sin[x_3] + 37.767 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.137 \cos[x_6] \sin[x_3] + 56.807 \sin[x_3]^2 + \\
& 142.458 \sin[x_4] - 19.528 \sin[x_4]^2 + 1.105 \sin[x_5] + 11.797 \sin[x_5]^2 + 44.556 \sin[x_6] - \\
& 4.853 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.439 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.041 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.171 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.596 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.352 \cos[x_6] \sin[x_6] - 20.823 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.081 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 28.244 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.054 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.201 \sin[x_5] \sin[x_6] + 4.750 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*8\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 45.520 - 68.013 \cos[x_1] - 73.867 \cos[x_1]^2 - 51.033 \cos[x_2] + 25.151 \cos[x_2]^2 - 60.442 \cos[x_3] + \\
& 66.871 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.104 \cos[x_2] \cos[x_3] - 9.480 \cos[x_3]^2 + 16.071 \cos[x_4] + \\
& 1.357 \cos[x_2] \cos[x_4] + 42.304 \cos[x_4]^2 - 65.455 \cos[x_5] + 13.115 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.701 \cos[x_6] + 20.329 \cos[x_6]^2 - 320.732 \sin[x_1] + 58.943 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 5.212 \cos[x_2] \sin[x_1] + 209.265 \cos[x_3] \sin[x_1] - 4.900 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 41.916 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.789 \cos[x_6] \sin[x_1] + 97.150 \sin[x_1]^2 + 22.442 \sin[x_2]^2 + \\
& 81.904 \sin[x_3] + 8.975 \cos[x_1] \sin[x_3] + 45.897 \cos[x_2] \sin[x_3] - 135.946 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 9.421 \cos[x_4] \sin[x_3] + 35.757 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.824 \cos[x_6] \sin[x_3] + 45.775 \sin[x_3]^2 + \\
& 110.536 \sin[x_4] - 15.411 \sin[x_4]^2 + 1.057 \sin[x_5] + 9.616 \sin[x_5]^2 + 42.140 \sin[x_6] - \\
& 3.332 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.011 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.690 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.299 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.840 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.373 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.702 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.109 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 28.756 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.635 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.230 \sin[x_5] \sin[x_6] + 19.915 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*9\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*10\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 48.588 - 98.200 \cos[x_1] - 90.581 \cos[x_1]^2 - 51.384 \cos[x_2] + 29.790 \cos[x_2]^2 - 68.617 \cos[x_3] + \\
& 70.398 \cos[x_1] \cos[x_3] + 18.437 \cos[x_2] \cos[x_3] + 16.891 \cos[x_3]^2 + 10.872 \cos[x_4] + \\
& 1.273 \cos[x_2] \cos[x_4] + 47.472 \cos[x_4]^2 - 72.968 \cos[x_5] + 34.176 \cos[x_5]^2 + 4.357 \cos[x_6] + \\
& 26.242 \cos[x_6]^2 - 445.132 \sin[x_1] + 93.243 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.786 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 229.094 \cos[x_3] \sin[x_1] - 9.837 \cos[x_4] \sin[x_1] + 41.928 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.619 \cos[x_6] \sin[x_1] + 135.158 \sin[x_1]^2 + 26.895 \sin[x_2]^2 + 154.731 \sin[x_3] + \\
& 3.311 \cos[x_1] \sin[x_3] + 43.028 \cos[x_2] \sin[x_3] - 147.880 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 1.672 \cos[x_4] \sin[x_3] + 44.038 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.307 \cos[x_6] \sin[x_3] + 39.824 \sin[x_3]^2 + \\
& 65.587 \sin[x_4] + 15.429 \sin[x_4]^2 + 1.193 \sin[x_5] + 30.050 \sin[x_5]^2 + 37.655 \sin[x_6] - \\
& 4.188 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.271 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.174 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.079 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.965 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.385 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.173 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.683 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.846 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.991 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.385 \sin[x_5] \sin[x_6] + 25.712 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*11\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 50.990 - 58.698 \cos[x_1] - 76.090 \cos[x_1]^2 - 32.642 \cos[x_2] + 32.120 \cos[x_2]^2 - 61.975 \cos[x_3] + \\
& 60.042 \cos[x_1] \cos[x_3] + 12.586 \cos[x_2] \cos[x_3] - 11.203 \cos[x_3]^2 + 5.837 \cos[x_4] + \\
& 2.579 \cos[x_2] \cos[x_4] + 46.685 \cos[x_4]^2 - 69.869 \cos[x_5] + 24.288 \cos[x_5]^2 + 4.844 \cos[x_6] + \\
& 29.018 \cos[x_6]^2 - 364.004 \sin[x_1] + 76.240 \cos[x_1] \sin[x_1] + 10.998 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 220.385 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.253 \cos[x_4] \sin[x_1] + 41.884 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.447 \cos[x_6] \sin[x_1] + 112.790 \sin[x_1]^2 + 28.877 \sin[x_2]^2 + 86.762 \sin[x_3] - \\
& 16.580 \cos[x_1] \sin[x_3] + 22.584 \cos[x_2] \sin[x_3] - 139.535 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 4.734 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.622 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.717 \cos[x_6] \sin[x_3] + 55.466 \sin[x_3]^2 + \\
& 64.904 \sin[x_4] + 16.024 \sin[x_4]^2 + 1.251 \sin[x_5] + 17.665 \sin[x_5]^2 + 38.997 \sin[x_6] - \\
& 5.069 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.325 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.485 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.028 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.709 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.378 \cos[x_6] \sin[x_6] - 21.029 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.834 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 21.131 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.240 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.283 \sin[x_5] \sin[x_6] + 28.449 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*12\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 50.124 - 84.199 \cos[x_1] - 99.984 \cos[x_1]^2 - 5.708 \cos[x_2] + 28.687 \cos[x_2]^2 - 24.667 \cos[x_3] + \\
& 61.290 \cos[x_1] \cos[x_3] + 5.368 \cos[x_2] \cos[x_3] + 17.783 \cos[x_3]^2 + 6.800 \cos[x_4] - \\
& 0.223 \cos[x_2] \cos[x_4] + 37.260 \cos[x_4]^2 - 92.178 \cos[x_5] + 25.028 \cos[x_5]^2 + 5.373 \cos[x_6] + \\
& 18.074 \cos[x_6]^2 - 405.348 \sin[x_1] + 80.446 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.120 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 196.538 \cos[x_3] \sin[x_1] - 1.978 \cos[x_4] \sin[x_1] + 58.547 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.068 \cos[x_6] \sin[x_1] + 120.482 \sin[x_1]^2 + 25.122 \sin[x_2]^2 + 160.693 \sin[x_3] + \\
& 4.672 \cos[x_1] \sin[x_3] - 0.357 \cos[x_2] \sin[x_3] - 155.921 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 1.887 \cos[x_4] \sin[x_3] + 39.359 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.833 \cos[x_6] \sin[x_3] + 41.615 \sin[x_3]^2 + \\
& 37.630 \sin[x_4] + 20.237 \sin[x_4]^2 + 1.094 \sin[x_5] + 25.709 \sin[x_5]^2 + 33.988 \sin[x_6] - \\
& 3.405 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.478 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.906 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.065 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.133 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.280 \cos[x_6] \sin[x_6] - 13.716 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.744 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.006 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.412 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.365 \sin[x_5] \sin[x_6] + 17.626 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*13\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*14\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 45.115 - 90.193 \cos[x_1] - 80.819 \cos[x_1]^2 - 33.190 \cos[x_2] + 27.220 \cos[x_2]^2 - 36.893 \cos[x_3] + \\
& 68.497 \cos[x_1] \cos[x_3] + 11.414 \cos[x_2] \cos[x_3] - 1.136 \cos[x_3]^2 + 12.807 \cos[x_4] + \\
& 0.647 \cos[x_2] \cos[x_4] + 32.525 \cos[x_4]^2 - 66.757 \cos[x_5] + 27.103 \cos[x_5]^2 + 4.740 \cos[x_6] + \\
& 27.210 \cos[x_6]^2 - 382.495 \sin[x_1] + 81.601 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.970 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 223.615 \cos[x_3] \sin[x_1] - 8.788 \cos[x_4] \sin[x_1] + 39.890 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.894 \cos[x_6] \sin[x_1] + 113.161 \sin[x_1]^2 + 24.002 \sin[x_2]^2 + 154.236 \sin[x_3] + \\
& 7.205 \cos[x_1] \sin[x_3] + 27.977 \cos[x_2] \sin[x_3] - 169.561 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 1.523 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.607 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.995 \cos[x_6] \sin[x_3] + 35.121 \sin[x_3]^2 + \\
& 59.812 \sin[x_4] + 3.462 \sin[x_4]^2 + 1.201 \sin[x_5] + 19.799 \sin[x_5]^2 + 39.369 \sin[x_6] - \\
& 4.823 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.298 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.356 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.056 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.714 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.356 \cos[x_6] \sin[x_6] - 19.339 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.490 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.810 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.563 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.401 \sin[x_5] \sin[x_6] + 26.687 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*15\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*16\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 66.508 - 48.184 \cos[x_1] - 79.202 \cos[x_1]^2 - 64.357 \cos[x_2] + 40.749 \cos[x_2]^2 - 110.814 \cos[x_3] + \\
& 57.706 \cos[x_1] \cos[x_3] + 21.977 \cos[x_2] \cos[x_3] - 10.336 \cos[x_3]^2 + 6.390 \cos[x_4] + \\
& 0.764 \cos[x_2] \cos[x_4] + 56.606 \cos[x_4]^2 - 73.251 \cos[x_5] + 38.513 \cos[x_5]^2 + 4.234 \cos[x_6] + \\
& 46.043 \cos[x_6]^2 - 411.674 \sin[x_1] + 81.510 \cos[x_1] \sin[x_1] + 10.898 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 232.187 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.581 \cos[x_4] \sin[x_1] + 48.284 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.674 \cos[x_6] \sin[x_1] + 134.336 \sin[x_1]^2 + 38.195 \sin[x_2]^2 + 29.965 \sin[x_3] - \\
& 32.772 \cos[x_1] \sin[x_3] + 53.479 \cos[x_2] \sin[x_3] - 107.433 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 3.157 \cos[x_4] \sin[x_3] + 39.465 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.242 \cos[x_6] \sin[x_3] + 67.892 \sin[x_3]^2 + \\
& 71.126 \sin[x_4] + 21.693 \sin[x_4]^2 + 1.195 \sin[x_5] + 33.496 \sin[x_5]^2 + 36.414 \sin[x_6] - \\
& 3.972 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.253 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.370 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.113 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.298 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.336 \cos[x_6] \sin[x_6] - 16.454 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.801 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.762 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.303 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.328 \sin[x_5] \sin[x_6] + 45.553 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



(\*17\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.208 - 46.746 \cos[x_1] - 90.206 \cos[x_1]^2 - 76.706 \cos[x_2] + 28.439 \cos[x_2]^2 - 70.340 \cos[x_3] + \\
& 61.568 \cos[x_1] \cos[x_3] + 25.726 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.690 \cos[x_3]^2 + 6.829 \cos[x_4] + \\
& 1.246 \cos[x_2] \cos[x_4] + 54.141 \cos[x_4]^2 - 56.334 \cos[x_5] + 25.681 \cos[x_5]^2 + 5.007 \cos[x_6] + \\
& 20.584 \cos[x_6]^2 - 397.229 \sin[x_1] + 69.692 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.046 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 230.393 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.033 \cos[x_4] \sin[x_1] + 34.528 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.503 \cos[x_6] \sin[x_1] + 113.205 \sin[x_1]^2 + 24.809 \sin[x_2]^2 + 120.292 \sin[x_3] - \\
& 22.363 \cos[x_1] \sin[x_3] + 67.051 \cos[x_2] \sin[x_3] - 144.300 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 2.945 \cos[x_4] \sin[x_3] + 39.051 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.871 \cos[x_6] \sin[x_3] + 46.250 \sin[x_3]^2 + \\
& 110.728 \sin[x_4] - 2.289 \sin[x_4]^2 + 1.189 \sin[x_5] + 18.875 \sin[x_5]^2 + 39.834 \sin[x_6] - \\
& 3.684 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.041 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.121 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.379 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.399 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.957 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.112 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.287 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.376 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.288 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.014 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*18\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 53.832 - 74.198 \cos[x_1] - 106.860 \cos[x_1]^2 - 40.713 \cos[x_2] + 29.252 \cos[x_2]^2 + 10.456 \cos[x_3] + \\
& 46.503 \cos[x_1] \cos[x_3] + 15.789 \cos[x_2] \cos[x_3] + 10.924 \cos[x_3]^2 + 6.112 \cos[x_4] + \\
& 0.162 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.172 \cos[x_4]^2 - 70.149 \cos[x_5] + 34.789 \cos[x_5]^2 + 5.397 \cos[x_6] + \\
& 25.718 \cos[x_6]^2 - 479.607 \sin[x_1] + 104.778 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.536 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 180.388 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.115 \cos[x_4] \sin[x_1] + 45.172 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.953 \cos[x_6] \sin[x_1] + 142.759 \sin[x_1]^2 + 25.689 \sin[x_2]^2 + 182.072 \sin[x_3] - \\
& 26.762 \cos[x_1] \sin[x_3] + 31.781 \cos[x_2] \sin[x_3] - 170.723 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.290 \cos[x_4] \sin[x_3] + 39.297 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.755 \cos[x_6] \sin[x_3] + 32.919 \sin[x_3]^2 + \\
& 75.863 \sin[x_4] + 7.568 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 29.917 \sin[x_5]^2 + 36.044 \sin[x_6] - \\
& 3.425 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.069 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.597 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.143 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.464 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.393 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.142 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.320 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.711 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.684 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.371 \sin[x_5] \sin[x_6] + 25.264 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*19\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.014 - 69.596 \cos[x_1] - 96.224 \cos[x_1]^2 - 43.942 \cos[x_2] + 25.631 \cos[x_2]^2 - 29.140 \cos[x_3] + \\
& 63.526 \cos[x_1] \cos[x_3] + 15.135 \cos[x_2] \cos[x_3] + 6.565 \cos[x_3]^2 + 7.704 \cos[x_4] + \\
& 0.123 \cos[x_2] \cos[x_4] + 40.630 \cos[x_4]^2 - 62.718 \cos[x_5] + 27.068 \cos[x_5]^2 + 4.554 \cos[x_6] + \\
& 23.213 \cos[x_6]^2 - 434.584 \sin[x_1] + 81.645 \cos[x_1] \sin[x_1] + 7.901 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 227.081 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.312 \cos[x_4] \sin[x_1] + 36.199 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.783 \cos[x_6] \sin[x_1] + 124.790 \sin[x_1]^2 + 21.908 \sin[x_2]^2 + 178.013 \sin[x_3] - \\
& 11.753 \cos[x_1] \sin[x_3] + 37.226 \cos[x_2] \sin[x_3] - 178.812 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 1.323 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.042 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.698 \cos[x_6] \sin[x_3] + 34.799 \sin[x_3]^2 + \\
& 83.200 \sin[x_4] - 1.282 \sin[x_4]^2 + 1.214 \sin[x_5] + 20.896 \sin[x_5]^2 + 35.745 \sin[x_6] - \\
& 3.444 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.196 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.089 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.066 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.780 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.321 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.638 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.707 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.183 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.893 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.289 \sin[x_5] \sin[x_6] + 22.756 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*20\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 60.644 - 52.141 \cos[x_1] - 83.523 \cos[x_1]^2 - 52.110 \cos[x_2] + 36.548 \cos[x_2]^2 - 106.536 \cos[x_3] + \\
& 50.756 \cos[x_1] \cos[x_3] + 21.437 \cos[x_2] \cos[x_3] - 0.972 \cos[x_3]^2 + 14.654 \cos[x_4] - \\
& 0.498 \cos[x_2] \cos[x_4] + 52.972 \cos[x_4]^2 - 90.091 \cos[x_5] + 28.506 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.476 \cos[x_6] + 30.722 \cos[x_6]^2 - 370.155 \sin[x_1] + 77.403 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 10.715 \cos[x_2] \sin[x_1] + 206.541 \cos[x_3] \sin[x_1] - 8.475 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 61.834 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.926 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.027 \sin[x_1]^2 + 33.486 \sin[x_2]^2 + \\
& 49.906 \sin[x_3] - 23.365 \cos[x_1] \sin[x_3] + 40.969 \cos[x_2] \sin[x_3] - 89.920 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.858 \cos[x_4] \sin[x_3] + 34.691 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.741 \cos[x_6] \sin[x_3] + 51.927 \sin[x_3]^2 + \\
& 77.926 \sin[x_4] + 13.820 \sin[x_4]^2 + 1.167 \sin[x_5] + 28.501 \sin[x_5]^2 + 32.203 \sin[x_6] - \\
& 2.751 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.001 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.735 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.504 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.524 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.362 \cos[x_6] \sin[x_6] - 13.185 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.766 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.094 \sin[x_3] \sin[x_6] + 13.178 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.465 \sin[x_5] \sin[x_6] + 30.387 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*Tablo A.27:Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak  
NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller ((80 Eğitim\*-20 Test)-  
\*Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (64 Eğitim-16 Doğrulama))  
(Tablo 7.5 ile ilgili)\*)

In[\*]:= (\*NRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 234.988 - 579.729 \cos[x_1] - 717.050 \cos[x_1]^2 - 87.588 \cos[x_2] + 246.736 \cos[x_2]^2 - 49.056 \cos[x_3] + \\
& 79.210 \cos[x_1] \cos[x_3] + 39.101 \cos[x_2] \cos[x_3] + 370.302 \cos[x_3]^2 + 18.491 \cos[x_4] + \\
& 0.533 \cos[x_2] \cos[x_4] + 252.935 \cos[x_4]^2 - 88.023 \cos[x_5] + 284.657 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.285 \cos[x_6] + 307.100 \cos[x_6]^2 - 2205.990 \sin[x_1] + 559.708 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 7.412 \cos[x_2] \sin[x_1] + 254.513 \cos[x_3] \sin[x_1] - 31.440 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 37.791 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.779 \cos[x_6] \sin[x_1] + 305.056 \sin[x_1]^2 + 245.473 \sin[x_2]^2 + \\
& 382.768 \sin[x_3] + 6.751 \cos[x_1] \sin[x_3] + 91.479 \cos[x_2] \sin[x_3] - 194.686 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 16.337 \cos[x_4] \sin[x_3] + 66.790 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.441 \cos[x_6] \sin[x_3] + 291.848 \sin[x_3]^2 + \\
& 5.492 \sin[x_4] + 254.307 \sin[x_4]^2 + 1.467 \sin[x_5] + 278.026 \sin[x_5]^2 + 12.258 \sin[x_6] + \\
& 1.457 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.523 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.078 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.735 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 4.656 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.408 \cos[x_6] \sin[x_6] + 4.768 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.047 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.107 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.166 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.683 \sin[x_5] \sin[x_6] + 306.587 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -102.579 + 103.029 \cos[x_1] - 460.093 \cos[x_1]^2 - 172.677 \cos[x_2] - 102.867 \cos[x_2]^2 + \\
& 328.331 \cos[x_3] + 45.757 \cos[x_1] \cos[x_3] + 54.995 \cos[x_2] \cos[x_3] + 337.628 \cos[x_3]^2 - \\
& 6.207 \cos[x_4] - 5.355 \cos[x_2] \cos[x_4] - 49.300 \cos[x_4]^2 - 96.932 \cos[x_5] - 120.257 \cos[x_5]^2 + \\
& 7.298 \cos[x_6] - 137.382 \cos[x_6]^2 - 579.774 \sin[x_1] + 14.350 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 6.967 \cos[x_2] \sin[x_1] + 245.778 \cos[x_3] \sin[x_1] + 5.399 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 39.430 \cos[x_5] \sin[x_1] - 2.346 \cos[x_6] \sin[x_1] - 118.507 \sin[x_1]^2 - 107.038 \sin[x_2]^2 + \\
& 1372.673 \sin[x_3] - 101.080 \cos[x_1] \sin[x_3] + 175.594 \cos[x_2] \sin[x_3] - 538.359 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 5.498 \cos[x_4] \sin[x_3] + 55.936 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.589 \cos[x_6] \sin[x_3] - 139.000 \sin[x_3]^2 + \\
& 127.669 \sin[x_4] - 112.040 \sin[x_4]^2 + 1.443 \sin[x_5] - 115.220 \sin[x_5]^2 + 51.950 \sin[x_6] - \\
& 12.277 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.889 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.747 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.375 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 7.680 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.217 \cos[x_6] \sin[x_6] - 35.826 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.078 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.946 \sin[x_3] \sin[x_6] + 12.931 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.834 \sin[x_5] \sin[x_6] - 137.614 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -304.139 - 207.644 \cos[x_1] - 1203.740 \cos[x_1]^2 - 131.656 \cos[x_2] - 313.593 \cos[x_2]^2 + \\
& 1221.300 \cos[x_3] + 49.818 \cos[x_1] \cos[x_3] + 36.844 \cos[x_2] \cos[x_3] + 1239.234 \cos[x_3]^2 + \\
& 28.470 \cos[x_4] - 2.987 \cos[x_2] \cos[x_4] - 228.928 \cos[x_4]^2 - 46.909 \cos[x_5] - \\
& 362.064 \cos[x_5]^2 + 2.708 \cos[x_6] - 402.660 \cos[x_6]^2 - 1745.810 \sin[x_1] + \\
& 323.669 \cos[x_1] \sin[x_1] + 12.621 \cos[x_2] \sin[x_1] + 286.209 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 6.716 \cos[x_4] \sin[x_1] + 27.539 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.682 \cos[x_6] \sin[x_1] - 351.276 \sin[x_1]^2 - \\
& 316.122 \sin[x_2]^2 + 4139.004 \sin[x_3] - 109.556 \cos[x_1] \sin[x_3] + 119.322 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 1433.624 \cos[x_3] \sin[x_3] - 20.391 \cos[x_4] \sin[x_3] + 39.623 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.556 \cos[x_6] \sin[x_3] - 418.683 \sin[x_3]^2 + 198.470 \sin[x_4] - 332.914 \sin[x_4]^2 + \\
& 1.176 \sin[x_5] - 370.945 \sin[x_5]^2 + 74.358 \sin[x_6] - 10.287 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\
& 0.178 \cos[x_2] \sin[x_6] - 12.902 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.182 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.570 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.203 \cos[x_6] \sin[x_6] - 32.681 \sin[x_1] \sin[x_6] - 14.993 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 36.295 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.784 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.466 \sin[x_5] \sin[x_6] - 402.953 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 489.685 - 227.283 \cos[x_1] + 31.811 \cos[x_1]^2 - 210.943 \cos[x_2] + 519.493 \cos[x_2]^2 - \\
& 1150.314 \cos[x_3] + 46.973 \cos[x_1] \cos[x_3] + 49.679 \cos[x_2] \cos[x_3] - 598.981 \cos[x_3]^2 + \\
& 34.646 \cos[x_4] - 3.056 \cos[x_2] \cos[x_4] + 559.722 \cos[x_4]^2 - 102.066 \cos[x_5] + 592.258 \cos[x_5]^2 + \\
& 2.297 \cos[x_6] + 648.214 \cos[x_6]^2 - 1127.851 \sin[x_1] + 252.812 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 41.854 \cos[x_2] \sin[x_1] + 164.262 \cos[x_3] \sin[x_1] - 5.742 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 47.379 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.890 \cos[x_6] \sin[x_1] + 599.714 \sin[x_1]^2 + 512.047 \sin[x_2]^2 - \\
& 2861.299 \sin[x_3] - 16.590 \cos[x_1] \sin[x_3] + 170.489 \cos[x_2] \sin[x_3] + 943.193 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 28.513 \cos[x_4] \sin[x_3] + 62.065 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.255 \cos[x_6] \sin[x_3] + 659.038 \sin[x_3]^2 + \\
& 55.214 \sin[x_4] + 530.984 \sin[x_4]^2 + 1.431 \sin[x_5] + 592.201 \sin[x_5]^2 + 47.485 \sin[x_6] - \\
& 6.831 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.902 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.394 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.447 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.584 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.598 \cos[x_6] \sin[x_6] - 23.508 \sin[x_1] \sin[x_6] - 11.926 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.519 \sin[x_3] \sin[x_6] + 13.402 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.675 \sin[x_5] \sin[x_6] + 647.699 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 226.804 - 548.744 \cos[x_1] - 832.121 \cos[x_1]^2 + 16.635 \cos[x_2] + 238.308 \cos[x_2]^2 - 56.769 \cos[x_3] + \\
& 58.458 \cos[x_1] \cos[x_3] - 2.234 \cos[x_2] \cos[x_3] + 553.751 \cos[x_3]^2 - 24.190 \cos[x_4] - \\
& 1.023 \cos[x_2] \cos[x_4] + 167.548 \cos[x_4]^2 - 156.156 \cos[x_5] + 270.079 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.612 \cos[x_6] + 299.917 \cos[x_6]^2 - 2350.177 \sin[x_1] + 569.308 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 16.072 \cos[x_2] \sin[x_1] + 279.645 \cos[x_3] \sin[x_1] - 8.850 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 97.691 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.880 \cos[x_6] \sin[x_1] + 284.505 \sin[x_1]^2 + 238.364 \sin[x_2]^2 + \\
& 745.330 \sin[x_3] - 31.221 \cos[x_1] \sin[x_3] - 29.112 \cos[x_2] \sin[x_3] - 216.640 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 39.313 \cos[x_4] \sin[x_3] + 72.715 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.856 \cos[x_6] \sin[x_3] + 276.688 \sin[x_3]^2 - \\
& 134.950 \sin[x_4] + 246.460 \sin[x_4]^2 + 1.308 \sin[x_5] + 266.077 \sin[x_5]^2 - 16.225 \sin[x_6] + \\
& 0.408 \cos[x_1] \sin[x_6] + 2.014 \cos[x_2] \sin[x_6] + 0.778 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.003 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 0.181 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.132 \cos[x_6] \sin[x_6] - 0.399 \sin[x_1] \sin[x_6] + 6.181 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 8.496 \sin[x_3] \sin[x_6] + 2.537 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.401 \sin[x_5] \sin[x_6] + 299.613 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*6\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 272.717 - 506.669 \cos[x_1] - 630.240 \cos[x_1]^2 + 33.179 \cos[x_2] + 282.330 \cos[x_2]^2 - 31.464 \cos[x_3] + \\
& 37.616 \cos[x_1] \cos[x_3] + 4.182 \cos[x_2] \cos[x_3] + 74.177 \cos[x_3]^2 + 12.543 \cos[x_4] + \\
& 10.323 \cos[x_2] \cos[x_4] + 416.433 \cos[x_4]^2 - 100.741 \cos[x_5] + 327.758 \cos[x_5]^2 + \\
& 8.200 \cos[x_6] + 368.452 \cos[x_6]^2 - 2018.056 \sin[x_1] + 517.629 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 29.372 \cos[x_2] \sin[x_1] + 90.384 \cos[x_3] \sin[x_1] - 2.938 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 68.561 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.376 \cos[x_6] \sin[x_1] + 344.163 \sin[x_1]^2 + 283.690 \sin[x_2]^2 - \\
& 355.317 \sin[x_3] - 11.380 \cos[x_1] \sin[x_3] - 4.332 \cos[x_2] \sin[x_3] - 40.750 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 7.661 \cos[x_4] \sin[x_3] + 41.272 \cos[x_5] \sin[x_3] - 11.137 \cos[x_6] \sin[x_3] + 347.855 \sin[x_3]^2 + \\
& 230.283 \sin[x_4] + 295.255 \sin[x_4]^2 + 1.417 \sin[x_5] + 325.941 \sin[x_5]^2 + 48.360 \sin[x_6] + \\
& 1.417 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.502 \cos[x_2] \sin[x_6] - 17.621 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.627 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 4.218 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.349 \cos[x_6] \sin[x_6] + 8.460 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.828 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 49.123 \sin[x_3] \sin[x_6] - 2.803 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.485 \sin[x_5] \sin[x_6] + 367.664 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 152.046 - 119.152 \cos[x_1] - 236.848 \cos[x_1]^2 - 192.646 \cos[x_2] + 168.930 \cos[x_2]^2 - \\
& 190.359 \cos[x_3] + 48.932 \cos[x_1] \cos[x_3] + 73.179 \cos[x_2] \cos[x_3] - 113.630 \cos[x_3]^2 + \\
& 44.313 \cos[x_4] + 2.630 \cos[x_2] \cos[x_4] + 213.823 \cos[x_4]^2 - 122.081 \cos[x_5] + 181.091 \cos[x_5]^2 + \\
& 6.509 \cos[x_6] + 204.778 \cos[x_6]^2 - 828.754 \sin[x_1] + 184.704 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 2.486 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.332 \cos[x_3] \sin[x_1] - 45.395 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 67.730 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.586 \cos[x_6] \sin[x_1] + 188.492 \sin[x_1]^2 + 158.919 \sin[x_2]^2 - \\
& 436.065 \sin[x_3] - 63.218 \cos[x_1] \sin[x_3] + 185.921 \cos[x_2] \sin[x_3] - 11.275 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 2.958 \cos[x_4] \sin[x_3] + 51.030 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.640 \cos[x_6] \sin[x_3] + 200.598 \sin[x_3]^2 + \\
& 99.717 \sin[x_4] + 163.573 \sin[x_4]^2 + 1.534 \sin[x_5] + 186.244 \sin[x_5]^2 + 46.662 \sin[x_6] - \\
& 2.398 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.077 \cos[x_2] \sin[x_6] - 15.181 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.724 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.092 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.462 \cos[x_6] \sin[x_6] - 11.483 \sin[x_1] \sin[x_6] + 14.691 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 44.773 \sin[x_3] \sin[x_6] - 3.208 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.329 \sin[x_5] \sin[x_6] + 204.310 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 455.399 - 1034.240 \cos[x_1] - 1237.654 \cos[x_1]^2 - 159.896 \cos[x_2] + 477.708 \cos[x_2]^2 + \\
& 60.957 \cos[x_3] + 7.492 \cos[x_1] \cos[x_3] + 57.061 \cos[x_2] \cos[x_3] + 583.979 \cos[x_3]^2 - \\
& 35.350 \cos[x_4] + 0.961 \cos[x_2] \cos[x_4] + 519.734 \cos[x_4]^2 - 119.236 \cos[x_5] + 544.223 \cos[x_5]^2 + \\
& 7.639 \cos[x_6] + 612.631 \cos[x_6]^2 - 3786.085 \sin[x_1] + 962.297 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 20.161 \cos[x_2] \sin[x_1] - 36.670 \cos[x_3] \sin[x_1] + 0.635 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 75.419 \cos[x_5] \sin[x_1] - 1.028 \cos[x_6] \sin[x_1] + 570.961 \sin[x_1]^2 + 478.323 \sin[x_2]^2 + \\
& 88.743 \sin[x_3] + 76.382 \cos[x_1] \sin[x_3] + 133.757 \cos[x_2] \sin[x_3] - 21.180 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 40.911 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.047 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.149 \cos[x_6] \sin[x_3] + 572.522 \sin[x_3]^2 + \\
& 56.515 \sin[x_4] + 495.437 \sin[x_4]^2 + 1.929 \sin[x_5] + 545.970 \sin[x_5]^2 + 48.583 \sin[x_6] - \\
& 2.018 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.689 \cos[x_2] \sin[x_6] - 15.627 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.279 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 6.205 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.500 \cos[x_6] \sin[x_6] - 7.941 \sin[x_1] \sin[x_6] - 0.979 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 44.351 \sin[x_3] \sin[x_6] + 1.532 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.866 \sin[x_5] \sin[x_6] + 611.807 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 425.617 - 668.460 \cos[x_1] - 859.066 \cos[x_1]^2 - 180.065 \cos[x_2] + 446.929 \cos[x_2]^2 - \\
& 117.921 \cos[x_3] + 3.253 \cos[x_1] \cos[x_3] + 55.086 \cos[x_2] \cos[x_3] + 305.547 \cos[x_3]^2 + \\
& 12.695 \cos[x_4] - 4.940 \cos[x_2] \cos[x_4] + 464.047 \cos[x_4]^2 - 3.540 \cos[x_5] + 504.841 \cos[x_5]^2 - \\
& 2.278 \cos[x_6] + 578.327 \cos[x_6]^2 - 2975.465 \sin[x_1] + 738.992 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 9.144 \cos[x_2] \sin[x_1] + 52.685 \cos[x_3] \sin[x_1] - 15.523 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 6.198 \cos[x_5] \sin[x_1] + 5.738 \cos[x_6] \sin[x_1] + 526.815 \sin[x_1]^2 + 445.663 \sin[x_2]^2 - \\
& 406.121 \sin[x_3] - 68.497 \cos[x_1] \sin[x_3] + 168.288 \cos[x_2] \sin[x_3] + 66.952 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 5.838 \cos[x_4] \sin[x_3] + 24.688 \cos[x_5] \sin[x_3] - 3.375 \cos[x_6] \sin[x_3] + 536.149 \sin[x_3]^2 + \\
& 3.772 \sin[x_4] + 464.125 \sin[x_4]^2 + 1.258 \sin[x_5] + 497.532 \sin[x_5]^2 + 20.802 \sin[x_6] - \\
& 2.359 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.075 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.629 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.739 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.405 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.313 \cos[x_6] \sin[x_6] - 6.186 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.686 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 27.295 \sin[x_3] \sin[x_6] + 17.781 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.006 \sin[x_5] \sin[x_6] + 578.092 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 397.342 - 122.170 \cos[x_1] - 30.383 \cos[x_1]^2 - 91.763 \cos[x_2] + 414.299 \cos[x_2]^2 - 961.765 \cos[x_3] + \\
& 34.836 \cos[x_1] \cos[x_3] + 34.593 \cos[x_2] \cos[x_3] - 519.215 \cos[x_3]^2 + 1.497 \cos[x_4] + \\
& 1.154 \cos[x_2] \cos[x_4] + 513.006 \cos[x_4]^2 - 98.813 \cos[x_5] + 479.358 \cos[x_5]^2 + 4.855 \cos[x_6] + \\
& 532.841 \cos[x_6]^2 - 1038.582 \sin[x_1] + 240.300 \cos[x_1] \sin[x_1] - 6.648 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 222.389 \cos[x_3] \sin[x_1] - 14.232 \cos[x_4] \sin[x_1] + 48.044 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.448 \cos[x_6] \sin[x_1] + 476.860 \sin[x_1]^2 + 414.248 \sin[x_2]^2 - 2295.015 \sin[x_3] - \\
& 116.267 \cos[x_1] \sin[x_3] + 96.223 \cos[x_2] \sin[x_3] + 718.542 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 16.786 \cos[x_4] \sin[x_3] + 52.709 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.756 \cos[x_6] \sin[x_3] + 530.134 \sin[x_3]^2 + \\
& 164.690 \sin[x_4] + 429.810 \sin[x_4]^2 + 1.256 \sin[x_5] + 481.775 \sin[x_5]^2 + 39.552 \sin[x_6] - \\
& 3.051 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.701 \cos[x_2] \sin[x_6] - 11.410 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.257 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.705 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.306 \cos[x_6] \sin[x_6] - 13.243 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.892 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 32.938 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.144 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.327 \sin[x_5] \sin[x_6] + 532.396 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*11\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -177.454 - 451.284 \cos[x_1] - 1014.302 \cos[x_1]^2 + 97.389 \cos[x_2] - 184.326 \cos[x_2]^2 + \\
& 1254.411 \cos[x_3] + 28.465 \cos[x_1] \cos[x_3] - 20.040 \cos[x_2] \cos[x_3] + 1034.003 \cos[x_3]^2 + \\
& 15.302 \cos[x_4] + 15.021 \cos[x_2] \cos[x_4] - 202.285 \cos[x_4]^2 + 3.040 \cos[x_5] - 209.388 \cos[x_5]^2 + \\
& 0.715 \cos[x_6] - 239.570 \cos[x_6]^2 - 1748.116 \sin[x_1] + 497.551 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 33.906 \cos[x_2] \sin[x_1] + 139.352 \cos[x_3] \sin[x_1] + 0.304 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 63.675 \cos[x_5] \sin[x_1] + 7.432 \cos[x_6] \sin[x_1] - 198.198 \sin[x_1]^2 - 184.366 \sin[x_2]^2 + \\
& 3334.002 \sin[x_3] - 51.680 \cos[x_1] \sin[x_3] - 60.103 \cos[x_2] \sin[x_3] - 1308.753 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 14.056 \cos[x_4] \sin[x_3] - 34.036 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.455 \cos[x_6] \sin[x_3] - 255.285 \sin[x_3]^2 - \\
& 12.771 \sin[x_4] - 192.576 \sin[x_4]^2 + 1.149 \sin[x_5] - 226.047 \sin[x_5]^2 + 45.293 \sin[x_6] + \\
& 1.520 \cos[x_1] \sin[x_6] + 2.775 \cos[x_2] \sin[x_6] - 21.134 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.520 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.579 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.352 \cos[x_6] \sin[x_6] + 4.849 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.657 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 56.494 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.202 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.262 \sin[x_5] \sin[x_6] - 240.241 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*12\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 354.947 - 484.300 \cos[x_1] - 703.639 \cos[x_1]^2 - 44.138 \cos[x_2] + 373.419 \cos[x_2]^2 - \\
& 203.975 \cos[x_3] + 16.341 \cos[x_1] \cos[x_3] + 27.322 \cos[x_2] \cos[x_3] + 259.929 \cos[x_3]^2 - \\
& 42.916 \cos[x_4] + 2.064 \cos[x_2] \cos[x_4] + 368.735 \cos[x_4]^2 + 16.647 \cos[x_5] + 420.506 \cos[x_5]^2 + \\
& 7.506 \cos[x_6] + 472.750 \cos[x_6]^2 - 2463.459 \sin[x_1] + 567.819 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 0.917 \cos[x_2] \sin[x_1] + 161.349 \cos[x_3] \sin[x_1] + 4.640 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 17.796 \cos[x_5] \sin[x_1] + 0.335 \cos[x_6] \sin[x_1] + 437.953 \sin[x_1]^2 + 371.386 \sin[x_2]^2 - \\
& 294.681 \sin[x_3] - 82.220 \cos[x_1] \sin[x_3] + 41.877 \cos[x_2] \sin[x_3] + 54.399 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 45.098 \cos[x_4] \sin[x_3] + 24.763 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.473 \cos[x_6] \sin[x_3] + 447.207 \sin[x_3]^2 - \\
& 22.826 \sin[x_4] + 387.165 \sin[x_4]^2 + 1.810 \sin[x_5] + 407.937 \sin[x_5]^2 + 18.587 \sin[x_6] + \\
& 0.306 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.594 \cos[x_2] \sin[x_6] - 5.172 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.452 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.951 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.350 \cos[x_6] \sin[x_6] + 0.514 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.777 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.050 \sin[x_3] \sin[x_6] + 1.565 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.387 \sin[x_5] \sin[x_6] + 471.808 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*13\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -87.418 - 147.666 \cos[x_1] - 495.837 \cos[x_1]^2 - 60.009 \cos[x_2] - 89.001 \cos[x_2]^2 + \\
& 259.833 \cos[x_3] + 58.167 \cos[x_1] \cos[x_3] + 31.906 \cos[x_2] \cos[x_3] + 452.716 \cos[x_3]^2 + \\
& 48.917 \cos[x_4] - 3.638 \cos[x_2] \cos[x_4] + 4.927 \cos[x_4]^2 - 34.682 \cos[x_5] - 104.521 \cos[x_5]^2 + \\
& 8.877 \cos[x_6] - 115.081 \cos[x_6]^2 - 858.729 \sin[x_1] + 204.166 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 22.030 \cos[x_2] \sin[x_1] + 288.573 \cos[x_3] \sin[x_1] - 54.545 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 28.832 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.569 \cos[x_6] \sin[x_1] - 98.118 \sin[x_1]^2 - 91.181 \sin[x_2]^2 + \\
& 1494.782 \sin[x_3] - 62.004 \cos[x_1] \sin[x_3] + 80.097 \cos[x_2] \sin[x_3] - 524.003 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 7.692 \cos[x_4] \sin[x_3] + 41.949 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.931 \cos[x_6] \sin[x_3] - 122.744 \sin[x_3]^2 + \\
& 202.123 \sin[x_4] - 94.545 \sin[x_4]^2 + 0.803 \sin[x_5] - 122.579 \sin[x_5]^2 - 27.855 \sin[x_6] + \\
& 4.815 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.222 \cos[x_2] \sin[x_6] - 0.126 \cos[x_3] \sin[x_6] + 1.369 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.375 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.317 \cos[x_6] \sin[x_6] + 16.249 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.165 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 0.971 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.753 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.274 \sin[x_5] \sin[x_6] - 115.662 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*14\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -34.354 + 247.045 \cos[x_1] - 3.032 \cos[x_1]^2 - 183.373 \cos[x_2] - 30.569 \cos[x_2]^2 - 184.075 \cos[x_3] + \\
& 65.263 \cos[x_1] \cos[x_3] + 55.825 \cos[x_2] \cos[x_3] - 244.106 \cos[x_3]^2 - 14.034 \cos[x_4] + \\
& 5.512 \cos[x_2] \cos[x_4] + 122.037 \cos[x_4]^2 - 120.650 \cos[x_5] - 41.200 \cos[x_5]^2 + \\
& 9.084 \cos[x_6] - 45.406 \cos[x_6]^2 + 264.375 \sin[x_1] - 166.117 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 28.907 \cos[x_2] \sin[x_1] + 288.640 \cos[x_3] \sin[x_1] + 28.200 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 100.076 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.353 \cos[x_6] \sin[x_1] - 41.613 \sin[x_1]^2 - 35.925 \sin[x_2]^2 - \\
& 212.868 \sin[x_3] - 67.673 \cos[x_1] \sin[x_3] + 148.770 \cos[x_2] \sin[x_3] - 85.716 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 9.605 \cos[x_4] \sin[x_3] + 20.308 \cos[x_5] \sin[x_3] - 12.136 \cos[x_6] \sin[x_3] - 37.653 \sin[x_3]^2 + \\
& 308.911 \sin[x_4] - 38.078 \sin[x_4]^2 + 1.694 \sin[x_5] - 37.121 \sin[x_5]^2 + 92.194 \sin[x_6] - \\
& 11.017 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.138 \cos[x_2] \sin[x_6] - 12.278 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.660 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.607 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.263 \cos[x_6] \sin[x_6] - 34.634 \sin[x_1] \sin[x_6] - 14.964 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 36.216 \sin[x_3] \sin[x_6] - 2.981 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.025 \sin[x_5] \sin[x_6] - 46.164 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*15\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 504.483 - 1150.798 \cos[x_1] - 698.489 \cos[x_1]^2 + 121.954 \cos[x_2] + 518.616 \cos[x_2]^2 - \\
& 680.086 \cos[x_3] + 111.610 \cos[x_1] \cos[x_3] - 8.652 \cos[x_2] \cos[x_3] + 243.844 \cos[x_3]^2 + \\
& 43.860 \cos[x_4] - 4.495 \cos[x_2] \cos[x_4] + 535.026 \cos[x_4]^2 - 120.360 \cos[x_5] + 619.814 \cos[x_5]^2 - \\
& 2.423 \cos[x_6] + 684.306 \cos[x_6]^2 - 2809.205 \sin[x_1] + 796.893 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 15.148 \cos[x_2] \sin[x_1] - 36.934 \cos[x_3] \sin[x_1] - 20.277 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 43.004 \cos[x_5] \sin[x_1] + 5.495 \cos[x_6] \sin[x_1] + 621.742 \sin[x_1]^2 + 525.429 \sin[x_2]^2 - \\
& 1261.844 \sin[x_3] + 340.113 \cos[x_1] \sin[x_3] - 106.248 \cos[x_2] \sin[x_3] + 629.649 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 23.548 \cos[x_4] \sin[x_3] + 23.155 \cos[x_5] \sin[x_3] - 2.814 \cos[x_6] \sin[x_3] + 638.092 \sin[x_3]^2 - \\
& 28.140 \sin[x_4] + 549.392 \sin[x_4]^2 + 0.845 \sin[x_5] + 654.265 \sin[x_5]^2 - 46.335 \sin[x_6] + \\
& 5.752 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.522 \cos[x_2] \sin[x_6] - 5.608 \cos[x_3] \sin[x_6] + 1.199 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 9.926 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.469 \cos[x_6] \sin[x_6] + 16.814 \sin[x_1] \sin[x_6] - 1.729 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 9.214 \sin[x_3] \sin[x_6] + 31.583 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.717 \sin[x_5] \sin[x_6] + 684.866 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*16\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 445.878 - 577.794 \cos[x_1] - 410.370 \cos[x_1]^2 - 102.141 \cos[x_2] + 471.882 \cos[x_2]^2 - \\
& 691.488 \cos[x_3] + 75.890 \cos[x_1] \cos[x_3] + 32.235 \cos[x_2] \cos[x_3] - 52.569 \cos[x_3]^2 - \\
& 15.311 \cos[x_4] - 1.724 \cos[x_2] \cos[x_4] + 438.872 \cos[x_4]^2 - 82.239 \cos[x_5] + 525.387 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.429 \cos[x_6] + 599.154 \cos[x_6]^2 - 2146.814 \sin[x_1] + 544.108 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 5.636 \cos[x_2] \sin[x_1] + 247.362 \cos[x_3] \sin[x_1] + 10.250 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 4.131 \cos[x_5] \sin[x_1] + 0.572 \cos[x_6] \sin[x_1] + 555.865 \sin[x_1]^2 + 467.511 \sin[x_2]^2 - \\
& 1322.901 \sin[x_3] + 16.560 \cos[x_1] \sin[x_3] + 96.090 \cos[x_2] \sin[x_3] + 422.720 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 10.395 \cos[x_4] \sin[x_3] + 97.154 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.392 \cos[x_6] \sin[x_3] + 575.489 \sin[x_3]^2 - \\
& 71.432 \sin[x_4] + 482.148 \sin[x_4]^2 + 1.779 \sin[x_5] + 517.470 \sin[x_5]^2 - 19.443 \sin[x_6] + \\
& 0.962 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.845 \cos[x_2] \sin[x_6] + 1.630 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.343 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 3.657 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.146 \cos[x_6] \sin[x_6] + 2.666 \sin[x_1] \sin[x_6] + 0.091 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 4.768 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.836 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.682 \sin[x_5] \sin[x_6] + 598.703 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*17\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 32.240 - 389.785 \cos[x_1] - 464.548 \cos[x_1]^2 + 96.310 \cos[x_2] + 33.507 \cos[x_2]^2 + 238.556 \cos[x_3] + \\
& 44.090 \cos[x_1] \cos[x_3] - 23.212 \cos[x_2] \cos[x_3] + 289.977 \cos[x_3]^2 + 27.577 \cos[x_4] - \\
& 1.368 \cos[x_2] \cos[x_4] + 143.157 \cos[x_4]^2 - 18.698 \cos[x_5] + 38.298 \cos[x_5]^2 + 2.048 \cos[x_6] + \\
& 43.084 \cos[x_6]^2 - 1112.475 \sin[x_1] + 321.284 \cos[x_1] \sin[x_1] - 0.933 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 65.742 \cos[x_3] \sin[x_1] - 4.512 \cos[x_4] \sin[x_1] - 2.959 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.894 \cos[x_6] \sin[x_1] + \\
& 47.624 \sin[x_1]^2 + 33.720 \sin[x_2]^2 + 727.355 \sin[x_3] + 70.237 \cos[x_1] \sin[x_3] - \\
& 88.808 \cos[x_2] \sin[x_3] - 286.184 \cos[x_3] \sin[x_3] - 22.504 \cos[x_4] \sin[x_3] + \\
& 18.857 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.076 \cos[x_6] \sin[x_3] + 34.365 \sin[x_3]^2 + 205.986 \sin[x_4] + \\
& 34.626 \sin[x_4]^2 + 0.923 \sin[x_5] + 41.815 \sin[x_5]^2 + 37.462 \sin[x_6] - 2.764 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\
& 0.177 \cos[x_2] \sin[x_6] - 11.463 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.614 \cos[x_4] \sin[x_6] - 3.590 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.455 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.832 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.343 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 29.187 \sin[x_3] \sin[x_6] + 16.632 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.436 \sin[x_5] \sin[x_6] + 43.068 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



In[\*]:= (\*18\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 140.423 - 3.059 \cos[x_1] - 20.687 \cos[x_1]^2 - 24.776 \cos[x_2] + 152.350 \cos[x_2]^2 - 88.213 \cos[x_3] - \\
& 18.276 \cos[x_1] \cos[x_3] + 4.311 \cos[x_2] \cos[x_3] - 193.865 \cos[x_3]^2 + 9.544 \cos[x_4] - \\
& 4.756 \cos[x_2] \cos[x_4] + 132.087 \cos[x_4]^2 + 2.223 \cos[x_5] + 166.967 \cos[x_5]^2 + 3.221 \cos[x_6] + \\
& 191.464 \cos[x_6]^2 - 372.858 \sin[x_1] + 73.492 \cos[x_1] \sin[x_1] - 0.165 \cos[x_2] \sin[x_1] - \\
& 2.792 \cos[x_3] \sin[x_1] + 10.542 \cos[x_4] \sin[x_1] - 20.243 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.451 \cos[x_6] \sin[x_1] + 172.752 \sin[x_1]^2 + 147.374 \sin[x_2]^2 - 648.075 \sin[x_3] - \\
& 50.524 \cos[x_1] \sin[x_3] + 29.447 \cos[x_2] \sin[x_3] + 109.622 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 15.147 \cos[x_4] \sin[x_3] + 40.146 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.926 \cos[x_6] \sin[x_3] + 182.890 \sin[x_3]^2 - \\
& 26.111 \sin[x_4] + 153.059 \sin[x_4]^2 + 1.107 \sin[x_5] + 156.479 \sin[x_5]^2 + 32.547 \sin[x_6] - \\
& 8.550 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.827 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.079 \cos[x_3] \sin[x_6] + 3.040 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 0.519 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.478 \cos[x_6] \sin[x_6] - 26.450 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.465 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 20.621 \sin[x_3] \sin[x_6] + 25.857 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.460 \sin[x_5] \sin[x_6] + 191.046 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*19\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 127.388 - 613.951 \cos[x_1] - 530.437 \cos[x_1]^2 - 63.404 \cos[x_2] + 134.581 \cos[x_2]^2 - \\
& 51.879 \cos[x_3] + 130.430 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.835 \cos[x_2] \cos[x_3] + 342.180 \cos[x_3]^2 + \\
& 0.150 \cos[x_4] - 0.644 \cos[x_2] \cos[x_4] + 176.755 \cos[x_4]^2 - 58.388 \cos[x_5] + 155.130 \cos[x_5]^2 + \\
& 7.036 \cos[x_6] + 169.490 \cos[x_6]^2 - 1650.580 \sin[x_1] + 516.518 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 2.273 \cos[x_2] \sin[x_1] + 368.875 \cos[x_3] \sin[x_1] - 1.110 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 26.921 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.894 \cos[x_6] \sin[x_1] + 165.427 \sin[x_1]^2 + 133.538 \sin[x_2]^2 + \\
& 644.207 \sin[x_3] + 62.715 \cos[x_1] \sin[x_3] + 62.385 \cos[x_2] \sin[x_3] - 307.442 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 4.357 \cos[x_4] \sin[x_3] + 56.710 \cos[x_5] \sin[x_3] - 12.375 \cos[x_6] \sin[x_3] + 154.096 \sin[x_3]^2 + \\
& 79.022 \sin[x_4] + 138.543 \sin[x_4]^2 + 0.597 \sin[x_5] + 144.692 \sin[x_5]^2 + 48.578 \sin[x_6] - \\
& 3.759 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.001 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.669 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.958 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 1.800 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.077 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.385 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.488 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.134 \sin[x_3] \sin[x_6] + 3.298 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.471 \sin[x_5] \sin[x_6] + 168.927 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*20\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 52.693 - 577.866 \cos[x_1] - 1079.151 \cos[x_1]^2 - 100.770 \cos[x_2] + 59.440 \cos[x_2]^2 + \\
& 579.550 \cos[x_3] + 30.925 \cos[x_1] \cos[x_3] + 31.036 \cos[x_2] \cos[x_3] + 942.840 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.834 \cos[x_4] + 1.062 \cos[x_2] \cos[x_4] + 42.621 \cos[x_4]^2 - 54.232 \cos[x_5] + 63.493 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.287 \cos[x_6] + 69.945 \cos[x_6]^2 - 2482.173 \sin[x_1] + 620.321 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 1.264 \cos[x_2] \sin[x_1] + 115.386 \cos[x_3] \sin[x_1] - 44.359 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 18.204 \cos[x_5] \sin[x_1] + 0.745 \cos[x_6] \sin[x_1] + 83.045 \sin[x_1]^2 + 55.225 \sin[x_2]^2 + \\
& 2183.072 \sin[x_3] - 47.067 \cos[x_1] \sin[x_3] + 98.448 \cos[x_2] \sin[x_3] - 666.175 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 40.433 \cos[x_4] \sin[x_3] + 52.768 \cos[x_5] \sin[x_3] - 4.381 \cos[x_6] \sin[x_3] + 47.082 \sin[x_3]^2 - \\
& 24.624 \sin[x_4] + 56.676 \sin[x_4]^2 + 0.992 \sin[x_5] + 56.782 \sin[x_5]^2 + 31.624 \sin[x_6] + \\
& 3.439 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.924 \cos[x_2] \sin[x_6] - 18.619 \cos[x_3] \sin[x_6] + 1.170 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.452 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.167 \cos[x_6] \sin[x_6] + 11.996 \sin[x_1] \sin[x_6] - 0.184 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 55.220 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.687 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.969 \sin[x_5] \sin[x_6] + 69.668 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*SNRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 46.291 - 75.115 \cos[x_1] - 73.824 \cos[x_1]^2 - 33.971 \cos[x_2] + 25.550 \cos[x_2]^2 - 7.837 \cos[x_3] + \\
& 55.520 \cos[x_1] \cos[x_3] + 11.662 \cos[x_2] \cos[x_3] - 11.320 \cos[x_3]^2 + 10.062 \cos[x_4] + \\
& 1.100 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.623 \cos[x_4]^2 - 61.390 \cos[x_5] + 30.615 \cos[x_5]^2 + 4.437 \cos[x_6] + \\
& 24.971 \cos[x_6]^2 - 397.609 \sin[x_1] + 86.284 \cos[x_1] \sin[x_1] + 5.882 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 189.364 \cos[x_3] \sin[x_1] - 1.533 \cos[x_4] \sin[x_1] + 36.461 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.122 \cos[x_6] \sin[x_1] + 129.819 \sin[x_1]^2 + 22.721 \sin[x_2]^2 + 98.983 \sin[x_3] - \\
& 9.843 \cos[x_1] \sin[x_3] + 29.835 \cos[x_2] \sin[x_3] - 161.893 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 6.155 \cos[x_4] \sin[x_3] + 36.405 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.890 \cos[x_6] \sin[x_3] + 52.099 \sin[x_3]^2 + \\
& 92.719 \sin[x_4] - 1.464 \sin[x_4]^2 + 1.125 \sin[x_5] + 27.292 \sin[x_5]^2 + 43.094 \sin[x_6] - \\
& 3.920 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.379 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.652 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.136 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.609 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.331 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.212 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.796 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 27.744 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.165 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.083 \sin[x_5] \sin[x_6] + 24.474 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + 5.053 \cos[x_6] + \\
& 21.297 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - \\
& 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + \\
& 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - \\
& 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.198 - 69.999 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.914 \cos[x_5]^2 + 4.947 \cos[x_6] + \\
& 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + 45.678 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + 140.449 \sin[x_3] - \\
& 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + \\
& 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - \\
& 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*4\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.198 - 69.999 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.914 \cos[x_5]^2 + 4.947 \cos[x_6] + \\
& 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + 45.678 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + 140.449 \sin[x_3] - \\
& 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + \\
& 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - \\
& 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*5\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 45.283 - 50.605 \cos[x_1] - 88.091 \cos[x_1]^2 - 66.976 \cos[x_2] + 34.057 \cos[x_2]^2 - 18.900 \cos[x_3] + \\
& 50.261 \cos[x_1] \cos[x_3] + 22.438 \cos[x_2] \cos[x_3] - 18.499 \cos[x_3]^2 + 14.770 \cos[x_4] + \\
& 2.076 \cos[x_2] \cos[x_4] + 54.969 \cos[x_4]^2 - 64.678 \cos[x_5] + 30.186 \cos[x_5]^2 + 5.162 \cos[x_6] + \\
& 19.331 \cos[x_6]^2 - 398.713 \sin[x_1] + 82.667 \cos[x_1] \sin[x_1] + 7.640 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 196.992 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.277 \cos[x_4] \sin[x_1] + 43.583 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.003 \cos[x_6] \sin[x_1] + 120.802 \sin[x_1]^2 + 30.988 \sin[x_2]^2 + 81.130 \sin[x_3] - \\
& 29.540 \cos[x_1] \sin[x_3] + 59.288 \cos[x_2] \sin[x_3] - 156.628 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 6.416 \cos[x_4] \sin[x_3] + 36.188 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.585 \cos[x_6] \sin[x_3] + 55.494 \sin[x_3]^2 + \\
& 129.905 \sin[x_4] - 11.960 \sin[x_4]^2 + 1.192 \sin[x_5] + 24.914 \sin[x_5]^2 + 50.687 \sin[x_6] - \\
& 4.784 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.137 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.073 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.452 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.966 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.361 \cos[x_6] \sin[x_6] - 19.637 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.511 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 29.688 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.411 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.379 \sin[x_5] \sin[x_6] + 18.769 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*6\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 114.617 - 184.901 \cos[x_1] - 143.369 \cos[x_1]^2 - 94.522 \cos[x_2] + 66.014 \cos[x_2]^2 - \\
& 72.247 \cos[x_3] + 62.747 \cos[x_1] \cos[x_3] + 28.478 \cos[x_2] \cos[x_3] + 79.999 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.244 \cos[x_4] - 0.950 \cos[x_2] \cos[x_4] + 64.597 \cos[x_4]^2 - 62.669 \cos[x_5] + 61.641 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.953 \cos[x_6] + 62.293 \cos[x_6]^2 - 814.430 \sin[x_1] + 193.670 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 13.688 \cos[x_2] \sin[x_1] + 232.371 \cos[x_3] \sin[x_1] - 10.686 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 28.463 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.662 \cos[x_6] \sin[x_1] + 239.893 \sin[x_1]^2 + 62.325 \sin[x_2]^2 + \\
& 256.335 \sin[x_3] - 12.377 \cos[x_1] \sin[x_3] + 80.969 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.089 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 7.917 \cos[x_4] \sin[x_3] + 49.854 \cos[x_5] \sin[x_3] - 6.922 \cos[x_6] \sin[x_3] + 47.023 \sin[x_3]^2 + \\
& 11.925 \sin[x_4] + 62.652 \sin[x_4]^2 + 1.289 \sin[x_5] + 55.569 \sin[x_5]^2 + 21.202 \sin[x_6] - \\
& 3.757 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.861 \cos[x_2] \sin[x_6] - 4.471 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.176 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.754 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.312 \cos[x_6] \sin[x_6] - 16.242 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.213 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 11.539 \sin[x_3] \sin[x_6] + 12.285 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.585 \sin[x_5] \sin[x_6] + 61.785 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 69.372 - 137.929 \cos[x_1] - 110.655 \cos[x_1]^2 - 78.552 \cos[x_2] + 37.167 \cos[x_2]^2 - \\
& 82.321 \cos[x_3] + 67.647 \cos[x_1] \cos[x_3] + 22.780 \cos[x_2] \cos[x_3] + 32.754 \cos[x_3]^2 + \\
& 10.857 \cos[x_4] + 0.468 \cos[x_2] \cos[x_4] + 67.026 \cos[x_4]^2 - 65.591 \cos[x_5] + 41.942 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.028 \cos[x_6] + 40.406 \cos[x_6]^2 - 563.987 \sin[x_1] + 135.985 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 12.010 \cos[x_2] \sin[x_1] + 234.132 \cos[x_3] \sin[x_1] - 5.245 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 37.909 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.142 \cos[x_6] \sin[x_1] + 159.478 \sin[x_1]^2 + 34.158 \sin[x_2]^2 + \\
& 172.302 \sin[x_3] - 1.475 \cos[x_1] \sin[x_3] + 67.383 \cos[x_2] \sin[x_3] - 140.709 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.164 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.896 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.474 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.398 \sin[x_3]^2 + \\
& 85.168 \sin[x_4] + 24.575 \sin[x_4]^2 + 1.080 \sin[x_5] + 36.644 \sin[x_5]^2 + 37.455 \sin[x_6] - \\
& 4.436 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.580 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.393 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.494 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.085 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.283 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.380 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.468 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 18.575 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.495 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.165 \sin[x_5] \sin[x_6] + 39.860 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 75.162 - 154.409 \cos[x_1] - 127.574 \cos[x_1]^2 - 79.987 \cos[x_2] + 45.691 \cos[x_2]^2 - 66.013 \cos[x_3] + \\
& 82.291 \cos[x_1] \cos[x_3] + 23.890 \cos[x_2] \cos[x_3] + 52.032 \cos[x_3]^2 + 12.295 \cos[x_4] + \\
& 1.030 \cos[x_2] \cos[x_4] + 52.198 \cos[x_4]^2 - 57.912 \cos[x_5] + 33.086 \cos[x_5]^2 + 4.513 \cos[x_6] + \\
& 33.428 \cos[x_6]^2 - 673.859 \sin[x_1] + 149.040 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.728 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 283.677 \cos[x_3] \sin[x_1] - 11.549 \cos[x_4] \sin[x_1] + 28.185 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.510 \cos[x_6] \sin[x_1] + 184.625 \sin[x_1]^2 + 42.348 \sin[x_2]^2 + 308.428 \sin[x_3] - \\
& 2.866 \cos[x_1] \sin[x_3] + 73.883 \cos[x_2] \sin[x_3] - 203.282 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 1.811 \cos[x_4] \sin[x_3] + 50.707 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.342 \cos[x_6] \sin[x_3] + 15.471 \sin[x_3]^2 + \\
& 77.072 \sin[x_4] + 14.001 \sin[x_4]^2 + 1.005 \sin[x_5] + 24.566 \sin[x_5]^2 + 26.639 \sin[x_6] - \\
& 1.916 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.787 \cos[x_2] \sin[x_6] - 5.903 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.808 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 0.691 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.263 \cos[x_6] \sin[x_6] - 9.934 \sin[x_1] \sin[x_6] - 2.754 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.044 \sin[x_3] \sin[x_6] + 4.991 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.247 \sin[x_5] \sin[x_6] + 32.949 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 57.389 - 99.477 \cos[x_1] - 95.354 \cos[x_1]^2 - 30.560 \cos[x_2] + 33.730 \cos[x_2]^2 - 75.852 \cos[x_3] + \\
& 63.046 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.228 \cos[x_2] \cos[x_3] - 0.040 \cos[x_3]^2 + 5.696 \cos[x_4] + \\
& 3.188 \cos[x_2] \cos[x_4] + 49.517 \cos[x_4]^2 - 103.371 \cos[x_5] + 33.876 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.804 \cos[x_6] + 29.639 \cos[x_6]^2 - 462.706 \sin[x_1] + 106.516 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 5.178 \cos[x_2] \sin[x_1] + 222.063 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.621 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 63.222 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.660 \cos[x_6] \sin[x_1] + 146.900 \sin[x_1]^2 + 31.668 \sin[x_2]^2 + \\
& 120.142 \sin[x_3] - 7.896 \cos[x_1] \sin[x_3] + 26.070 \cos[x_2] \sin[x_3] - 130.090 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 5.196 \cos[x_4] \sin[x_3] + 53.315 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.929 \cos[x_6] \sin[x_3] + 45.344 \sin[x_3]^2 + \\
& 96.193 \sin[x_4] + 2.578 \sin[x_4]^2 + 1.251 \sin[x_5] + 30.214 \sin[x_5]^2 + 36.330 \sin[x_6] - \\
& 3.951 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.792 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.152 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.759 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.535 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.291 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.110 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.788 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 19.082 \sin[x_3] \sin[x_6] + 3.891 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.270 \sin[x_5] \sin[x_6] + 29.069 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 66.991 - 150.362 \cos[x_1] - 120.854 \cos[x_1]^2 - 16.850 \cos[x_2] + 36.674 \cos[x_2]^2 - 1.142 \cos[x_3] + \\
& 65.790 \cos[x_1] \cos[x_3] + 5.476 \cos[x_2] \cos[x_3] + 39.537 \cos[x_3]^2 + 13.744 \cos[x_4] - \\
& 0.055 \cos[x_2] \cos[x_4] + 47.854 \cos[x_4]^2 - 77.815 \cos[x_5] + 40.629 \cos[x_5]^2 + 4.726 \cos[x_6] + \\
& 36.732 \cos[x_6]^2 - 589.768 \sin[x_1] + 137.372 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.271 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 208.247 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.417 \cos[x_4] \sin[x_1] + 44.999 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.019 \cos[x_6] \sin[x_1] + 170.667 \sin[x_1]^2 + 33.068 \sin[x_2]^2 + 245.007 \sin[x_3] + \\
& 10.640 \cos[x_1] \sin[x_3] + 11.775 \cos[x_2] \sin[x_3] - 190.211 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 3.874 \cos[x_4] \sin[x_3] + 46.839 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.074 \cos[x_6] \sin[x_3] + 32.930 \sin[x_3]^2 + \\
& 32.237 \sin[x_4] + 33.651 \sin[x_4]^2 + 1.100 \sin[x_5] + 36.377 \sin[x_5]^2 + 34.968 \sin[x_6] - \\
& 4.011 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.494 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.558 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.300 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.362 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.305 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.802 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.942 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 21.036 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.249 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.604 \sin[x_5] \sin[x_6] + 36.277 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*11\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 71.207 - 73.334 \cos[x_1] - 107.893 \cos[x_1]^2 - 68.225 \cos[x_2] + 36.792 \cos[x_2]^2 - 99.629 \cos[x_3] + \\
& 58.473 \cos[x_1] \cos[x_3] + 24.787 \cos[x_2] \cos[x_3] + 15.469 \cos[x_3]^2 + 3.615 \cos[x_4] - \\
& 1.331 \cos[x_2] \cos[x_4] + 56.060 \cos[x_4]^2 - 96.425 \cos[x_5] + 33.304 \cos[x_5]^2 + 5.175 \cos[x_6] + \\
& 30.024 \cos[x_6]^2 - 484.321 \sin[x_1] + 93.570 \cos[x_1] \sin[x_1] + 4.538 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 221.719 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.961 \cos[x_4] \sin[x_1] + 51.112 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.874 \cos[x_6] \sin[x_1] + 144.536 \sin[x_1]^2 + 34.254 \sin[x_2]^2 + 140.800 \sin[x_3] - \\
& 19.504 \cos[x_1] \sin[x_3] + 63.522 \cos[x_2] \sin[x_3] - 110.765 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 8.053 \cos[x_4] \sin[x_3] + 56.983 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.439 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.223 \sin[x_3]^2 + \\
& 67.718 \sin[x_4] + 24.105 \sin[x_4]^2 + 1.193 \sin[x_5] + 30.548 \sin[x_5]^2 + 21.644 \sin[x_6] - \\
& 3.649 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - 4.174 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.011 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.520 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.370 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.619 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.798 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 10.714 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.230 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.626 \sin[x_5] \sin[x_6] + 29.589 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*12\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 45.366 - 122.419 \cos[x_1] - 92.332 \cos[x_1]^2 - 77.430 \cos[x_2] + 37.176 \cos[x_2]^2 - 64.368 \cos[x_3] + \\
& 70.363 \cos[x_1] \cos[x_3] + 23.980 \cos[x_2] \cos[x_3] + 15.976 \cos[x_3]^2 + 14.255 \cos[x_4] - \\
& 0.953 \cos[x_2] \cos[x_4] + 57.515 \cos[x_4]^2 - 71.133 \cos[x_5] + 32.336 \cos[x_5]^2 + 3.967 \cos[x_6] + \\
& 24.849 \cos[x_6]^2 - 447.576 \sin[x_1] + 101.234 \cos[x_1] \sin[x_1] + 11.339 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 216.534 \cos[x_3] \sin[x_1] - 5.218 \cos[x_4] \sin[x_1] + 39.522 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.408 \cos[x_6] \sin[x_1] + 130.778 \sin[x_1]^2 + 33.863 \sin[x_2]^2 + 138.647 \sin[x_3] + \\
& 19.380 \cos[x_1] \sin[x_3] + 66.714 \cos[x_2] \sin[x_3] - 141.465 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 6.695 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.934 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.636 \cos[x_6] \sin[x_3] + 42.260 \sin[x_3]^2 + \\
& 86.047 \sin[x_4] + 14.379 \sin[x_4]^2 + 0.958 \sin[x_5] + 28.918 \sin[x_5]^2 + 35.730 \sin[x_6] - \\
& 3.632 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.170 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.280 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.147 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.658 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.310 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.767 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.997 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.687 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.970 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.408 \sin[x_5] \sin[x_6] + 24.480 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*13\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 36.667 - 74.885 \cos[x_1] - 90.656 \cos[x_1]^2 - 79.597 \cos[x_2] + 28.085 \cos[x_2]^2 - 38.575 \cos[x_3] + \\
& 71.408 \cos[x_1] \cos[x_3] + 23.272 \cos[x_2] \cos[x_3] - 21.943 \cos[x_3]^2 + 11.812 \cos[x_4] + \\
& 2.321 \cos[x_2] \cos[x_4] + 51.536 \cos[x_4]^2 - 82.575 \cos[x_5] + 19.989 \cos[x_5]^2 + 4.314 \cos[x_6] + \\
& 31.712 \cos[x_6]^2 - 381.196 \sin[x_1] + 73.078 \cos[x_1] \sin[x_1] + 10.556 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 225.713 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.799 \cos[x_4] \sin[x_1] + 46.347 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.698 \cos[x_6] \sin[x_1] + 110.581 \sin[x_1]^2 + 24.590 \sin[x_2]^2 + 103.371 \sin[x_3] + \\
& 0.909 \cos[x_1] \sin[x_3] + 69.294 \cos[x_2] \sin[x_3] - 169.474 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 5.905 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.074 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.390 \cos[x_6] \sin[x_3] + 43.702 \sin[x_3]^2 + \\
& 111.565 \sin[x_4] - 6.124 \sin[x_4]^2 + 1.316 \sin[x_5] + 19.604 \sin[x_5]^2 + 54.309 \sin[x_6] - \\
& 4.700 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.690 \cos[x_2] \sin[x_6] - 11.516 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.736 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.573 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.382 \cos[x_6] \sin[x_6] - 19.609 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.444 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 33.059 \sin[x_3] \sin[x_6] + 5.735 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.244 \sin[x_5] \sin[x_6] + 31.252 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*14\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 70.194 - 142.297 \cos[x_1] - 90.550 \cos[x_1]^2 - 27.991 \cos[x_2] + 45.258 \cos[x_2]^2 - 59.905 \cos[x_3] + \\
& 68.216 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.094 \cos[x_2] \cos[x_3] + 42.045 \cos[x_3]^2 + 6.525 \cos[x_4] - \\
& 1.591 \cos[x_2] \cos[x_4] + 26.850 \cos[x_4]^2 - 73.881 \cos[x_5] + 45.848 \cos[x_5]^2 + 3.996 \cos[x_6] + \\
& 38.424 \cos[x_6]^2 - 504.651 \sin[x_1] + 120.374 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.088 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 210.381 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.898 \cos[x_4] \sin[x_1] + 35.831 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.769 \cos[x_6] \sin[x_1] + 154.126 \sin[x_1]^2 + 42.298 \sin[x_2]^2 + 191.383 \sin[x_3] + \\
& 18.800 \cos[x_1] \sin[x_3] + 22.518 \cos[x_2] \sin[x_3] - 140.008 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 3.652 \cos[x_4] \sin[x_3] + 48.877 \cos[x_5] \sin[x_3] - 7.021 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.272 \sin[x_3]^2 - \\
& 19.124 \sin[x_4] + 40.755 \sin[x_4]^2 + 1.014 \sin[x_5] + 43.166 \sin[x_5]^2 + 24.947 \sin[x_6] - \\
& 3.662 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.625 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.231 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.000 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.398 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.290 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.357 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.689 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.061 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.345 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.417 \sin[x_5] \sin[x_6] + 37.973 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*15\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 64.116 - 67.410 \cos[x_1] - 105.787 \cos[x_1]^2 - 73.512 \cos[x_2] + 39.005 \cos[x_2]^2 - 43.223 \cos[x_3] + \\
& 58.027 \cos[x_1] \cos[x_3] + 23.875 \cos[x_2] \cos[x_3] + 8.054 \cos[x_3]^2 - 0.323 \cos[x_4] + \\
& 1.662 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.941 \cos[x_4]^2 - 64.954 \cos[x_5] + 37.375 \cos[x_5]^2 + 5.965 \cos[x_6] + \\
& 37.008 \cos[x_6]^2 - 513.159 \sin[x_1] + 102.812 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.946 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 233.252 \cos[x_3] \sin[x_1] - 2.849 \cos[x_4] \sin[x_1] + 41.677 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.437 \cos[x_6] \sin[x_1] + 152.269 \sin[x_1]^2 + 35.905 \sin[x_2]^2 + 151.198 \sin[x_3] - \\
& 35.206 \cos[x_1] \sin[x_3] + 64.727 \cos[x_2] \sin[x_3] - 169.416 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 6.668 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.687 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.861 \cos[x_6] \sin[x_3] + 50.774 \sin[x_3]^2 + \\
& 91.310 \sin[x_4] + 1.125 \sin[x_4]^2 + 1.331 \sin[x_5] + 28.748 \sin[x_5]^2 + 42.667 \sin[x_6] - \\
& 4.699 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.732 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.174 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.812 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.506 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.297 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.048 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.968 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.846 \sin[x_3] \sin[x_6] + 4.740 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.235 \sin[x_5] \sin[x_6] + 36.336 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*16\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 61.617 - 138.698 \cos[x_1] - 146.604 \cos[x_1]^2 - 49.003 \cos[x_2] + 32.428 \cos[x_2]^2 + 42.612 \cos[x_3] + \\
& 53.720 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.420 \cos[x_2] \cos[x_3] + 44.690 \cos[x_3]^2 + 15.136 \cos[x_4] + \\
& 1.063 \cos[x_2] \cos[x_4] + 48.182 \cos[x_4]^2 - 64.664 \cos[x_5] + 35.768 \cos[x_5]^2 + 4.792 \cos[x_6] + \\
& 31.514 \cos[x_6]^2 - 640.457 \sin[x_1] + 153.699 \cos[x_1] \sin[x_1] + 4.542 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 188.470 \cos[x_3] \sin[x_1] - 11.454 \cos[x_4] \sin[x_1] + 41.203 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.613 \cos[x_6] \sin[x_1] + 171.313 \sin[x_1]^2 + 30.057 \sin[x_2]^2 + 307.416 \sin[x_3] - \\
& 13.858 \cos[x_1] \sin[x_3] + 44.578 \cos[x_2] \sin[x_3] - 211.774 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 1.416 \cos[x_4] \sin[x_3] + 34.639 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.750 \cos[x_6] \sin[x_3] + 7.969 \sin[x_3]^2 + \\
& 92.368 \sin[x_4] + 1.374 \sin[x_4]^2 + 1.093 \sin[x_5] + 32.545 \sin[x_5]^2 + 44.441 \sin[x_6] - \\
& 3.682 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.315 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.300 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.276 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.291 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.342 \cos[x_6] \sin[x_6] - 16.060 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.086 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 29.023 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.662 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.200 \sin[x_5] \sin[x_6] + 30.991 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*17\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 49.283 - 48.325 \cos[x_1] - 89.565 \cos[x_1]^2 - 79.411 \cos[x_2] + 33.762 \cos[x_2]^2 - 95.738 \cos[x_3] + \\
& 63.468 \cos[x_1] \cos[x_3] + 26.422 \cos[x_2] \cos[x_3] + 1.680 \cos[x_3]^2 + 7.419 \cos[x_4] + \\
& 1.364 \cos[x_2] \cos[x_4] + 37.271 \cos[x_4]^2 - 90.619 \cos[x_5] + 28.247 \cos[x_5]^2 + 5.362 \cos[x_6] + \\
& 32.772 \cos[x_6]^2 - 419.913 \sin[x_1] + 80.365 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.732 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 252.848 \cos[x_3] \sin[x_1] - 9.071 \cos[x_4] \sin[x_1] + 57.849 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.846 \cos[x_6] \sin[x_1] + 130.622 \sin[x_1]^2 + 30.417 \sin[x_2]^2 + 134.615 \sin[x_3] - \\
& 33.192 \cos[x_1] \sin[x_3] + 70.144 \cos[x_2] \sin[x_3] - 141.195 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 4.818 \cos[x_4] \sin[x_3] + 47.907 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.645 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.766 \sin[x_3]^2 + \\
& 75.684 \sin[x_4] + 0.636 \sin[x_4]^2 + 1.272 \sin[x_5] + 23.338 \sin[x_5]^2 + 33.592 \sin[x_6] - \\
& 4.482 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.577 \cos[x_2] \sin[x_6] - 5.915 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.353 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 0.846 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.339 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.592 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.952 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.692 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.363 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.409 \sin[x_5] \sin[x_6] + 32.155 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[ ]:= (\*18\*)

Out[ ]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 62.183 - 176.417 \cos[x_1] - 143.587 \cos[x_1]^2 - 73.148 \cos[x_2] + 43.930 \cos[x_2]^2 - 31.515 \cos[x_3] + \\
& 68.165 \cos[x_1] \cos[x_3] + 25.641 \cos[x_2] \cos[x_3] + 50.167 \cos[x_3]^2 + 15.499 \cos[x_4] + \\
& 2.454 \cos[x_2] \cos[x_4] + 50.652 \cos[x_4]^2 - 93.620 \cos[x_5] + 40.280 \cos[x_5]^2 + 5.011 \cos[x_6] + \\
& 36.483 \cos[x_6]^2 - 687.499 \sin[x_1] + 175.186 \cos[x_1] \sin[x_1] + 7.432 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 232.180 \cos[x_3] \sin[x_1] - 16.108 \cos[x_4] \sin[x_1] + 56.453 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.280 \cos[x_6] \sin[x_1] + 192.569 \sin[x_1]^2 + 41.786 \sin[x_2]^2 + 298.105 \sin[x_3] - \\
& 2.636 \cos[x_1] \sin[x_3] + 64.979 \cos[x_2] \sin[x_3] - 186.401 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 2.788 \cos[x_4] \sin[x_3] + 49.651 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.692 \cos[x_6] \sin[x_3] + 11.804 \sin[x_3]^2 + \\
& 110.975 \sin[x_4] - 5.787 \sin[x_4]^2 + 1.218 \sin[x_5] + 36.767 \sin[x_5]^2 + 35.197 \sin[x_6] - \\
& 2.994 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.641 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.885 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.592 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.566 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.334 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.602 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.890 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.341 \sin[x_3] \sin[x_6] + 6.802 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.241 \sin[x_5] \sin[x_6] + 35.941 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*19\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 75.137 - 95.388 \cos[x_1] - 118.848 \cos[x_1]^2 - 75.605 \cos[x_2] + 43.595 \cos[x_2]^2 - 47.181 \cos[x_3] + \\
& 54.891 \cos[x_1] \cos[x_3] + 26.809 \cos[x_2] \cos[x_3] + 16.463 \cos[x_3]^2 + 10.380 \cos[x_4] + \\
& 2.435 \cos[x_2] \cos[x_4] + 57.651 \cos[x_4]^2 - 80.227 \cos[x_5] + 50.740 \cos[x_5]^2 + 4.847 \cos[x_6] + \\
& 38.368 \cos[x_6]^2 - 575.659 \sin[x_1] + 123.646 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.942 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 213.758 \cos[x_3] \sin[x_1] - 6.868 \cos[x_4] \sin[x_1] + 51.215 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.856 \cos[x_6] \sin[x_1] + 173.996 \sin[x_1]^2 + 40.192 \sin[x_2]^2 + 142.810 \sin[x_3] - \\
& 27.707 \cos[x_1] \sin[x_3] + 67.544 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.710 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 0.708 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.364 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.105 \cos[x_6] \sin[x_3] + 49.532 \sin[x_3]^2 + \\
& 88.253 \sin[x_4] + 13.857 \sin[x_4]^2 + 1.339 \sin[x_5] + 48.669 \sin[x_5]^2 + 34.875 \sin[x_6] - \\
& 3.575 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.308 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.020 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.172 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.588 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.398 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.765 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.223 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.614 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.966 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.520 \sin[x_5] \sin[x_6] + 37.847 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*20\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 79.374 - 116.790 \cos[x_1] - 117.638 \cos[x_1]^2 - 51.206 \cos[x_2] + 47.537 \cos[x_2]^2 - 67.022 \cos[x_3] + \\
& 62.975 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.561 \cos[x_2] \cos[x_3] + 17.036 \cos[x_3]^2 + 9.353 \cos[x_4] + \\
& 1.640 \cos[x_2] \cos[x_4] + 69.906 \cos[x_4]^2 - 74.089 \cos[x_5] + 45.711 \cos[x_5]^2 + 5.244 \cos[x_6] + \\
& 43.642 \cos[x_6]^2 - 585.223 \sin[x_1] + 135.369 \cos[x_1] \sin[x_1] + 7.833 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 234.800 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.110 \cos[x_4] \sin[x_1] + 47.071 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.220 \cos[x_6] \sin[x_1] + 171.025 \sin[x_1]^2 + 44.695 \sin[x_2]^2 + 142.392 \sin[x_3] - \\
& 20.365 \cos[x_1] \sin[x_3] + 44.267 \cos[x_2] \sin[x_3] - 150.808 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 0.682 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.388 \cos[x_5] \sin[x_3] - 8.872 \cos[x_6] \sin[x_3] + 54.599 \sin[x_3]^2 + \\
& 78.276 \sin[x_4] + 31.793 \sin[x_4]^2 + 1.248 \sin[x_5] + 38.603 \sin[x_5]^2 + 34.831 \sin[x_6] - \\
& 4.108 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.329 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.745 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.265 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 1.283 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.387 \cos[x_6] \sin[x_6] - 16.935 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.242 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 19.770 \sin[x_3] \sin[x_6] + 8.521 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.342 \sin[x_5] \sin[x_6] + 43.052 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



(\*Tablo A.28:Bootstrap veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller ((80 Eğitim\*-20 Test)-\*Eğitim kendi içinde iki kısma ayrıldı (64 Eğitim-16 Doğrulama)) (Tablo 7.6 ile ilgili)\*)

(\*NRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -7.555 - 745.970 \cos[x_1] - 32.241 \cos[x_1]^2 + 543.555 \cos[x_2] - 20.436 \cos[x_2]^2 - \\
& 364.413 \cos[x_3] + 213.925 \cos[x_1] \cos[x_3] - 167.953 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 175.331 \cos[x_3]^2 + 95.863 \cos[x_4] - 8.347 \cos[x_2] \cos[x_4] + 109.936 \cos[x_4]^2 - \\
& 5.362 \cos[x_5] - 7.813 \cos[x_5]^2 + 5.988 \cos[x_6] - 10.117 \cos[x_6]^2 - 3.382 \sin[x_1] + \\
& 110.211 \cos[x_1] \sin[x_1] + 30.314 \cos[x_2] \sin[x_1] + 68.670 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 4.459 \cos[x_4] \sin[x_1] + 109.850 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.319 \cos[x_6] \sin[x_1] - 8.697 \sin[x_1]^2 - \\
& 7.864 \sin[x_2]^2 + 6.117 \sin[x_3] + 608.735 \cos[x_1] \sin[x_3] - 541.937 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 209.002 \cos[x_3] \sin[x_3] - 103.427 \cos[x_4] \sin[x_3] - 41.169 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.944 \cos[x_6] \sin[x_3] - 14.572 \sin[x_3]^2 + 227.883 \sin[x_4] - 8.815 \sin[x_4]^2 + 0.949 \sin[x_5] - \\
& 40.801 \sin[x_5]^2 - 16.214 \sin[x_6] - 8.216 \cos[x_1] \sin[x_6] - 5.323 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 10.023 \cos[x_3] \sin[x_6] + 8.718 \cos[x_4] \sin[x_6] - 12.411 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.746 \cos[x_6] \sin[x_6] - 37.612 \sin[x_1] \sin[x_6] - 45.843 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 31.088 \sin[x_3] \sin[x_6] + 55.416 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.067 \sin[x_5] \sin[x_6] - 10.296 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 17.975 + 16.616 \cos[x_1] + 325.814 \cos[x_1]^2 + 1288.760 \cos[x_2] - 30.370 \cos[x_2]^2 + \\
& 537.979 \cos[x_3] - 399.926 \cos[x_1] \cos[x_3] - 450.776 \cos[x_2] \cos[x_3] - \\
& 108.800 \cos[x_3]^2 - 9.301 \cos[x_4] - 27.862 \cos[x_2] \cos[x_4] - 24.170 \cos[x_4]^2 + \\
& 283.655 \cos[x_5] + 22.455 \cos[x_5]^2 + 25.596 \cos[x_6] + 26.161 \cos[x_6]^2 + 28.456 \sin[x_1] + \\
& 381.804 \cos[x_1] \sin[x_1] - 21.368 \cos[x_2] \sin[x_1] - 449.529 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 210.493 \cos[x_4] \sin[x_1] - 237.270 \cos[x_5] \sin[x_1] - 30.826 \cos[x_6] \sin[x_1] + \\
& 16.175 \sin[x_1]^2 + 18.653 \sin[x_2]^2 - 6.970 \sin[x_3] - 369.935 \cos[x_1] \sin[x_3] - \\
& 1187.000 \cos[x_2] \sin[x_3] + 36.283 \cos[x_3] \sin[x_3] - 201.182 \cos[x_4] \sin[x_3] + \\
& 19.987 \cos[x_5] \sin[x_3] + 3.822 \cos[x_6] \sin[x_3] + 25.801 \sin[x_3]^2 - 28.755 \sin[x_4] + \\
& 19.931 \sin[x_4]^2 + 0.344 \sin[x_5] - 16.749 \sin[x_5]^2 - 180.864 \sin[x_6] + \\
& 10.653 \cos[x_1] \sin[x_6] - 13.268 \cos[x_2] \sin[x_6] - 2.745 \cos[x_3] \sin[x_6] + \\
& 4.663 \cos[x_4] \sin[x_6] - 4.323 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.164 \cos[x_6] \sin[x_6] - \\
& 4.525 \sin[x_1] \sin[x_6] + 162.488 \sin[x_2] \sin[x_6] + 21.369 \sin[x_3] \sin[x_6] - \\
& 3.802 \sin[x_4] \sin[x_6] + 4.802 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.892 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 13.259 - 418.010 \cos[x_1] - 267.608 \cos[x_1]^2 - 698.885 \cos[x_2] + 1.074 \cos[x_2]^2 - \\
& 719.207 \cos[x_3] + 480.091 \cos[x_1] \cos[x_3] + 239.406 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 282.482 \cos[x_3]^2 + 154.705 \cos[x_4] + 18.157 \cos[x_2] \cos[x_4] + 27.164 \cos[x_4]^2 - \\
& 213.445 \cos[x_5] + 15.959 \cos[x_5]^2 - 17.106 \cos[x_6] + 18.668 \cos[x_6]^2 - 18.213 \sin[x_1] - \\
& 381.188 \cos[x_1] \sin[x_1] - 105.805 \cos[x_2] \sin[x_1] + 346.296 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 17.674 \cos[x_4] \sin[x_1] + 202.368 \cos[x_5] \sin[x_1] + 10.883 \cos[x_6] \sin[x_1] + \\
& 21.517 \sin[x_1]^2 + 13.808 \sin[x_2]^2 + 47.898 \sin[x_3] + 770.905 \cos[x_1] \sin[x_3] + \\
& 765.765 \cos[x_2] \sin[x_3] + 173.832 \cos[x_3] \sin[x_3] - 143.057 \cos[x_4] \sin[x_3] + \\
& 38.353 \cos[x_5] \sin[x_3] + 6.570 \cos[x_6] \sin[x_3] + 10.777 \sin[x_3]^2 + 9.154 \sin[x_4] + \\
& 14.287 \sin[x_4]^2 + 2.010 \sin[x_5] + 9.088 \sin[x_5]^2 + 176.279 \sin[x_6] + \\
& 6.669 \cos[x_1] \sin[x_6] + 4.826 \cos[x_2] \sin[x_6] - 60.813 \cos[x_3] \sin[x_6] - \\
& 6.952 \cos[x_4] \sin[x_6] - 9.394 \cos[x_5] \sin[x_6] + 0.135 \cos[x_6] \sin[x_6] + \\
& 33.199 \sin[x_1] \sin[x_6] - 29.396 \sin[x_2] \sin[x_6] - 166.273 \sin[x_3] \sin[x_6] - \\
& 12.807 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.384 \sin[x_5] \sin[x_6] + 18.628 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 5.719 + 298.583 \cos[x_1] - 68.278 \cos[x_1]^2 - 791.866 \cos[x_2] + 28.560 \cos[x_2]^2 - \\
& 559.500 \cos[x_3] - 100.829 \cos[x_1] \cos[x_3] + 239.394 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 170.826 \cos[x_3]^2 + 22.118 \cos[x_4] - 32.975 \cos[x_2] \cos[x_4] - 43.592 \cos[x_4]^2 - \\
& 218.299 \cos[x_5] + 6.956 \cos[x_5]^2 + 8.449 \cos[x_6] + 8.073 \cos[x_6]^2 - 4.160 \sin[x_1] + \\
& 54.847 \cos[x_1] \sin[x_1] + 150.334 \cos[x_2] \sin[x_1] + 230.359 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 57.896 \cos[x_4] \sin[x_1] + 253.554 \cos[x_5] \sin[x_1] - 5.421 \cos[x_6] \sin[x_1] + 8.561 \sin[x_1]^2 + \\
& 5.956 \sin[x_2]^2 + 62.701 \sin[x_3] - 336.576 \cos[x_1] \sin[x_3] + 611.094 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 304.800 \cos[x_3] \sin[x_3] + 48.565 \cos[x_4] \sin[x_3] - 33.812 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 4.048 \cos[x_6] \sin[x_3] + 2.519 \sin[x_3]^2 - 11.310 \sin[x_4] + 6.305 \sin[x_4]^2 + 2.108 \sin[x_5] + \\
& 7.628 \sin[x_5]^2 + 31.731 \sin[x_6] + 16.600 \cos[x_1] \sin[x_6] - 13.225 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 0.003 \cos[x_3] \sin[x_6] - 4.511 \cos[x_4] \sin[x_6] - 17.619 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.451 \cos[x_6] \sin[x_6] + 41.346 \sin[x_1] \sin[x_6] - 77.982 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 2.901 \sin[x_3] \sin[x_6] - 17.110 \sin[x_4] \sin[x_6] + 3.352 \sin[x_5] \sin[x_6] + 7.608 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 7.480 + 46.483 \cos[x_1] + 42.241 \cos[x_1]^2 + 238.691 \cos[x_2] + 5.115 \cos[x_2]^2 + 65.042 \cos[x_3] + \\
& 71.689 \cos[x_1] \cos[x_3] - 86.656 \cos[x_2] \cos[x_3] - 217.787 \cos[x_3]^2 - 5.390 \cos[x_4] - \\
& 4.947 \cos[x_2] \cos[x_4] + 27.302 \cos[x_4]^2 - 46.340 \cos[x_5] + 8.433 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.680 \cos[x_6] + 10.301 \cos[x_6]^2 + 6.331 \sin[x_1] - 25.945 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 30.271 \cos[x_2] \sin[x_1] + 309.891 \cos[x_3] \sin[x_1] + 60.870 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 4.427 \cos[x_5] \sin[x_1] + 7.862 \cos[x_6] \sin[x_1] + 8.341 \sin[x_1]^2 + 7.830 \sin[x_2]^2 - \\
& 11.295 \sin[x_3] - 25.462 \cos[x_1] \sin[x_3] - 186.043 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 306.348 \cos[x_3] \sin[x_3] - 59.890 \cos[x_4] \sin[x_3] + 27.491 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 11.694 \cos[x_6] \sin[x_3] + 16.744 \sin[x_3]^2 - 4.171 \sin[x_4] + 7.959 \sin[x_4]^2 - 0.193 \sin[x_5] + \\
& 26.495 \sin[x_5]^2 + 45.213 \sin[x_6] + 6.836 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.271 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 13.323 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.399 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.878 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.485 \cos[x_6] \sin[x_6] + 20.785 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.635 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 46.607 \sin[x_3] \sin[x_6] - 15.492 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.041 \sin[x_5] \sin[x_6] + 9.993 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*6\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 3.672 - 424.456 \cos[x_1] - 168.717 \cos[x_1]^2 + 710.419 \cos[x_2] + 37.392 \cos[x_2]^2 - \\
& 8.705 \cos[x_3] + 45.707 \cos[x_1] \cos[x_3] - 343.763 \cos[x_2] \cos[x_3] + 115.065 \cos[x_3]^2 + \\
& 68.934 \cos[x_4] - 35.854 \cos[x_2] \cos[x_4] + 35.121 \cos[x_4]^2 - 173.692 \cos[x_5] + \\
& 5.618 \cos[x_5]^2 + 19.502 \cos[x_6] + 4.715 \cos[x_6]^2 + 33.870 \sin[x_1] + 286.091 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 166.688 \cos[x_2] \sin[x_1] - 65.558 \cos[x_3] \sin[x_1] + 132.488 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 419.176 \cos[x_5] \sin[x_1] - 5.180 \cos[x_6] \sin[x_1] + 8.526 \sin[x_1]^2 + 3.769 \sin[x_2]^2 + \\
& 9.614 \sin[x_3] + 177.213 \cos[x_1] \sin[x_3] - 798.528 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 55.178 \cos[x_3] \sin[x_3] - 198.621 \cos[x_4] \sin[x_3] - 184.378 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 13.906 \cos[x_6] \sin[x_3] + 2.246 \sin[x_3]^2 + 69.570 \sin[x_4] + 3.870 \sin[x_4]^2 - 1.860 \sin[x_5] - \\
& 19.485 \sin[x_5]^2 + 18.159 \sin[x_6] - 2.154 \cos[x_1] \sin[x_6] - 17.383 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 27.234 \cos[x_3] \sin[x_6] + 12.141 \cos[x_4] \sin[x_6] + 36.289 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 1.684 \cos[x_6] \sin[x_6] - 37.052 \sin[x_1] \sin[x_6] - 77.425 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 55.057 \sin[x_3] \sin[x_6] + 70.555 \sin[x_4] \sin[x_6] - 8.708 \sin[x_5] \sin[x_6] + 4.808 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 15.537 + 121.984 \cos[x_1] - 34.431 \cos[x_1]^2 - 25.762 \cos[x_2] + 30.704 \cos[x_2]^2 - \\
& 681.644 \cos[x_3] + 83.539 \cos[x_1] \cos[x_3] + 0.934 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 124.506 \cos[x_3]^2 + 104.147 \cos[x_4] - 21.717 \cos[x_2] \cos[x_4] - 54.979 \cos[x_4]^2 - \\
& 200.905 \cos[x_5] + 17.800 \cos[x_5]^2 + 7.763 \cos[x_6] + 20.728 \cos[x_6]^2 + 6.174 \sin[x_1] - \\
& 129.283 \cos[x_1] \sin[x_1] + 66.553 \cos[x_2] \sin[x_1] + 312.881 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 30.116 \cos[x_4] \sin[x_1] + 54.341 \cos[x_5] \sin[x_1] - 1.823 \cos[x_6] \sin[x_1] + 19.658 \sin[x_1]^2 + \\
& 16.265 \sin[x_2]^2 + 62.717 \sin[x_3] + 8.603 \cos[x_1] \sin[x_3] - 34.750 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 318.444 \cos[x_3] \sin[x_3] - 73.309 \cos[x_4] \sin[x_3] + 135.139 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 6.722 \cos[x_6] \sin[x_3] + 16.885 \sin[x_3]^2 - 110.340 \sin[x_4] + 17.084 \sin[x_4]^2 + 1.233 \sin[x_5] + \\
& 31.314 \sin[x_5]^2 + 36.790 \sin[x_6] - 15.173 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.961 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 21.004 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.457 \cos[x_4] \sin[x_6] - 7.537 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.141 \cos[x_6] \sin[x_6] - 55.088 \sin[x_1] \sin[x_6] - 18.945 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 56.648 \sin[x_3] \sin[x_6] - 29.254 \sin[x_4] \sin[x_6] + 3.071 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.214 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 8.921 - 14.679 \cos[x_1] - 114.769 \cos[x_1]^2 + 826.256 \cos[x_2] + 16.041 \cos[x_2]^2 - \\
& 74.463 \cos[x_3] + 105.136 \cos[x_1] \cos[x_3] - 245.045 \cos[x_2] \cos[x_3] + 63.945 \cos[x_3]^2 + \\
& 16.477 \cos[x_4] - 2.766 \cos[x_2] \cos[x_4] - 5.054 \cos[x_4]^2 - 75.525 \cos[x_5] + 10.063 \cos[x_5]^2 - \\
& 23.204 \cos[x_6] + 12.475 \cos[x_6]^2 - 17.913 \sin[x_1] - 113.093 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 14.779 \cos[x_2] \sin[x_1] + 64.122 \cos[x_3] \sin[x_1] - 91.212 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 121.598 \cos[x_5] \sin[x_1] + 16.606 \cos[x_6] \sin[x_1] + 12.498 \sin[x_1]^2 + 9.387 \sin[x_2]^2 + \\
& 16.793 \sin[x_3] + 123.727 \cos[x_1] \sin[x_3] - 776.435 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 7.487 \cos[x_3] \sin[x_3] + 82.313 \cos[x_4] \sin[x_3] - 63.816 \cos[x_5] \sin[x_3] + \\
& 7.293 \cos[x_6] \sin[x_3] + 9.762 \sin[x_3]^2 + 2.637 \sin[x_4] + 9.656 \sin[x_4]^2 - 2.401 \sin[x_5] + \\
& 27.384 \sin[x_5]^2 + 36.016 \sin[x_6] + 16.137 \cos[x_1] \sin[x_6] + 1.105 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 48.855 \cos[x_3] \sin[x_6] + 7.745 \cos[x_4] \sin[x_6] - 2.500 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.094 \cos[x_6] \sin[x_6] + 65.814 \sin[x_1] \sin[x_6] - 21.630 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 114.923 \sin[x_3] \sin[x_6] + 39.572 \sin[x_4] \sin[x_6] + 1.058 \sin[x_5] \sin[x_6] + 11.729 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 20.043 - 46.200 \cos[x_1] + 375.577 \cos[x_1]^2 - 937.956 \cos[x_2] + 84.249 \cos[x_2]^2 - \\
& 296.317 \cos[x_3] + 38.766 \cos[x_1] \cos[x_3] + 332.081 \cos[x_2] \cos[x_3] - \\
& 256.459 \cos[x_3]^2 + 60.271 \cos[x_4] + 18.887 \cos[x_2] \cos[x_4] - 56.722 \cos[x_4]^2 - \\
& 10.624 \cos[x_5] + 23.823 \cos[x_5]^2 - 5.607 \cos[x_6] + 26.405 \cos[x_6]^2 + 14.477 \sin[x_1] + \\
& 612.598 \cos[x_1] \sin[x_1] + 78.044 \cos[x_2] \sin[x_1] + 1124.210 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 200.331 \cos[x_4] \sin[x_1] + 230.532 \cos[x_5] \sin[x_1] - 0.041 \cos[x_6] \sin[x_1] + \\
& 17.357 \sin[x_1]^2 + 20.807 \sin[x_2]^2 - 13.538 \sin[x_3] - 659.616 \cos[x_1] \sin[x_3] + \\
& 789.591 \cos[x_2] \sin[x_3] - 757.117 \cos[x_3] \sin[x_3] - 259.577 \cos[x_4] \sin[x_3] - \\
& 267.538 \cos[x_5] \sin[x_3] + 6.788 \cos[x_6] \sin[x_3] + 32.192 \sin[x_3]^2 - 115.206 \sin[x_4] + \\
& 22.075 \sin[x_4]^2 - 0.565 \sin[x_5] + 37.196 \sin[x_5]^2 + 30.638 \sin[x_6] - \\
& 12.260 \cos[x_1] \sin[x_6] - 20.360 \cos[x_2] \sin[x_6] - 2.837 \cos[x_3] \sin[x_6] + \\
& 4.217 \cos[x_4] \sin[x_6] + 6.886 \cos[x_5] \sin[x_6] - 2.056 \cos[x_6] \sin[x_6] - \\
& 41.429 \sin[x_1] \sin[x_6] - 31.069 \sin[x_2] \sin[x_6] - 13.010 \sin[x_3] \sin[x_6] + \\
& 65.357 \sin[x_4] \sin[x_6] + 4.796 \sin[x_5] \sin[x_6] + 26.986 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 9.870 - 724.554 \cos[x_1] + 349.814 \cos[x_1]^2 - 210.898 \cos[x_2] + 47.491 \cos[x_2]^2 + \\
& 609.304 \cos[x_3] - 8.592 \cos[x_1] \cos[x_3] + 45.142 \cos[x_2] \cos[x_3] - 374.653 \cos[x_3]^2 + \\
& 145.445 \cos[x_4] - 66.687 \cos[x_2] \cos[x_4] + 72.445 \cos[x_4]^2 + 113.383 \cos[x_5] + \\
& 14.087 \cos[x_5]^2 - 18.369 \cos[x_6] + 15.591 \cos[x_6]^2 + 52.566 \sin[x_1] + \\
& 441.185 \cos[x_1] \sin[x_1] + 29.943 \cos[x_2] \sin[x_1] + 49.930 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 43.255 \cos[x_4] \sin[x_1] - 171.618 \cos[x_5] \sin[x_1] + 43.528 \cos[x_6] \sin[x_1] + 4.216 \sin[x_1]^2 + \\
& 10.301 \sin[x_2]^2 - 42.018 \sin[x_3] + 252.558 \cos[x_1] \sin[x_3] + 192.269 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 561.318 \cos[x_3] \sin[x_3] - 206.732 \cos[x_4] \sin[x_3] + 165.373 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 25.220 \cos[x_6] \sin[x_3] + 21.187 \sin[x_3]^2 + 93.084 \sin[x_4] + 10.438 \sin[x_4]^2 + 8.998 \sin[x_5] - \\
& 59.698 \sin[x_5]^2 + 71.674 \sin[x_6] - 6.018 \cos[x_1] \sin[x_6] - 6.035 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 2.719 \cos[x_3] \sin[x_6] + 3.343 \cos[x_4] \sin[x_6] + 25.425 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 1.743 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.163 \sin[x_1] \sin[x_6] - 19.005 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 38.636 \sin[x_3] \sin[x_6] - 44.519 \sin[x_4] \sin[x_6] - 5.002 \sin[x_5] \sin[x_6] + 10.204 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*11\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 10.645 + 82.251 \cos[x_1] - 1.003 \cos[x_1]^2 - 762.189 \cos[x_2] + 17.334 \cos[x_2]^2 - \\
& 228.710 \cos[x_3] - 235.486 \cos[x_1] \cos[x_3] + 259.377 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 345.190 \cos[x_3]^2 - 130.913 \cos[x_4] - 5.204 \cos[x_2] \cos[x_4] + 136.743 \cos[x_4]^2 + \\
& 359.175 \cos[x_5] + 15.501 \cos[x_5]^2 + 23.917 \cos[x_6] + 14.083 \cos[x_6]^2 + 17.857 \sin[x_1] - \\
& 33.455 \cos[x_1] \sin[x_1] + 13.758 \cos[x_2] \sin[x_1] - 578.617 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 0.452 \cos[x_4] \sin[x_1] - 144.912 \cos[x_5] \sin[x_1] - 10.148 \cos[x_6] \sin[x_1] + 13.417 \sin[x_1]^2 + \\
& 11.185 \sin[x_2]^2 + 17.928 \sin[x_3] + 16.606 \cos[x_1] \sin[x_3] + 708.111 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 741.939 \cos[x_3] \sin[x_3] + 145.540 \cos[x_4] \sin[x_3] + 86.785 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 15.604 \cos[x_6] \sin[x_3] + 4.126 \sin[x_3]^2 + 273.379 \sin[x_4] + 11.053 \sin[x_4]^2 + 1.680 \sin[x_5] - \\
& 147.257 \sin[x_5]^2 + 142.742 \sin[x_6] - 35.511 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.454 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 13.053 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.664 \cos[x_4] \sin[x_6] - 10.407 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.012 \cos[x_6] \sin[x_6] - 95.626 \sin[x_1] \sin[x_6] - 0.158 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 52.652 \sin[x_3] \sin[x_6] + 2.649 \sin[x_4] \sin[x_6] + 2.046 \sin[x_5] \sin[x_6] + 13.989 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*12\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -5.802 + 255.331 \cos[x_1] - 867.039 \cos[x_1]^2 + 24.503 \cos[x_2] + 8.145 \cos[x_2]^2 + \\
& 452.790 \cos[x_3] - 116.096 \cos[x_1] \cos[x_3] - 73.686 \cos[x_2] \cos[x_3] + 687.568 \cos[x_3]^2 + \\
& 111.608 \cos[x_4] - 18.938 \cos[x_2] \cos[x_4] + 121.782 \cos[x_4]^2 - 92.773 \cos[x_5] - \\
& 5.919 \cos[x_5]^2 - 27.861 \cos[x_6] - 7.921 \cos[x_6]^2 - 46.031 \sin[x_1] - 924.899 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 124.334 \cos[x_2] \sin[x_1] - 1566.000 \cos[x_3] \sin[x_1] - 188.919 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 202.874 \cos[x_5] \sin[x_1] + 19.924 \cos[x_6] \sin[x_1] + 5.265 \sin[x_1]^2 - 6.097 \sin[x_2]^2 - \\
& 13.377 \sin[x_3] + 894.821 \cos[x_1] \sin[x_3] - 125.690 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 883.645 \cos[x_3] \sin[x_3] + 78.335 \cos[x_4] \sin[x_3] - 65.413 \cos[x_5] \sin[x_3] + \\
& 8.518 \cos[x_6] \sin[x_3] - 25.415 \sin[x_3]^2 + 253.472 \sin[x_4] - 6.713 \sin[x_4]^2 - 0.878 \sin[x_5] - \\
& 32.459 \sin[x_5]^2 - 230.065 \sin[x_6] + 29.864 \cos[x_1] \sin[x_6] + 15.074 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 20.285 \cos[x_3] \sin[x_6] - 5.414 \cos[x_4] \sin[x_6] + 7.203 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.795 \cos[x_6] \sin[x_6] + 73.888 \sin[x_1] \sin[x_6] + 73.192 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 97.962 \sin[x_3] \sin[x_6] - 14.759 \sin[x_4] \sin[x_6] + 3.216 \sin[x_5] \sin[x_6] - 7.553 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*13\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 14.414 + 1117.360 \cos[x_1] - 56.485 \cos[x_1]^2 - 1108.310 \cos[x_2] + 19.217 \cos[x_2]^2 + \\
& 240.159 \cos[x_3] - 82.853 \cos[x_1] \cos[x_3] + 341.826 \cos[x_2] \cos[x_3] - 322.891 \cos[x_3]^2 + \\
& 0.301 \cos[x_4] + 3.042 \cos[x_2] \cos[x_4] + 54.693 \cos[x_4]^2 + 271.083 \cos[x_5] + 19.204 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.570 \cos[x_6] + 20.542 \cos[x_6]^2 - 81.814 \sin[x_1] - 420.741 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 18.677 \cos[x_2] \sin[x_1] + 297.797 \cos[x_3] \sin[x_1] - 48.432 \cos[x_4] \sin[x_1] - \\
& 231.402 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.599 \cos[x_6] \sin[x_1] + 18.721 \sin[x_1]^2 + 14.967 \sin[x_2]^2 - \\
& 10.539 \sin[x_3] - 652.487 \cos[x_1] \sin[x_3] + 1043.130 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 429.022 \cos[x_3] \sin[x_3] + 55.144 \cos[x_4] \sin[x_3] + 23.935 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.978 \cos[x_6] \sin[x_3] + 26.066 \sin[x_3]^2 + 105.984 \sin[x_4] + 15.213 \sin[x_4]^2 + 4.192 \sin[x_5] - \\
& 26.901 \sin[x_5]^2 + 47.120 \sin[x_6] + 0.499 \cos[x_1] \sin[x_6] + 5.610 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 30.843 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.595 \cos[x_4] \sin[x_6] + 4.298 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.829 \cos[x_6] \sin[x_6] + 24.710 \sin[x_1] \sin[x_6] + 9.603 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 77.288 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.522 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.494 \sin[x_5] \sin[x_6] + 19.426 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*14\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -17.228 - 831.562 \cos[x_1] - 110.232 \cos[x_1]^2 - 851.313 \cos[x_2] - 12.459 \cos[x_2]^2 - \\
& 620.439 \cos[x_3] + 213.053 \cos[x_1] \cos[x_3] + 265.490 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 386.273 \cos[x_3]^2 - 8.004 \cos[x_4] - 0.138 \cos[x_2] \cos[x_4] - 4.348 \cos[x_4]^2 - \\
& 210.816 \cos[x_5] - 24.924 \cos[x_5]^2 - 9.001 \cos[x_6] - 23.011 \cos[x_6]^2 + 24.215 \sin[x_1] + \\
& 86.568 \cos[x_1] \sin[x_1] + 67.932 \cos[x_2] \sin[x_1] + 49.181 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 30.593 \cos[x_4] \sin[x_1] + 161.758 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.410 \cos[x_6] \sin[x_1] - 18.838 \sin[x_1]^2 - \\
& 18.269 \sin[x_2]^2 + 2.217 \sin[x_3] + 753.215 \cos[x_1] \sin[x_3] + 746.338 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 416.725 \cos[x_3] \sin[x_3] - 14.008 \cos[x_4] \sin[x_3] - 105.011 \cos[x_5] \sin[x_3] + \\
& 6.353 \cos[x_6] \sin[x_3] - 31.344 \sin[x_3]^2 + 74.472 \sin[x_4] - 18.577 \sin[x_4]^2 + 1.349 \sin[x_5] + \\
& 63.459 \sin[x_5]^2 + 160.027 \sin[x_6] - 26.627 \cos[x_1] \sin[x_6] - 3.350 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.373 \cos[x_3] \sin[x_6] - 12.622 \cos[x_4] \sin[x_6] + 3.004 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.231 \cos[x_6] \sin[x_6] - 94.359 \sin[x_1] \sin[x_6] - 43.964 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 3.036 \sin[x_3] \sin[x_6] - 6.567 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.284 \sin[x_5] \sin[x_6] - 23.529 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*15\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -53.384 - 991.432 \cos[x_1] + 509.566 \cos[x_1]^2 + 340.309 \cos[x_2] - 55.039 \cos[x_2]^2 - \\
& 2104.950 \cos[x_3] + 737.107 \cos[x_1] \cos[x_3] - 266.780 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 83.011 \cos[x_3]^2 + 204.621 \cos[x_4] + 33.833 \cos[x_2] \cos[x_4] + 12.947 \cos[x_4]^2 + \\
& 97.861 \cos[x_5] - 68.651 \cos[x_5]^2 + 24.758 \cos[x_6] - 71.435 \cos[x_6]^2 + 0.924 \sin[x_1] + \\
& 31.639 \cos[x_1] \sin[x_1] + 138.350 \cos[x_2] \sin[x_1] + 2342.610 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 501.781 \cos[x_4] \sin[x_1] - 250.308 \cos[x_5] \sin[x_1] + 5.690 \cos[x_6] \sin[x_1] - \\
& 71.436 \sin[x_1]^2 - 55.597 \sin[x_2]^2 + 96.694 \sin[x_3] + 729.675 \cos[x_1] \sin[x_3] - \\
& 416.687 \cos[x_2] \sin[x_3] - 306.942 \cos[x_3] \sin[x_3] + 282.744 \cos[x_4] \sin[x_3] - \\
& 170.356 \cos[x_5] \sin[x_3] - 33.138 \cos[x_6] \sin[x_3] - 71.382 \sin[x_3]^2 + 143.277 \sin[x_4] - \\
& 59.524 \sin[x_4]^2 - 12.095 \sin[x_5] + 97.276 \sin[x_5]^2 - 426.897 \sin[x_6] + \\
& 20.816 \cos[x_1] \sin[x_6] + 50.880 \cos[x_2] \sin[x_6] + 157.324 \cos[x_3] \sin[x_6] - \\
& 46.929 \cos[x_4] \sin[x_6] - 19.687 \cos[x_5] \sin[x_6] - 3.549 \cos[x_6] \sin[x_6] + \\
& 115.277 \sin[x_1] \sin[x_6] + 156.820 \sin[x_2] \sin[x_6] + 491.460 \sin[x_3] \sin[x_6] - \\
& 384.028 \sin[x_4] \sin[x_6] + 17.522 \sin[x_5] \sin[x_6] - 70.711 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*16\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -4.144 - 295.510 \cos[x_1] - 129.071 \cos[x_1]^2 - 538.788 \cos[x_2] - 5.394 \cos[x_2]^2 - \\
& 519.582 \cos[x_3] - 99.751 \cos[x_1] \cos[x_3] + 212.299 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 457.594 \cos[x_3]^2 - 179.717 \cos[x_4] + 22.999 \cos[x_2] \cos[x_4] - 49.192 \cos[x_4]^2 - \\
& 323.941 \cos[x_5] - 7.573 \cos[x_5]^2 - 4.595 \cos[x_6] - 5.320 \cos[x_6]^2 - 13.948 \sin[x_1] + \\
& 206.211 \cos[x_1] \sin[x_1] - 136.866 \cos[x_2] \sin[x_1] - 121.441 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 67.099 \cos[x_4] \sin[x_1] + 353.126 \cos[x_5] \sin[x_1] + 6.144 \cos[x_6] \sin[x_1] - 2.964 \sin[x_1]^2 - \\
& 4.285 \sin[x_2]^2 + 37.231 \sin[x_3] + 107.347 \cos[x_1] \sin[x_3] + 635.359 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 554.143 \cos[x_3] \sin[x_3] + 128.930 \cos[x_4] \sin[x_3] - 203.665 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 2.159 \cos[x_6] \sin[x_3] - 14.019 \sin[x_3]^2 - 62.446 \sin[x_4] - 4.286 \sin[x_4]^2 - 0.071 \sin[x_5] + \\
& 92.354 \sin[x_5]^2 - 104.945 \sin[x_6] - 7.096 \cos[x_1] \sin[x_6] + 15.092 \cos[x_2] \sin[x_6] + \\
& 7.882 \cos[x_3] \sin[x_6] - 11.465 \cos[x_4] \sin[x_6] + 13.683 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 1.533 \cos[x_6] \sin[x_6] - 28.119 \sin[x_1] \sin[x_6] + 67.443 \sin[x_2] \sin[x_6] + \\
& 92.815 \sin[x_3] \sin[x_6] - 10.747 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.659 \sin[x_5] \sin[x_6] - 6.125 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*17\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -32.350 - 800.532 \cos[x_1] + 247.017 \cos[x_1]^2 + 988.507 \cos[x_2] - 58.999 \cos[x_2]^2 + \\
& 3026.800 \cos[x_3] - 240.367 \cos[x_1] \cos[x_3] - 302.175 \cos[x_2] \cos[x_3] - \\
& 1115.940 \cos[x_3]^2 + 118.604 \cos[x_4] + 26.737 \cos[x_2] \cos[x_4] + 440.095 \cos[x_4]^2 + \\
& 607.439 \cos[x_5] - 32.573 \cos[x_5]^2 - 45.675 \cos[x_6] - 43.653 \cos[x_6]^2 - 40.827 \sin[x_1] + \\
& 1011.760 \cos[x_1] \sin[x_1] - 29.541 \cos[x_2] \sin[x_1] - 821.893 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 80.357 \cos[x_4] \sin[x_1] - 109.921 \cos[x_5] \sin[x_1] + 29.861 \cos[x_6] \sin[x_1] - \\
& 42.969 \sin[x_1]^2 - 33.706 \sin[x_2]^2 - 262.467 \sin[x_3] - 215.607 \cos[x_1] \sin[x_3] - \\
& 917.113 \cos[x_2] \sin[x_3] - 1831.450 \cos[x_3] \sin[x_3] - 46.931 \cos[x_4] \sin[x_3] - \\
& 238.021 \cos[x_5] \sin[x_3] + 17.782 \cos[x_6] \sin[x_3] - 18.615 \sin[x_3]^2 + 855.894 \sin[x_4] - \\
& 38.407 \sin[x_4]^2 + 1.348 \sin[x_5] - 180.856 \sin[x_5]^2 - 147.214 \sin[x_6] - \\
& 6.148 \cos[x_1] \sin[x_6] - 5.356 \cos[x_2] \sin[x_6] + 67.729 \cos[x_3] \sin[x_6] - \\
& 4.388 \cos[x_4] \sin[x_6] + 25.501 \cos[x_5] \sin[x_6] - 2.843 \cos[x_6] \sin[x_6] - \\
& 73.471 \sin[x_1] \sin[x_6] - 15.888 \sin[x_2] \sin[x_6] + 218.417 \sin[x_3] \sin[x_6] + \\
& 35.384 \sin[x_4] \sin[x_6] - 13.924 \sin[x_5] \sin[x_6] - 42.796 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*18\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 14.207 - 1377.070 \cos[x_1] - 101.417 \cos[x_1]^2 + 1743.760 \cos[x_2] + 69.100 \cos[x_2]^2 - \\
& 1025.370 \cos[x_3] + 978.254 \cos[x_1] \cos[x_3] - 23.190 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 58.469 \cos[x_3]^2 + 566.353 \cos[x_4] + 26.459 \cos[x_2] \cos[x_4] - 14.182 \cos[x_4]^2 + \\
& 463.014 \cos[x_5] + 19.512 \cos[x_5]^2 + 55.005 \cos[x_6] + 20.447 \cos[x_6]^2 - 73.794 \sin[x_1] - \\
& 1087.040 \cos[x_1] \sin[x_1] - 1232.420 \cos[x_2] \sin[x_1] + 1211.830 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 339.031 \cos[x_4] \sin[x_1] - 434.061 \cos[x_5] \sin[x_1] - 16.890 \cos[x_6] \sin[x_1] + \\
& 18.108 \sin[x_1]^2 + 14.673 \sin[x_2]^2 + 138.444 \sin[x_3] + 2408.570 \cos[x_1] \sin[x_3] - \\
& 572.519 \cos[x_2] \sin[x_3] - 259.770 \cos[x_3] \sin[x_3] - 232.016 \cos[x_4] \sin[x_3] + \\
& 78.198 \cos[x_5] \sin[x_3] - 41.354 \cos[x_6] \sin[x_3] + 16.557 \sin[x_3]^2 + 23.424 \sin[x_4] + \\
& 15.606 \sin[x_4]^2 + 5.130 \sin[x_5] - 55.903 \sin[x_5]^2 - 174.035 \sin[x_6] - \\
& 69.758 \cos[x_1] \sin[x_6] + 15.542 \cos[x_2] \sin[x_6] + 78.938 \cos[x_3] \sin[x_6] - \\
& 14.282 \cos[x_4] \sin[x_6] + 22.739 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.228 \cos[x_6] \sin[x_6] - \\
& 292.713 \sin[x_1] \sin[x_6] + 287.825 \sin[x_2] \sin[x_6] + 227.485 \sin[x_3] \sin[x_6] - \\
& 29.121 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.176 \sin[x_5] \sin[x_6] + 16.286 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*19\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -56.610 - 292.272 \cos[x_1] + 186.688 \cos[x_1]^2 - 1347.870 \cos[x_2] - 46.132 \cos[x_2]^2 - \\
& 1417.650 \cos[x_3] + 56.936 \cos[x_1] \cos[x_3] + 363.058 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 124.767 \cos[x_3]^2 + 20.008 \cos[x_4] + 77.593 \cos[x_2] \cos[x_4] + 280.772 \cos[x_4]^2 - \\
& 166.232 \cos[x_5] - 69.430 \cos[x_5]^2 + 9.757 \cos[x_6] - 74.096 \cos[x_6]^2 - 20.660 \sin[x_1] + \\
& 699.404 \cos[x_1] \sin[x_1] + 191.561 \cos[x_2] \sin[x_1] + 1033.380 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 79.235 \cos[x_4] \sin[x_1] + 466.879 \cos[x_5] \sin[x_1] - 17.492 \cos[x_6] \sin[x_1] - \\
& 71.171 \sin[x_1]^2 - 59.319 \sin[x_2]^2 - 10.890 \sin[x_3] - 519.227 \cos[x_1] \sin[x_3] + \\
& 1101.820 \cos[x_2] \sin[x_3] + 368.879 \cos[x_3] \sin[x_3] - 118.333 \cos[x_4] \sin[x_3] - \\
& 301.344 \cos[x_5] \sin[x_3] + 7.124 \cos[x_6] \sin[x_3] - 75.108 \sin[x_3]^2 + 600.334 \sin[x_4] - \\
& 65.149 \sin[x_4]^2 + 1.292 \sin[x_5] - 58.090 \sin[x_5]^2 - 92.392 \sin[x_6] - \\
& 75.555 \cos[x_1] \sin[x_6] - 17.847 \cos[x_2] \sin[x_6] + 71.548 \cos[x_3] \sin[x_6] + \\
& 27.636 \cos[x_4] \sin[x_6] + 7.807 \cos[x_5] \sin[x_6] + 0.122 \cos[x_6] \sin[x_6] - \\
& 237.101 \sin[x_1] \sin[x_6] - 25.142 \sin[x_2] \sin[x_6] + 225.877 \sin[x_3] \sin[x_6] + \\
& 136.525 \sin[x_4] \sin[x_6] - 3.178 \sin[x_5] \sin[x_6] - 78.970 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*20\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 6.165 + 70.678 \cos[x_1] - 112.136 \cos[x_1]^2 - 737.188 \cos[x_2] + 18.881 \cos[x_2]^2 - \\
& 128.061 \cos[x_3] - 24.106 \cos[x_1] \cos[x_3] + 312.236 \cos[x_2] \cos[x_3] + \\
& 54.911 \cos[x_3]^2 + 20.680 \cos[x_4] - 21.014 \cos[x_2] \cos[x_4] + 107.625 \cos[x_4]^2 - \\
& 276.676 \cos[x_5] + 7.926 \cos[x_5]^2 - 35.669 \cos[x_6] + 8.227 \cos[x_6]^2 - 51.868 \sin[x_1] - \\
& 172.956 \cos[x_1] \sin[x_1] - 35.700 \cos[x_2] \sin[x_1] - 144.383 \cos[x_3] \sin[x_1] + \\
& 12.919 \cos[x_4] \sin[x_1] + 2.307 \cos[x_5] \sin[x_1] - 6.577 \cos[x_6] \sin[x_1] + 9.738 \sin[x_1]^2 + \\
& 6.476 \sin[x_2]^2 + 7.672 \sin[x_3] + 142.484 \cos[x_1] \sin[x_3] + 716.576 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 153.449 \cos[x_3] \sin[x_3] - 36.058 \cos[x_4] \sin[x_3] + 355.706 \cos[x_5] \sin[x_3] + \\
& 45.183 \cos[x_6] \sin[x_3] + 6.614 \sin[x_3]^2 + 177.553 \sin[x_4] + 6.147 \sin[x_4]^2 - 0.269 \sin[x_5] - \\
& 22.091 \sin[x_5]^2 - 39.501 \sin[x_6] + 10.163 \cos[x_1] \sin[x_6] - 5.858 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 0.118 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.457 \cos[x_4] \sin[x_6] - 14.316 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 1.768 \cos[x_6] \sin[x_6] + 64.378 \sin[x_1] \sin[x_6] + 0.683 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 55.954 \sin[x_3] \sin[x_6] + 14.042 \sin[x_4] \sin[x_6] + 2.001 \sin[x_5] \sin[x_6] + 8.621 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*SNRM Modeller\*)

(\*1\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.199 - 70.000 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.915 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.947 \cos[x_6] + 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.679 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + \\
& 140.449 \sin[x_3] - 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + \\
& 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.199 - 70.000 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.915 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.947 \cos[x_6] + 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.679 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + \\
& 140.449 \sin[x_3] - 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + \\
& 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.053 \cos[x_6] + 21.298 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + \\
& 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + \\
& 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 65.332 - 116.273 \cos[x_1] - 133.476 \cos[x_1]^2 - 53.652 \cos[x_2] + 40.281 \cos[x_2]^2 + \\
& 4.324 \cos[x_3] + 54.587 \cos[x_1] \cos[x_3] + 20.824 \cos[x_2] \cos[x_3] + 28.341 \cos[x_3]^2 + \\
& 6.071 \cos[x_4] + 1.753 \cos[x_2] \cos[x_4] + 64.982 \cos[x_4]^2 - 53.289 \cos[x_5] + \\
& 42.551 \cos[x_5]^2 + 5.364 \cos[x_6] + 35.937 \cos[x_6]^2 - 673.802 \sin[x_1] + \\
& 147.727 \cos[x_1] \sin[x_1] + 3.592 \cos[x_2] \sin[x_1] + 215.771 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 4.346 \cos[x_4] \sin[x_1] + 29.979 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.162 \cos[x_6] \sin[x_1] + 193.294 \sin[x_1]^2 + \\
& 37.786 \sin[x_2]^2 + 256.999 \sin[x_3] - 31.423 \cos[x_1] \sin[x_3] + 50.015 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 198.774 \cos[x_3] \sin[x_3] + 1.235 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.378 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.926 \cos[x_6] \sin[x_3] + 20.719 \sin[x_3]^2 + 119.024 \sin[x_4] + 4.802 \sin[x_4]^2 + 1.249 \sin[x_5] + \\
& 36.680 \sin[x_5]^2 + 34.793 \sin[x_6] - 2.627 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.516 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.691 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.360 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.081 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.349 \cos[x_6] \sin[x_6] - 11.796 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.624 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.094 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.544 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.141 \sin[x_5] \sin[x_6] + 35.326 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 54.800 - 80.256 \cos[x_1] - 110.107 \cos[x_1]^2 - 41.365 \cos[x_2] + 37.484 \cos[x_2]^2 - \\
& 39.642 \cos[x_3] + 57.563 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.770 \cos[x_2] \cos[x_3] + 34.100 \cos[x_3]^2 + \\
& 5.389 \cos[x_4] - 0.163 \cos[x_2] \cos[x_4] + 41.868 \cos[x_4]^2 - 70.927 \cos[x_5] + 35.620 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.602 \cos[x_6] + 29.196 \cos[x_6]^2 - 519.714 \sin[x_1] + 106.992 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.740 \cos[x_2] \sin[x_1] + 223.600 \cos[x_3] \sin[x_1] - 10.948 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.921 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.822 \cos[x_6] \sin[x_1] + 154.021 \sin[x_1]^2 + 34.853 \sin[x_2]^2 + \\
& 238.357 \sin[x_3] - 26.445 \cos[x_1] \sin[x_3] + 35.327 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 167.127 \cos[x_3] \sin[x_3] + 9.184 \cos[x_4] \sin[x_3] + 44.467 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 7.813 \cos[x_6] \sin[x_3] + 23.042 \sin[x_3]^2 + 23.043 \sin[x_4] + 34.165 \sin[x_4]^2 + 1.335 \sin[x_5] + \\
& 27.541 \sin[x_5]^2 + 26.341 \sin[x_6] - 3.609 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.214 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.507 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.171 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.883 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.282 \cos[x_6] \sin[x_6] - 14.695 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.150 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 14.508 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.628 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.540 \sin[x_5] \sin[x_6] + 28.682 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*6\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.199 - 70.000 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.915 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.947 \cos[x_6] + 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.679 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + \\
& 140.449 \sin[x_3] - 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + \\
& 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.199 - 70.000 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.915 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.947 \cos[x_6] + 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.679 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + \\
& 140.449 \sin[x_3] - 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + \\
& 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 47.442 - 71.611 \cos[x_1] - 84.857 \cos[x_1]^2 - 46.061 \cos[x_2] + 25.895 \cos[x_2]^2 - 56.170 \cos[x_3] + \\
& 63.236 \cos[x_1] \cos[x_3] + 16.522 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.186 \cos[x_3]^2 + 9.800 \cos[x_4] + \\
& 0.923 \cos[x_2] \cos[x_4] + 44.084 \cos[x_4]^2 - 69.122 \cos[x_5] + 25.374 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.053 \cos[x_6] + 21.298 \cos[x_6]^2 - 395.248 \sin[x_1] + 80.015 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 8.629 \cos[x_2] \sin[x_1] + 221.574 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.362 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 42.674 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.803 \sin[x_1]^2 + \\
& 22.651 \sin[x_2]^2 + 138.274 \sin[x_3] - 8.598 \cos[x_1] \sin[x_3] + 38.175 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.554 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.211 \cos[x_4] \sin[x_3] + 42.158 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.804 \cos[x_6] \sin[x_3] + 38.937 \sin[x_3]^2 + 84.241 \sin[x_4] + 1.930 \sin[x_4]^2 + 1.196 \sin[x_5] + \\
& 19.789 \sin[x_5]^2 + 37.038 \sin[x_6] - 4.061 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.206 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.655 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.998 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.358 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.338 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.121 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.138 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.386 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.297 \sin[x_5] \sin[x_6] + 20.790 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 52.535 - 107.453 \cos[x_1] - 123.094 \cos[x_1]^2 - 32.799 \cos[x_2] + 39.313 \cos[x_2]^2 + \\
& 42.783 \cos[x_3] + 51.477 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.619 \cos[x_2] \cos[x_3] + 16.949 \cos[x_3]^2 + \\
& 11.247 \cos[x_4] - 1.214 \cos[x_2] \cos[x_4] + 49.842 \cos[x_4]^2 - 87.906 \cos[x_5] + \\
& 23.970 \cos[x_5]^2 + 4.521 \cos[x_6] + 23.038 \cos[x_6]^2 - 547.260 \sin[x_1] + \\
& 123.731 \cos[x_1] \sin[x_1] + 5.492 \cos[x_2] \sin[x_1] + 179.068 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 5.180 \cos[x_4] \sin[x_1] + 53.702 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.904 \cos[x_6] \sin[x_1] + 162.769 \sin[x_1]^2 + \\
& 36.226 \sin[x_2]^2 + 229.583 \sin[x_3] - 13.099 \cos[x_1] \sin[x_3] + 28.576 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 200.428 \cos[x_3] \sin[x_3] - 3.736 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.213 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.796 \cos[x_6] \sin[x_3] + 23.898 \sin[x_3]^2 + 74.043 \sin[x_4] + 12.494 \sin[x_4]^2 + 1.126 \sin[x_5] + \\
& 25.415 \sin[x_5]^2 + 46.802 \sin[x_6] - 4.493 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.544 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 11.292 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.172 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.622 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.215 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.189 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.220 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 31.289 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.792 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.055 \sin[x_5] \sin[x_6] + 22.631 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 51.903 - 71.330 \cos[x_1] - 70.910 \cos[x_1]^2 - 82.830 \cos[x_2] + 28.824 \cos[x_2]^2 - \\
& 117.942 \cos[x_3] + 67.388 \cos[x_1] \cos[x_3] + 27.687 \cos[x_2] \cos[x_3] + 8.087 \cos[x_3]^2 + \\
& 15.651 \cos[x_4] - 0.039 \cos[x_2] \cos[x_4] + 38.323 \cos[x_4]^2 - 87.572 \cos[x_5] + \\
& 22.188 \cos[x_5]^2 + 4.701 \cos[x_6] + 30.081 \cos[x_6]^2 - 367.270 \sin[x_1] + \\
& 73.478 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.706 \cos[x_2] \sin[x_1] + 235.919 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.223 \cos[x_4] \sin[x_1] + 47.939 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.177 \cos[x_6] \sin[x_1] + 119.108 \sin[x_1]^2 + \\
& 24.041 \sin[x_2]^2 + 103.659 \sin[x_3] - 3.913 \cos[x_1] \sin[x_3] + 72.311 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 109.036 \cos[x_3] \sin[x_3] - 2.674 \cos[x_4] \sin[x_3] + 43.539 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.211 \cos[x_6] \sin[x_3] + 41.472 \sin[x_3]^2 + 55.009 \sin[x_4] + 12.492 \sin[x_4]^2 + 1.047 \sin[x_5] + \\
& 23.508 \sin[x_5]^2 + 26.419 \sin[x_6] - 4.095 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.380 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.427 \cos[x_3] \sin[x_6] + 0.046 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.527 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.424 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.187 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.579 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.310 \sin[x_3] \sin[x_6] + 11.495 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.713 \sin[x_5] \sin[x_6] + 29.594 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*11\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 85.236 - 168.566 \cos[x_1] - 113.275 \cos[x_1]^2 - 81.518 \cos[x_2] + 46.099 \cos[x_2]^2 - \\
& 69.875 \cos[x_3] + 72.017 \cos[x_1] \cos[x_3] + 24.867 \cos[x_2] \cos[x_3] + 26.924 \cos[x_3]^2 + \\
& 18.284 \cos[x_4] + 3.165 \cos[x_2] \cos[x_4] + 62.974 \cos[x_4]^2 - 96.863 \cos[x_5] + \\
& 40.537 \cos[x_5]^2 + 4.722 \cos[x_6] + 43.321 \cos[x_6]^2 - 626.220 \sin[x_1] + \\
& 167.204 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.461 \cos[x_2] \sin[x_1] + 249.552 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.390 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.209 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.415 \cos[x_6] \sin[x_1] + 191.230 \sin[x_1]^2 + \\
& 43.066 \sin[x_2]^2 + 168.081 \sin[x_3] - 4.057 \cos[x_1] \sin[x_3] + 71.825 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 164.079 \cos[x_3] \sin[x_3] - 5.839 \cos[x_4] \sin[x_3] + 44.426 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 7.515 \cos[x_6] \sin[x_3] + 52.714 \sin[x_3]^2 + 75.016 \sin[x_4] + 26.086 \sin[x_4]^2 + 1.112 \sin[x_5] + \\
& 38.402 \sin[x_5]^2 + 39.148 \sin[x_6] - 3.400 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.447 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.686 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.923 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.589 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.319 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.259 \sin[x_1] \sin[x_6] - 4.176 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.220 \sin[x_3] \sin[x_6] + 6.843 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.272 \sin[x_5] \sin[x_6] + 42.753 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*12\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 80.651 - 120.683 \cos[x_1] - 113.071 \cos[x_1]^2 - 32.430 \cos[x_2] + 47.253 \cos[x_2]^2 - \\
& 38.624 \cos[x_3] + 60.092 \cos[x_1] \cos[x_3] + 12.980 \cos[x_2] \cos[x_3] + 38.241 \cos[x_3]^2 + \\
& 14.423 \cos[x_4] - 0.520 \cos[x_2] \cos[x_4] + 51.610 \cos[x_4]^2 - 57.994 \cos[x_5] + \\
& 48.216 \cos[x_5]^2 + 6.222 \cos[x_6] + 45.451 \cos[x_6]^2 - 608.771 \sin[x_1] + \\
& 141.022 \cos[x_1] \sin[x_1] + 0.991 \cos[x_2] \sin[x_1] + 234.064 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 6.857 \cos[x_4] \sin[x_1] + 36.545 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.681 \cos[x_6] \sin[x_1] + 178.458 \sin[x_1]^2 + \\
& 44.725 \sin[x_2]^2 + 205.525 \sin[x_3] - 22.994 \cos[x_1] \sin[x_3] + 33.249 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 176.323 \cos[x_3] \sin[x_3] - 4.752 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.176 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 9.324 \cos[x_6] \sin[x_3] + 48.584 \sin[x_3]^2 + 13.077 \sin[x_4] + 48.765 \sin[x_4]^2 + 1.146 \sin[x_5] + \\
& 41.672 \sin[x_5]^2 + 26.019 \sin[x_6] - 3.012 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.443 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 6.163 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.124 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.259 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.343 \cos[x_6] \sin[x_6] - 12.675 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.923 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 18.748 \sin[x_3] \sin[x_6] + 10.483 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.249 \sin[x_5] \sin[x_6] + 44.845 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*13\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 63.561 - 135.463 \cos[x_1] - 125.039 \cos[x_1]^2 - 47.397 \cos[x_2] + 35.967 \cos[x_2]^2 - \\
& 21.024 \cos[x_3] + 57.829 \cos[x_1] \cos[x_3] + 15.191 \cos[x_2] \cos[x_3] + 45.872 \cos[x_3]^2 + \\
& 9.323 \cos[x_4] - 0.373 \cos[x_2] \cos[x_4] + 48.968 \cos[x_4]^2 - 84.883 \cos[x_5] + 38.245 \cos[x_5]^2 + \\
& 3.910 \cos[x_6] + 37.305 \cos[x_6]^2 - 594.317 \sin[x_1] + 143.876 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 13.525 \cos[x_2] \sin[x_1] + 205.008 \cos[x_3] \sin[x_1] - 13.407 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 49.653 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.534 \cos[x_6] \sin[x_1] + 171.301 \sin[x_1]^2 + \\
& 32.603 \sin[x_2]^2 + 274.738 \sin[x_3] - 9.154 \cos[x_1] \sin[x_3] + 35.477 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 169.462 \cos[x_3] \sin[x_3] + 7.297 \cos[x_4] \sin[x_3] + 50.012 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 7.782 \cos[x_6] \sin[x_3] + 13.639 \sin[x_3]^2 + 28.594 \sin[x_4] + 37.133 \sin[x_4]^2 + 1.201 \sin[x_5] + \\
& 33.485 \sin[x_5]^2 + 33.958 \sin[x_6] - 5.050 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.618 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.905 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.017 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.457 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.313 \cos[x_6] \sin[x_6] - 20.410 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.261 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.044 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.900 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.586 \sin[x_5] \sin[x_6] + 36.835 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*14\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 57.114 - 92.715 \cos[x_1] - 113.077 \cos[x_1]^2 - 51.182 \cos[x_2] + 32.283 \cos[x_2]^2 + 0.517 \cos[x_3] + \\
& 54.280 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.552 \cos[x_2] \cos[x_3] + 26.798 \cos[x_3]^2 + 11.025 \cos[x_4] + \\
& 0.366 \cos[x_2] \cos[x_4] + 51.825 \cos[x_4]^2 - 56.318 \cos[x_5] + 33.017 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.732 \cos[x_6] + 28.321 \cos[x_6]^2 - 545.266 \sin[x_1] + 119.400 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.985 \cos[x_2] \sin[x_1] + 204.591 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.781 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 37.752 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.402 \cos[x_6] \sin[x_1] + 157.536 \sin[x_1]^2 + 29.733 \sin[x_2]^2 + \\
& 235.489 \sin[x_3] - 26.718 \cos[x_1] \sin[x_3] + 45.327 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 186.827 \cos[x_3] \sin[x_3] - 0.450 \cos[x_4] \sin[x_3] + 36.560 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.463 \cos[x_6] \sin[x_3] + 21.675 \sin[x_3]^2 + 71.771 \sin[x_4] + 16.553 \sin[x_4]^2 + 1.151 \sin[x_5] + \\
& 25.723 \sin[x_5]^2 + 36.431 \sin[x_6] - 2.932 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.422 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.330 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.216 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.488 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.292 \cos[x_6] \sin[x_6] - 12.526 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.820 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.089 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.308 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.123 \sin[x_5] \sin[x_6] + 27.814 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*15\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 78.204 - 138.507 \cos[x_1] - 93.546 \cos[x_1]^2 - 86.352 \cos[x_2] + 43.833 \cos[x_2]^2 - \\
& 117.933 \cos[x_3] + 76.449 \cos[x_1] \cos[x_3] + 28.428 \cos[x_2] \cos[x_3] + 15.900 \cos[x_3]^2 + \\
& 13.908 \cos[x_4] + 0.867 \cos[x_2] \cos[x_4] + 71.675 \cos[x_4]^2 - 72.091 \cos[x_5] + \\
& 40.261 \cos[x_5]^2 + 4.615 \cos[x_6] + 37.998 \cos[x_6]^2 - 508.714 \sin[x_1] + \\
& 115.438 \cos[x_1] \sin[x_1] + 10.290 \cos[x_2] \sin[x_1] + 233.945 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 9.805 \cos[x_4] \sin[x_1] + 38.996 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.303 \cos[x_6] \sin[x_1] + 156.946 \sin[x_1]^2 + \\
& 41.013 \sin[x_2]^2 + 84.557 \sin[x_3] + 20.005 \cos[x_1] \sin[x_3] + 75.585 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 108.990 \cos[x_3] \sin[x_3] - 1.810 \cos[x_4] \sin[x_3] + 44.178 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.223 \cos[x_6] \sin[x_3] + 57.160 \sin[x_3]^2 + 82.434 \sin[x_4] + 30.220 \sin[x_4]^2 + 1.000 \sin[x_5] + \\
& 37.577 \sin[x_5]^2 + 40.279 \sin[x_6] - 4.726 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.635 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.315 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.473 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.003 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.344 \cos[x_6] \sin[x_6] - 19.673 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.644 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.633 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.661 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.279 \sin[x_5] \sin[x_6] + 37.515 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*16\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 43.199 - 70.000 \cos[x_1] - 90.196 \cos[x_1]^2 - 55.131 \cos[x_2] + 27.875 \cos[x_2]^2 - 52.742 \cos[x_3] + \\
& 62.051 \cos[x_1] \cos[x_3] + 19.220 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.577 \cos[x_3]^2 + 9.389 \cos[x_4] + \\
& 0.824 \cos[x_2] \cos[x_4] + 45.357 \cos[x_4]^2 - 78.860 \cos[x_5] + 24.915 \cos[x_5]^2 + \\
& 4.947 \cos[x_6] + 24.411 \cos[x_6]^2 - 400.666 \sin[x_1] + 81.609 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 6.877 \cos[x_2] \sin[x_1] + 218.528 \cos[x_3] \sin[x_1] - 7.102 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 45.679 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.981 \cos[x_6] \sin[x_1] + 118.031 \sin[x_1]^2 + 25.145 \sin[x_2]^2 + \\
& 140.449 \sin[x_3] - 11.628 \cos[x_1] \sin[x_3] + 48.842 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 149.721 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.598 \cos[x_4] \sin[x_3] + 45.554 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.303 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.369 \sin[x_3]^2 + 76.815 \sin[x_4] + 7.699 \sin[x_4]^2 + 1.153 \sin[x_5] + \\
& 21.395 \sin[x_5]^2 + 37.892 \sin[x_6] - 4.113 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.448 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.931 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.328 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.153 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.345 \cos[x_6] \sin[x_6] - 17.361 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.464 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.164 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.821 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.339 \sin[x_5] \sin[x_6] + 23.908 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*17\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 62.655 - 106.002 \cos[x_1] - 92.268 \cos[x_1]^2 - 93.019 \cos[x_2] + 33.278 \cos[x_2]^2 - \\
& 121.512 \cos[x_3] + 76.381 \cos[x_1] \cos[x_3] + 28.733 \cos[x_2] \cos[x_3] + 3.842 \cos[x_3]^2 + \\
& 16.897 \cos[x_4] + 1.146 \cos[x_2] \cos[x_4] + 66.260 \cos[x_4]^2 - 69.141 \cos[x_5] + \\
& 44.113 \cos[x_5]^2 + 4.542 \cos[x_6] + 38.873 \cos[x_6]^2 - 483.003 \sin[x_1] + \\
& 103.348 \cos[x_1] \sin[x_1] + 9.428 \cos[x_2] \sin[x_1] + 267.060 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 12.112 \cos[x_4] \sin[x_1] + 38.248 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.919 \cos[x_6] \sin[x_1] + 140.609 \sin[x_1]^2 + \\
& 29.716 \sin[x_2]^2 + 123.674 \sin[x_3] - 2.501 \cos[x_1] \sin[x_3] + 83.124 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 133.852 \cos[x_3] \sin[x_3] - 2.754 \cos[x_4] \sin[x_3] + 47.568 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 7.837 \cos[x_6] \sin[x_3] + 40.721 \sin[x_3]^2 + 83.550 \sin[x_4] + 24.572 \sin[x_4]^2 + 1.210 \sin[x_5] + \\
& 37.877 \sin[x_5]^2 + 31.806 \sin[x_6] - 4.099 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.334 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.720 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.276 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.997 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.390 \cos[x_6] \sin[x_6] - 18.075 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.861 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.289 \sin[x_3] \sin[x_6] + 9.771 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.709 \sin[x_5] \sin[x_6] + 38.345 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*18\*)

Out[\*]/NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 60.237 - 96.162 \cos[x_1] - 99.841 \cos[x_1]^2 - 32.201 \cos[x_2] + 40.418 \cos[x_2]^2 - 37.520 \cos[x_3] + \\
& 54.758 \cos[x_1] \cos[x_3] + 7.567 \cos[x_2] \cos[x_3] + 4.897 \cos[x_3]^2 + 6.017 \cos[x_4] + \\
& 1.016 \cos[x_2] \cos[x_4] + 59.121 \cos[x_4]^2 - 79.038 \cos[x_5] + 35.177 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.660 \cos[x_6] + 29.160 \cos[x_6]^2 - 507.135 \sin[x_1] + 124.402 \cos[x_1] \sin[x_1] + \\
& 11.851 \cos[x_2] \sin[x_1] + 226.907 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.375 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 50.133 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.609 \cos[x_6] \sin[x_1] + 149.586 \sin[x_1]^2 + 37.513 \sin[x_2]^2 + \\
& 150.979 \sin[x_3] - 29.884 \cos[x_1] \sin[x_3] + 23.566 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 165.634 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.437 \cos[x_4] \sin[x_3] + 48.385 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.744 \cos[x_6] \sin[x_3] + 51.962 \sin[x_3]^2 + 76.840 \sin[x_4] + 22.173 \sin[x_4]^2 + 1.306 \sin[x_5] + \\
& 27.717 \sin[x_5]^2 + 42.566 \sin[x_6] - 5.230 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.813 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 6.889 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.455 \cos[x_4] \sin[x_6] + 0.069 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.237 \cos[x_6] \sin[x_6] - 20.919 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.624 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 19.734 \sin[x_3] \sin[x_6] + 5.470 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.313 \sin[x_5] \sin[x_6] + 28.601 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*19\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 60.840 - 65.000 \cos[x_1] - 113.681 \cos[x_1]^2 - 45.752 \cos[x_2] + 39.087 \cos[x_2]^2 - \\
& 61.564 \cos[x_3] + 56.666 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.839 \cos[x_2] \cos[x_3] - 0.292 \cos[x_3]^2 + \\
& 7.318 \cos[x_4] + 1.897 \cos[x_2] \cos[x_4] + 66.280 \cos[x_4]^2 - 85.763 \cos[x_5] + \\
& 31.867 \cos[x_5]^2 + 5.205 \cos[x_6] + 32.195 \cos[x_6]^2 - 459.425 \sin[x_1] + \\
& 91.912 \cos[x_1] \sin[x_1] + 6.009 \cos[x_2] \sin[x_1] + 213.925 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 2.665 \cos[x_4] \sin[x_1] + 60.109 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.240 \cos[x_6] \sin[x_1] + 129.611 \sin[x_1]^2 + \\
& 36.486 \sin[x_2]^2 + 104.653 \sin[x_3] - 26.825 \cos[x_1] \sin[x_3] + 40.076 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 136.090 \cos[x_3] \sin[x_3] - 1.638 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.423 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 8.847 \cos[x_6] \sin[x_3] + 49.237 \sin[x_3]^2 + 97.733 \sin[x_4] + 17.588 \sin[x_4]^2 + 1.236 \sin[x_5] + \\
& 28.199 \sin[x_5]^2 + 32.495 \sin[x_6] - 2.463 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.522 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.851 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.336 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.746 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.325 \cos[x_6] \sin[x_6] - 10.355 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.858 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 22.922 \sin[x_3] \sin[x_6] + 7.598 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.225 \sin[x_5] \sin[x_6] + 31.678 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*20\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 44.309 - 44.951 \cos[x_1] - 84.526 \cos[x_1]^2 - 55.762 \cos[x_2] + 21.943 \cos[x_2]^2 - 72.022 \cos[x_3] + \\
& 65.207 \cos[x_1] \cos[x_3] + 18.440 \cos[x_2] \cos[x_3] - 12.617 \cos[x_3]^2 + 5.123 \cos[x_4] + \\
& 1.394 \cos[x_2] \cos[x_4] + 48.043 \cos[x_4]^2 - 78.544 \cos[x_5] + 25.113 \cos[x_5]^2 + 6.131 \cos[x_6] + \\
& 20.073 \cos[x_6]^2 - 367.062 \sin[x_1] + 66.221 \cos[x_1] \sin[x_1] + 8.807 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 239.394 \cos[x_3] \sin[x_1] - 3.402 \cos[x_4] \sin[x_1] + 54.347 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 3.158 \cos[x_6] \sin[x_1] + 112.364 \sin[x_1]^2 + 19.583 \sin[x_2]^2 + 104.473 \sin[x_3] - \\
& 21.586 \cos[x_1] \sin[x_3] + 47.715 \cos[x_2] \sin[x_3] - 149.787 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 1.331 \cos[x_4] \sin[x_3] + 41.870 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.746 \cos[x_6] \sin[x_3] + \\
& 45.276 \sin[x_3]^2 + 107.881 \sin[x_4] - 6.548 \sin[x_4]^2 + 1.221 \sin[x_5] + \\
& 18.689 \sin[x_5]^2 + 43.691 \sin[x_6] - 4.169 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.467 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.441 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.514 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.043 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.286 \cos[x_6] \sin[x_6] - 16.633 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.755 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 24.822 \sin[x_3] \sin[x_6] + 6.433 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.015 \sin[x_5] \sin[x_6] + 19.569 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*Tablo A.29:Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller (10 katlı çapraz doğrulama / 80 Eğitim-20 Test) \*Eğitim kendi içinde 10 parçaya ayrıldı (9 parça Eğitim-1 parça Doğrulama)) (Tablo 7.7 ile ilgili)\*)

In[\*]:= (\*NRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned} & -268.773 - 455.725 \cos[x_1] - 1017.269 \cos[x_1]^2 + 39.202 \cos[x_2] - 283.983 \cos[x_2]^2 + \\ & 1084.608 \cos[x_3] + 38.442 \cos[x_1] \cos[x_3] - 0.369 \cos[x_2] \cos[x_3] + 1152.645 \cos[x_3]^2 + \\ & 63.197 \cos[x_4] - 2.517 \cos[x_2] \cos[x_4] - 207.228 \cos[x_4]^2 - 79.818 \cos[x_5] - \\ & 315.775 \cos[x_5]^2 + 4.603 \cos[x_6] - 355.948 \cos[x_6]^2 - 1522.423 \sin[x_1] + \\ & 431.629 \cos[x_1] \sin[x_1] - 20.976 \cos[x_2] \sin[x_1] + 122.079 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\ & 20.783 \cos[x_4] \sin[x_1] + 37.894 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.291 \cos[x_6] \sin[x_1] - 309.605 \sin[x_1]^2 - \\ & 282.461 \sin[x_2]^2 + 3628.706 \sin[x_3] + 21.447 \cos[x_1] \sin[x_3] - 16.112 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\ & 1162.890 \cos[x_3] \sin[x_3] - 42.965 \cos[x_4] \sin[x_3] + 32.383 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\ & 7.189 \cos[x_6] \sin[x_3] - 368.222 \sin[x_3]^2 + 164.083 \sin[x_4] - 292.028 \sin[x_4]^2 + \\ & 0.742 \sin[x_5] - 306.737 \sin[x_5]^2 + 46.550 \sin[x_6] + 1.687 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\ & 0.417 \cos[x_2] \sin[x_6] - 10.663 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.253 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\ & 0.274 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.334 \cos[x_6] \sin[x_6] - 0.891 \sin[x_1] \sin[x_6] - 9.507 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 29.871 \sin[x_3] \sin[x_6] - 5.211 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.163 \sin[x_5] \sin[x_6] - 356.024 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned} & 244.412 - 939.794 \cos[x_1] - 1142.451 \cos[x_1]^2 + 46.588 \cos[x_2] + 256.410 \cos[x_2]^2 + \\ & 132.615 \cos[x_3] + 45.376 \cos[x_1] \cos[x_3] + 2.715 \cos[x_2] \cos[x_3] + 714.732 \cos[x_3]^2 + \\ & 77.101 \cos[x_4] + 4.179 \cos[x_2] \cos[x_4] + 433.444 \cos[x_4]^2 - 82.182 \cos[x_5] + \\ & 290.095 \cos[x_5]^2 + 5.364 \cos[x_6] + 327.300 \cos[x_6]^2 - 3192.139 \sin[x_1] + \\ & 890.875 \cos[x_1] \sin[x_1] - 50.946 \cos[x_2] \sin[x_1] + 109.683 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\ & 44.342 \cos[x_4] \sin[x_1] + 42.764 \cos[x_5] \sin[x_1] + 0.818 \cos[x_6] \sin[x_1] + 318.957 \sin[x_1]^2 + \\ & 256.608 \sin[x_2]^2 + 968.020 \sin[x_3] + 30.872 \cos[x_1] \sin[x_3] + 3.810 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\ & 244.652 \cos[x_3] \sin[x_3] - 35.894 \cos[x_4] \sin[x_3] + 38.758 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\ & 6.699 \cos[x_6] \sin[x_3] + 295.885 \sin[x_3]^2 + 317.747 \sin[x_4] + 263.561 \sin[x_4]^2 + \\ & 1.137 \sin[x_5] + 293.067 \sin[x_5]^2 + 34.461 \sin[x_6] + 3.929 \cos[x_1] \sin[x_6] + \\ & 0.467 \cos[x_2] \sin[x_6] - 5.751 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.760 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.068 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.301 \cos[x_6] \sin[x_6] + 10.797 \sin[x_1] \sin[x_6] - 16.003 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 22.056 \sin[x_3] \sin[x_6] - 8.646 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.073 \sin[x_5] \sin[x_6] + 327.033 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

Tablo A.19 Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller (10 katlı çapraz doğrulama).nb

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 1197.420 - 846.357 \cos[x_1] - 229.101 \cos[x_1]^2 - 150.690 \cos[x_2] + 1254.020 \cos[x_2]^2 - \\
& 2172.700 \cos[x_3] - 78.832 \cos[x_1] \cos[x_3] + 65.035 \cos[x_2] \cos[x_3] - \\
& 965.240 \cos[x_3]^2 + 53.376 \cos[x_4] + 9.084 \cos[x_2] \cos[x_4] + 1460.930 \cos[x_4]^2 + \\
& 205.897 \cos[x_5] + 1407.500 \cos[x_5]^2 + 11.214 \cos[x_6] + 1584.600 \cos[x_6]^2 - \\
& 3769.150 \sin[x_1] + 1078.960 \cos[x_1] \sin[x_1] - 16.545 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 12.010 \cos[x_3] \sin[x_1] - 65.113 \cos[x_4] \sin[x_1] - 18.365 \cos[x_5] \sin[x_1] - \\
& 2.433 \cos[x_6] \sin[x_1] + 1464.490 \sin[x_1]^2 + 1251.400 \sin[x_2]^2 - 6156.220 \sin[x_3] - \\
& 231.695 \cos[x_1] \sin[x_3] + 157.450 \cos[x_2] \sin[x_3] + 2068.660 \cos[x_3] \sin[x_3] + \\
& 11.242 \cos[x_4] \sin[x_3] - 146.223 \cos[x_5] \sin[x_3] - 9.604 \cos[x_6] \sin[x_3] + \\
& 1549.240 \sin[x_3]^2 + 313.300 \sin[x_4] + 1292.920 \sin[x_4]^2 + 0.562 \sin[x_5] + \\
& 1381.620 \sin[x_5]^2 + 59.382 \sin[x_6] + 7.579 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.060 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 20.371 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.906 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.206 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.466 \cos[x_6] \sin[x_6] + 20.125 \sin[x_1] \sin[x_6] + 4.142 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 61.861 \sin[x_3] \sin[x_6] - 21.097 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.218 \sin[x_5] \sin[x_6] + 1584.830 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 2.484 - 525.111 \cos[x_1] - 551.118 \cos[x_1]^2 - 88.306 \cos[x_2] + 3.134 \cos[x_2]^2 + 119.974 \cos[x_3] + \\
& 143.024 \cos[x_1] \cos[x_3] + 37.525 \cos[x_2] \cos[x_3] + 414.182 \cos[x_3]^2 + 19.812 \cos[x_4] + \\
& 6.344 \cos[x_2] \cos[x_4] + 152.284 \cos[x_4]^2 - 49.890 \cos[x_5] + 2.801 \cos[x_5]^2 + \\
& 5.413 \cos[x_6] + 3.368 \cos[x_6]^2 - 1260.770 \sin[x_1] + 326.684 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\
& 23.204 \cos[x_2] \sin[x_1] + 303.214 \cos[x_3] \sin[x_1] - 23.515 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\
& 24.237 \cos[x_5] \sin[x_1] + 5.799 \cos[x_6] \sin[x_1] + 12.125 \sin[x_1]^2 + 2.614 \sin[x_2]^2 + \\
& 1053.322 \sin[x_3] + 174.952 \cos[x_1] \sin[x_3] + 107.418 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 428.235 \cos[x_3] \sin[x_3] + 3.548 \cos[x_4] \sin[x_3] + 22.008 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 11.631 \cos[x_6] \sin[x_3] - 7.259 \sin[x_3]^2 + 278.082 \sin[x_4] + 1.935 \sin[x_4]^2 + 1.000 \sin[x_5] + \\
& 6.535 \sin[x_5]^2 + 37.266 \sin[x_6] + 8.781 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.308 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 11.509 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.462 \cos[x_4] \sin[x_6] + 0.221 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.354 \cos[x_6] \sin[x_6] + 23.137 \sin[x_1] \sin[x_6] - 7.935 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 31.046 \sin[x_3] \sin[x_6] - 20.822 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.517 \sin[x_5] \sin[x_6] + 3.230 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -162.599 - 399.975 \cos[x_1] - 801.211 \cos[x_1]^2 - 59.274 \cos[x_2] - 171.642 \cos[x_2]^2 + \\
& 551.252 \cos[x_3] + 68.223 \cos[x_1] \cos[x_3] + 31.716 \cos[x_2] \cos[x_3] + 849.282 \cos[x_3]^2 + \\
& 61.889 \cos[x_4] - 1.030 \cos[x_2] \cos[x_4] - 69.834 \cos[x_4]^2 - 133.901 \cos[x_5] - \\
& 191.935 \cos[x_5]^2 + 1.320 \cos[x_6] - 212.713 \cos[x_6]^2 - 1250.430 \sin[x_1] + \\
& 327.165 \cos[x_1] \sin[x_1] - 11.270 \cos[x_2] \sin[x_1] + 169.993 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 30.299 \cos[x_4] \sin[x_1] + 93.607 \cos[x_5] \sin[x_1] + 4.902 \cos[x_6] \sin[x_1] - 184.703 \sin[x_1]^2 - \\
& 170.506 \sin[x_2]^2 + 2455.600 \sin[x_3] + 66.463 \cos[x_1] \sin[x_3] + 67.394 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 718.629 \cos[x_3] \sin[x_3] - 32.133 \cos[x_4] \sin[x_3] + 27.696 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 6.361 \cos[x_6] \sin[x_3] - 231.192 \sin[x_3]^2 + 203.408 \sin[x_4] - 176.405 \sin[x_4]^2 + \\
& 1.013 \sin[x_5] - 180.989 \sin[x_5]^2 + 39.189 \sin[x_6] + 2.199 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\
& 0.531 \cos[x_2] \sin[x_6] - 3.313 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.559 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.588 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.281 \cos[x_6] \sin[x_6] + 4.613 \sin[x_1] \sin[x_6] - 13.444 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 10.526 \sin[x_3] \sin[x_6] - 21.394 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.147 \sin[x_5] \sin[x_6] - 212.681 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



In[\*]:= (\*6\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -208.500 - 234.666 \cos[x_1] - 581.085 \cos[x_1]^2 - 12.954 \cos[x_2] - 219.370 \cos[x_2]^2 + \\
& 530.672 \cos[x_3] + 85.607 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.254 \cos[x_2] \cos[x_3] + 602.094 \cos[x_3]^2 + \\
& 28.210 \cos[x_4] + 1.876 \cos[x_2] \cos[x_4] - 93.957 \cos[x_4]^2 - 173.635 \cos[x_5] - \\
& 247.918 \cos[x_5]^2 + 1.819 \cos[x_6] - 275.992 \cos[x_6]^2 - 601.465 \sin[x_1] + \\
& 128.133 \cos[x_1] \sin[x_1] - 18.704 \cos[x_2] \sin[x_1] + 180.829 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 14.824 \cos[x_4] \sin[x_1] + 104.543 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.468 \cos[x_6] \sin[x_1] - \\
& 243.853 \sin[x_1]^2 - 219.168 \sin[x_2]^2 + 2121.370 \sin[x_3] + 103.095 \cos[x_1] \sin[x_3] + \\
& 29.070 \cos[x_2] \sin[x_3] - 700.340 \cos[x_3] \sin[x_3] - 12.783 \cos[x_4] \sin[x_3] + \\
& 46.590 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.602 \cos[x_6] \sin[x_3] - 280.996 \sin[x_3]^2 + 251.655 \sin[x_4] - \\
& 227.558 \sin[x_4]^2 + 1.456 \sin[x_5] - 230.687 \sin[x_5]^2 + 61.185 \sin[x_6] + 0.446 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\
& 0.919 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.844 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.550 \cos[x_4] \sin[x_6] - 2.421 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.270 \cos[x_6] \sin[x_6] - 4.950 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.832 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.906 \sin[x_3] \sin[x_6] - 20.675 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.246 \sin[x_5] \sin[x_6] - 276.165 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& -96.357 - 55.670 \cos[x_1] - 79.697 \cos[x_1]^2 - 30.670 \cos[x_2] - 103.229 \cos[x_2]^2 - 0.162 \cos[x_3] + \\
& 94.938 \cos[x_1] \cos[x_3] + 12.712 \cos[x_2] \cos[x_3] + 6.214 \cos[x_3]^2 + 6.379 \cos[x_4] + \\
& 1.645 \cos[x_2] \cos[x_4] + 23.090 \cos[x_4]^2 - 179.798 \cos[x_5] - 113.620 \cos[x_5]^2 + 4.571 \cos[x_6] - \\
& 130.710 \cos[x_6]^2 + 272.683 \sin[x_1] - 80.208 \cos[x_1] \sin[x_1] - 6.745 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 186.377 \cos[x_3] \sin[x_1] - 4.173 \cos[x_4] \sin[x_1] + 174.808 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 0.832 \cos[x_6] \sin[x_1] - 115.880 \sin[x_1]^2 - 101.200 \sin[x_2]^2 + 302.035 \sin[x_3] + \\
& 133.519 \cos[x_1] \sin[x_3] + 37.866 \cos[x_2] \sin[x_3] - 190.621 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 0.601 \cos[x_4] \sin[x_3] - 56.089 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.678 \cos[x_6] \sin[x_3] - 122.774 \sin[x_3]^2 + \\
& 239.612 \sin[x_4] - 104.404 \sin[x_4]^2 + 0.963 \sin[x_5] - 76.864 \sin[x_5]^2 + 48.660 \sin[x_6] + \\
& 0.447 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.240 \cos[x_2] \sin[x_6] - 8.407 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.530 \cos[x_4] \sin[x_6] + \\
& 3.587 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.269 \cos[x_6] \sin[x_6] - 3.619 \sin[x_1] \sin[x_6] - 5.567 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 20.676 \sin[x_3] \sin[x_6] - 13.991 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.234 \sin[x_5] \sin[x_6] - 130.668 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 65.345 - 462.100 \cos[x_1] - 582.866 \cos[x_1]^2 - 25.782 \cos[x_2] + 66.677 \cos[x_2]^2 + 195.749 \cos[x_3] + \\
& 46.336 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.234 \cos[x_2] \cos[x_3] + 430.772 \cos[x_3]^2 + 24.186 \cos[x_4] - \\
& 2.330 \cos[x_2] \cos[x_4] + 124.713 \cos[x_4]^2 - 82.806 \cos[x_5] + 77.203 \cos[x_5]^2 + 0.304 \cos[x_6] + \\
& 87.444 \cos[x_6]^2 - 1411.650 \sin[x_1] + 360.813 \cos[x_1] \sin[x_1] - 26.221 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 61.941 \cos[x_3] \sin[x_1] - 16.859 \cos[x_4] \sin[x_1] + 25.056 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.430 \cos[x_6] \sin[x_1] + 91.440 \sin[x_1]^2 + 68.883 \sin[x_2]^2 + 852.755 \sin[x_3] + \\
& 102.020 \cos[x_1] \sin[x_3] + 51.898 \cos[x_2] \sin[x_3] - 261.846 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 4.856 \cos[x_4] \sin[x_3] + 51.429 \cos[x_5] \sin[x_3] - 2.800 \cos[x_6] \sin[x_3] + 73.125 \sin[x_3]^2 + \\
& 108.444 \sin[x_4] + 70.703 \sin[x_4]^2 + 1.301 \sin[x_5] + 82.760 \sin[x_5]^2 + 37.112 \sin[x_6] - \\
& 1.735 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.065 \cos[x_2] \sin[x_6] - 7.853 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.082 \cos[x_4] \sin[x_6] - \\
& 2.897 \cos[x_5] \sin[x_6] - 0.228 \cos[x_6] \sin[x_6] - 5.450 \sin[x_1] \sin[x_6] - 6.308 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 25.759 \sin[x_3] \sin[x_6] - 1.121 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.388 \sin[x_5] \sin[x_6] + 87.454 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

Tablo A.19 Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller (10 katlı çapraz doğrulama).nb

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 57.895 - 402.912 \cos[x_1] - 531.716 \cos[x_1]^2 - 17.347 \cos[x_2] + 60.749 \cos[x_2]^2 + \\
& 47.413 \cos[x_3] + 78.286 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.160 \cos[x_2] \cos[x_3] + 343.546 \cos[x_3]^2 + \\
& 34.672 \cos[x_4] + 4.805 \cos[x_2] \cos[x_4] + 165.189 \cos[x_4]^2 - 103.727 \cos[x_5] + \\
& 68.350 \cos[x_5]^2 + 3.530 \cos[x_6] + 77.635 \cos[x_6]^2 - 1276.220 \sin[x_1] + \\
& 320.261 \cos[x_1] \sin[x_1] - 19.804 \cos[x_2] \sin[x_1] + 178.858 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 19.353 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.625 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.018 \cos[x_6] \sin[x_1] + 79.987 \sin[x_1]^2 + \\
& 60.941 \sin[x_2]^2 + 686.167 \sin[x_3] + 71.751 \cos[x_1] \sin[x_3] + 34.816 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 231.285 \cos[x_3] \sin[x_3] - 14.764 \cos[x_4] \sin[x_3] + 26.947 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 6.931 \cos[x_6] \sin[x_3] + 65.496 \sin[x_3]^2 + 195.316 \sin[x_4] + 62.698 \sin[x_4]^2 + 1.011 \sin[x_5] + \\
& 78.933 \sin[x_5]^2 + 28.643 \sin[x_6] + 5.985 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.315 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.298 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.453 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.371 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.158 \cos[x_6] \sin[x_6] + 15.891 \sin[x_1] \sin[x_6] - 8.038 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 21.154 \sin[x_3] \sin[x_6] - 16.406 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.040 \sin[x_5] \sin[x_6] + 77.412 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 208.275 - 153.726 \cos[x_1] - 221.703 \cos[x_1]^2 - 77.215 \cos[x_2] + 226.740 \cos[x_2]^2 - \\
& 264.441 \cos[x_3] + 24.544 \cos[x_1] \cos[x_3] + 33.785 \cos[x_2] \cos[x_3] - 156.538 \cos[x_3]^2 + \\
& 45.231 \cos[x_4] - 0.572 \cos[x_2] \cos[x_4] + 231.003 \cos[x_4]^2 - 171.956 \cos[x_5] + \\
& 245.178 \cos[x_5]^2 + 4.589 \cos[x_6] + 275.210 \cos[x_6]^2 - 913.924 \sin[x_1] + \\
& 248.065 \cos[x_1] \sin[x_1] + 4.770 \cos[x_2] \sin[x_1] + 160.348 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 24.226 \cos[x_4] \sin[x_1] + 123.422 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.936 \cos[x_6] \sin[x_1] + 261.916 \sin[x_1]^2 + \\
& 217.232 \sin[x_2]^2 - 716.623 \sin[x_3] - 89.945 \cos[x_1] \sin[x_3] + 70.225 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 118.786 \cos[x_3] \sin[x_3] - 18.647 \cos[x_4] \sin[x_3] + 53.212 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 6.919 \cos[x_6] \sin[x_3] + 269.803 \sin[x_3]^2 + 17.845 \sin[x_4] + 227.051 \sin[x_4]^2 + 1.616 \sin[x_5] + \\
& 247.324 \sin[x_5]^2 + 65.809 \sin[x_6] - 5.206 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.670 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 13.567 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.614 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.284 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.047 \cos[x_6] \sin[x_6] - 20.430 \sin[x_1] \sin[x_6] + 9.909 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 43.635 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.254 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.277 \sin[x_5] \sin[x_6] + 274.772 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*SNRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 115.988 - 377.937 \cos[x_1] - 281.001 \cos[x_1]^2 - 0.595 \cos[x_2] + 50.120 \cos[x_2]^2 + \\
& 95.405 \cos[x_3] + 47.577 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.090 \cos[x_2] \cos[x_3] + 191.778 \cos[x_3]^2 + \\
& 26.491 \cos[x_4] + 1.677 \cos[x_2] \cos[x_4] + 86.871 \cos[x_4]^2 - 89.892 \cos[x_5] + \\
& 62.334 \cos[x_5]^2 + 2.354 \cos[x_6] + 56.640 \cos[x_6]^2 - 1300.753 \sin[x_1] + \\
& 339.589 \cos[x_1] \sin[x_1] - 12.224 \cos[x_2] \sin[x_1] + 118.697 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 15.407 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.547 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.788 \cos[x_6] \sin[x_1] + 347.711 \sin[x_1]^2 + \\
& 50.137 \sin[x_2]^2 + 689.848 \sin[x_3] + 34.696 \cos[x_1] \sin[x_3] + 12.573 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 215.010 \cos[x_3] \sin[x_3] - 10.098 \cos[x_4] \sin[x_3] + 30.030 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.370 \cos[x_6] \sin[x_3] - 88.411 \sin[x_3]^2 + 154.709 \sin[x_4] + 5.704 \sin[x_4]^2 + 1.250 \sin[x_5] + \\
& 63.125 \sin[x_5]^2 + 36.390 \sin[x_6] + 2.044 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.485 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 6.114 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.130 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.428 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.188 \cos[x_6] \sin[x_6] + 3.940 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.469 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 18.064 \sin[x_3] \sin[x_6] - 10.737 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.113 \sin[x_5] \sin[x_6] + 56.481 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 51.944 - 218.735 \cos[x_1] - 168.406 \cos[x_1]^2 - 10.245 \cos[x_2] + 29.394 \cos[x_2]^2 + \\
& 10.766 \cos[x_3] + 48.199 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.899 \cos[x_2] \cos[x_3] + 95.527 \cos[x_3]^2 + \\
& 18.702 \cos[x_4] + 0.095 \cos[x_2] \cos[x_4] + 60.038 \cos[x_4]^2 - 94.476 \cos[x_5] + \\
& 28.075 \cos[x_5]^2 + 2.438 \cos[x_6] + 26.895 \cos[x_6]^2 - 705.364 \sin[x_1] + \\
& 174.940 \cos[x_1] \sin[x_1] - 9.730 \cos[x_2] \sin[x_1] + 108.146 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 6.308 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.269 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.345 \cos[x_6] \sin[x_1] + 193.842 \sin[x_1]^2 + \\
& 29.119 \sin[x_2]^2 + 390.621 \sin[x_3] + 44.528 \cos[x_1] \sin[x_3] + 19.210 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 124.058 \cos[x_3] \sin[x_3] - 10.645 \cos[x_4] \sin[x_3] + 30.934 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 4.979 \cos[x_6] \sin[x_3] - 55.121 \sin[x_3]^2 + 145.677 \sin[x_4] - 15.636 \sin[x_4]^2 + 1.108 \sin[x_5] + \\
& 31.613 \sin[x_5]^2 + 35.596 \sin[x_6] + 1.207 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.712 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.950 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.895 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.078 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.218 \cos[x_6] \sin[x_6] + 0.432 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.820 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.374 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.205 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.050 \sin[x_5] \sin[x_6] + 26.785 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 82.160 - 328.630 \cos[x_1] - 229.571 \cos[x_1]^2 + 0.469 \cos[x_2] + 35.983 \cos[x_2]^2 + \\
& 68.475 \cos[x_3] + 50.603 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.819 \cos[x_2] \cos[x_3] + 168.047 \cos[x_3]^2 + \\
& 26.639 \cos[x_4] - 0.110 \cos[x_2] \cos[x_4] + 68.508 \cos[x_4]^2 - 99.220 \cos[x_5] + \\
& 41.898 \cos[x_5]^2 + 2.247 \cos[x_6] + 30.895 \cos[x_6]^2 - 1039.240 \sin[x_1] + \\
& 276.025 \cos[x_1] \sin[x_1] - 16.353 \cos[x_2] \sin[x_1] + 113.384 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.059 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.231 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.406 \cos[x_6] \sin[x_1] + 278.868 \sin[x_1]^2 + \\
& 36.390 \sin[x_2]^2 + 574.320 \sin[x_3] + 50.104 \cos[x_1] \sin[x_3] + 15.778 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 184.187 \cos[x_3] \sin[x_3] - 15.331 \cos[x_4] \sin[x_3] + 35.173 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.864 \cos[x_6] \sin[x_3] - 58.042 \sin[x_3]^2 + 152.967 \sin[x_4] - 10.734 \sin[x_4]^2 + 1.127 \sin[x_5] + \\
& 45.639 \sin[x_5]^2 + 32.091 \sin[x_6] + 1.566 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.334 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.500 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.819 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.009 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.261 \cos[x_6] \sin[x_6] + 2.108 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.285 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.310 \sin[x_3] \sin[x_6] - 8.140 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.055 \sin[x_5] \sin[x_6] + 30.715 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 74.249 - 228.526 \cos[x_1] - 167.394 \cos[x_1]^2 - 11.188 \cos[x_2] + 30.061 \cos[x_2]^2 - \\
& 28.656 \cos[x_3] + 44.288 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.534 \cos[x_2] \cos[x_3] + 97.041 \cos[x_3]^2 + \\
& 27.887 \cos[x_4] + 0.657 \cos[x_2] \cos[x_4] + 69.802 \cos[x_4]^2 - 103.379 \cos[x_5] + \\
& 34.572 \cos[x_5]^2 + 2.422 \cos[x_6] + 37.938 \cos[x_6]^2 - 716.950 \sin[x_1] + \\
& 188.937 \cos[x_1] \sin[x_1] - 8.058 \cos[x_2] \sin[x_1] + 102.464 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 11.879 \cos[x_4] \sin[x_1] + 73.211 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.946 \cos[x_6] \sin[x_1] + 202.218 \sin[x_1]^2 + \\
& 30.280 \sin[x_2]^2 + 317.730 \sin[x_3] + 40.197 \cos[x_1] \sin[x_3] + 18.459 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 81.542 \cos[x_3] \sin[x_3] - 14.696 \cos[x_4] \sin[x_3] + 27.850 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 4.598 \cos[x_6] \sin[x_3] - 32.467 \sin[x_3]^2 + 146.940 \sin[x_4] - 6.295 \sin[x_4]^2 + 1.127 \sin[x_5] + \\
& 39.350 \sin[x_5]^2 + 36.665 \sin[x_6] + 0.112 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.480 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 4.857 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.755 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.093 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.244 \cos[x_6] \sin[x_6] - 3.692 \sin[x_1] \sin[x_6] - 11.724 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 14.870 \sin[x_3] \sin[x_6] - 6.951 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.088 \sin[x_5] \sin[x_6] + 37.779 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

Tablo A.19 Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller (10 katlı çapraz doğrulama).nb

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 68.598 - 306.929 \cos[x_1] - 217.964 \cos[x_1]^2 - 0.932 \cos[x_2] + 37.398 \cos[x_2]^2 + 77.842 \cos[x_3] + \\
& 51.430 \cos[x_1] \cos[x_3] + 8.705 \cos[x_2] \cos[x_3] + 130.467 \cos[x_3]^2 + 22.552 \cos[x_4] + \\
& 2.216 \cos[x_2] \cos[x_4] + 69.492 \cos[x_4]^2 - 78.827 \cos[x_5] + 35.087 \cos[x_5]^2 + 3.247 \cos[x_6] + \\
& 45.507 \cos[x_6]^2 - 972.454 \sin[x_1] + 259.593 \cos[x_1] \sin[x_1] - 10.221 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 123.195 \cos[x_3] \sin[x_1] - 10.026 \cos[x_4] \sin[x_1] + 50.717 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.225 \cos[x_6] \sin[x_1] + 252.199 \sin[x_1]^2 + 37.182 \sin[x_2]^2 + 545.357 \sin[x_3] + \\
& 44.853 \cos[x_1] \sin[x_3] + 11.162 \cos[x_2] \sin[x_3] - 197.960 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 11.333 \cos[x_4] \sin[x_3] + 31.486 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.759 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\
& 69.839 \sin[x_3]^2 + 171.323 \sin[x_4] - 19.893 \sin[x_4]^2 + 1.173 \sin[x_5] + \\
& 36.071 \sin[x_5]^2 + 44.156 \sin[x_6] + 1.094 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.399 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 8.291 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.060 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.655 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.218 \cos[x_6] \sin[x_6] - 1.606 \sin[x_1] \sin[x_6] - 10.950 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 23.158 \sin[x_3] \sin[x_6] - 8.114 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.076 \sin[x_5] \sin[x_6] + 45.282 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*6\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 71.208 - 233.848 \cos[x_1] - 165.288 \cos[x_1]^2 - 16.018 \cos[x_2] + 37.694 \cos[x_2]^2 + \\
& 3.638 \cos[x_3] + 43.176 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.499 \cos[x_2] \cos[x_3] + 107.028 \cos[x_3]^2 + \\
& 25.173 \cos[x_4] + 0.829 \cos[x_2] \cos[x_4] + 71.898 \cos[x_4]^2 - 72.007 \cos[x_5] + \\
& 31.174 \cos[x_5]^2 + 2.346 \cos[x_6] + 37.664 \cos[x_6]^2 - 766.672 \sin[x_1] + \\
& 200.736 \cos[x_1] \sin[x_1] - 5.840 \cos[x_2] \sin[x_1] + 107.580 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.444 \cos[x_4] \sin[x_1] + 52.597 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.463 \cos[x_6] \sin[x_1] + 215.071 \sin[x_1]^2 + \\
& 37.460 \sin[x_2]^2 + 380.461 \sin[x_3] + 33.280 \cos[x_1] \sin[x_3] + 21.560 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 115.112 \cos[x_3] \sin[x_3] - 13.406 \cos[x_4] \sin[x_3] + 26.205 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 4.998 \cos[x_6] \sin[x_3] - 41.794 \sin[x_3]^2 + 124.982 \sin[x_4] + 7.439 \sin[x_4]^2 + 1.054 \sin[x_5] + \\
& 30.214 \sin[x_5]^2 + 37.618 \sin[x_6] + 0.764 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.648 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.385 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.919 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.746 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.258 \cos[x_6] \sin[x_6] - 1.179 \sin[x_1] \sin[x_6] - 13.266 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 15.453 \sin[x_3] \sin[x_6] - 7.879 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.008 \sin[x_5] \sin[x_6] + 37.525 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*7\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 120.494 - 447.944 \cos[x_1] - 296.012 \cos[x_1]^2 - 27.452 \cos[x_2] + 56.927 \cos[x_2]^2 + \\
& 120.692 \cos[x_3] + 56.046 \cos[x_1] \cos[x_3] + 18.490 \cos[x_2] \cos[x_3] + 209.924 \cos[x_3]^2 + \\
& 35.077 \cos[x_4] + 2.783 \cos[x_2] \cos[x_4] + 97.311 \cos[x_4]^2 - 88.363 \cos[x_5] + \\
& 51.140 \cos[x_5]^2 + 2.805 \cos[x_6] + 46.447 \cos[x_6]^2 - 1428.020 \sin[x_1] + \\
& 388.654 \cos[x_1] \sin[x_1] - 11.313 \cos[x_2] \sin[x_1] + 129.903 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 19.892 \cos[x_4] \sin[x_1] + 59.166 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.769 \cos[x_6] \sin[x_1] + 382.465 \sin[x_1]^2 + \\
& 56.949 \sin[x_2]^2 + 794.129 \sin[x_3] + 53.250 \cos[x_1] \sin[x_3] + 37.378 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 251.939 \cos[x_3] \sin[x_3] - 14.769 \cos[x_4] \sin[x_3] + 32.231 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.833 \cos[x_6] \sin[x_3] - 114.922 \sin[x_3]^2 + 184.484 \sin[x_4] + 0.332 \sin[x_4]^2 + 1.090 \sin[x_5] + \\
& 52.493 \sin[x_5]^2 + 39.330 \sin[x_6] + 2.110 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.571 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 7.364 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.356 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.938 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.270 \cos[x_6] \sin[x_6] + 2.679 \sin[x_1] \sin[x_6] - 11.397 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 21.578 \sin[x_3] \sin[x_6] - 10.300 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.270 \sin[x_5] \sin[x_6] + 46.247 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*8\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 38.359 - 226.249 \cos[x_1] - 177.007 \cos[x_1]^2 + 3.073 \cos[x_2] + 40.714 \cos[x_2]^2 + 4.374 \cos[x_3] + \\
& 47.646 \cos[x_1] \cos[x_3] + 9.885 \cos[x_2] \cos[x_3] + 103.049 \cos[x_3]^2 + 24.215 \cos[x_4] + \\
& 0.888 \cos[x_2] \cos[x_4] + 76.139 \cos[x_4]^2 - 97.758 \cos[x_5] + 25.868 \cos[x_5]^2 + 2.930 \cos[x_6] + \\
& 28.356 \cos[x_6]^2 - 756.919 \sin[x_1] + 194.224 \cos[x_1] \sin[x_1] - 9.602 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 121.209 \cos[x_3] \sin[x_1] - 10.688 \cos[x_4] \sin[x_1] + 69.949 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.363 \cos[x_6] \sin[x_1] + 208.512 \sin[x_1]^2 + 40.457 \sin[x_2]^2 + 395.262 \sin[x_3] + \\
& 31.730 \cos[x_1] \sin[x_3] + 6.095 \cos[x_2] \sin[x_3] - 128.397 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 12.315 \cos[x_4] \sin[x_3] + 29.913 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.560 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\
& 45.084 \sin[x_3]^2 + 169.964 \sin[x_4] - 12.484 \sin[x_4]^2 + 1.037 \sin[x_5] + \\
& 28.243 \sin[x_5]^2 + 37.739 \sin[x_6] + 1.538 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.734 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.907 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.949 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.930 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.232 \cos[x_6] \sin[x_6] + 0.650 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.725 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.780 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.270 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.053 \sin[x_5] \sin[x_6] + 28.172 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*9\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 65.667 - 284.963 \cos[x_1] - 189.808 \cos[x_1]^2 - 13.135 \cos[x_2] + 38.082 \cos[x_2]^2 + \\
& 15.788 \cos[x_3] + 51.335 \cos[x_1] \cos[x_3] + 12.935 \cos[x_2] \cos[x_3] + 123.628 \cos[x_3]^2 + \\
& 23.724 \cos[x_4] + 0.024 \cos[x_2] \cos[x_4] + 82.428 \cos[x_4]^2 - 80.055 \cos[x_5] + \\
& 35.585 \cos[x_5]^2 + 2.689 \cos[x_6] + 35.015 \cos[x_6]^2 - 877.221 \sin[x_1] + \\
& 232.906 \cos[x_1] \sin[x_1] - 8.942 \cos[x_2] \sin[x_1] + 118.820 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.935 \cos[x_4] \sin[x_1] + 53.798 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.692 \cos[x_6] \sin[x_1] + 240.603 \sin[x_1]^2 + \\
& 38.476 \sin[x_2]^2 + 458.731 \sin[x_3] + 50.910 \cos[x_1] \sin[x_3] + 22.066 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 139.512 \cos[x_3] \sin[x_3] - 11.366 \cos[x_4] \sin[x_3] + 30.974 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.579 \cos[x_6] \sin[x_3] - 59.798 \sin[x_3]^2 + 157.343 \sin[x_4] + 0.598 \sin[x_4]^2 + 1.159 \sin[x_5] + \\
& 35.973 \sin[x_5]^2 + 44.159 \sin[x_6] - 0.204 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.777 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.723 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.158 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.637 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.264 \cos[x_6] \sin[x_6] - 5.119 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.610 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.743 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.648 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.049 \sin[x_5] \sin[x_6] + 34.869 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*10\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 68.660 - 297.282 \cos[x_1] - 199.968 \cos[x_1]^2 - 4.297 \cos[x_2] + 44.250 \cos[x_2]^2 + 2.911 \cos[x_3] + \\
& 57.593 \cos[x_1] \cos[x_3] + 13.883 \cos[x_2] \cos[x_3] + 140.659 \cos[x_3]^2 + 29.250 \cos[x_4] + \\
& 0.876 \cos[x_2] \cos[x_4] + 78.392 \cos[x_4]^2 - 78.210 \cos[x_5] + 31.167 \cos[x_5]^2 + 1.803 \cos[x_6] + \\
& 36.102 \cos[x_6]^2 - 900.757 \sin[x_1] + 226.788 \cos[x_1] \sin[x_1] - 17.213 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 110.943 \cos[x_3] \sin[x_1] - 12.338 \cos[x_4] \sin[x_1] + 51.169 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.813 \cos[x_6] \sin[x_1] + 244.536 \sin[x_1]^2 + 44.850 \sin[x_2]^2 + 475.688 \sin[x_3] + \\
& 68.305 \cos[x_1] \sin[x_3] + 20.190 \cos[x_2] \sin[x_3] - 125.629 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 16.229 \cos[x_4] \sin[x_3] + 26.495 \cos[x_5] \sin[x_3] - 4.769 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\
& 67.604 \sin[x_3]^2 + 168.317 \sin[x_4] - 10.158 \sin[x_4]^2 + 0.996 \sin[x_5] + \\
& 34.428 \sin[x_5]^2 + 35.176 \sin[x_6] + 2.040 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.922 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 6.089 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.946 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.524 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.240 \cos[x_6] \sin[x_6] + 2.869 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.290 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 17.524 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.247 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.185 \sin[x_5] \sin[x_6] + 36.001 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

(\*Tablo A.30:Çapraz doğrulama veri ayırma metodu kullanılarak NRM ve SNRM tarafından elde edilen modeller (5 katlı çapraz doğrulama / 80 Eğitim\*-20 Test)  
\*Eğitim kendi içinde 5 parçaya ayrıldı (4 parça Eğitim-1 parça Doğrulama)) (Tablo 7.8 ile ilgili)\*)

In[\*]:= (\*NRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 94.402 + 191.922 \cos[x_1] + 23.656 \cos[x_1]^2 - 362.410 \cos[x_2] + 108.733 \cos[x_2]^2 - \\
& 312.831 \cos[x_3] + 47.948 \cos[x_1] \cos[x_3] + 107.612 \cos[x_2] \cos[x_3] - 259.274 \cos[x_3]^2 + \\
& 19.804 \cos[x_4] - 7.455 \cos[x_2] \cos[x_4] + 40.946 \cos[x_4]^2 - 222.535 \cos[x_5] + \\
& 109.998 \cos[x_5]^2 - 2.053 \cos[x_6] + 124.161 \cos[x_6]^2 - 24.498 \sin[x_1] - \\
& 45.804 \cos[x_1] \sin[x_1] + 28.113 \cos[x_2] \sin[x_1] + 273.936 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 10.385 \cos[x_4] \sin[x_1] + 125.501 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.883 \cos[x_6] \sin[x_1] + 115.936 \sin[x_1]^2 + \\
& 98.487 \sin[x_2]^2 - 576.402 \sin[x_3] - 137.789 \cos[x_1] \sin[x_3] + 324.506 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\
& 49.385 \cos[x_3] \sin[x_3] - 4.409 \cos[x_4] \sin[x_3] + 79.168 \cos[x_5] \sin[x_3] + \\
& 0.199 \cos[x_6] \sin[x_3] + 125.731 \sin[x_3]^2 - 100.671 \sin[x_4] + 103.275 \sin[x_4]^2 + 1.512 \sin[x_5] + \\
& 126.082 \sin[x_5]^2 + 79.602 \sin[x_6] - 9.342 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.264 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 14.607 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.022 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.077 \cos[x_5] \sin[x_6] + \\
& 0.098 \cos[x_6] \sin[x_6] - 36.340 \sin[x_1] \sin[x_6] + 6.149 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 43.533 \sin[x_3] \sin[x_6] - 2.489 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.253 \sin[x_5] \sin[x_6] + 123.740 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 1510.100 - 1451.450 \cos[x_1] - 746.795 \cos[x_1]^2 - 168.108 \cos[x_2] + 1577.820 \cos[x_2]^2 - \\
& 2464.460 \cos[x_3] - 95.777 \cos[x_1] \cos[x_3] + 70.516 \cos[x_2] \cos[x_3] - \\
& 819.710 \cos[x_3]^2 + 89.633 \cos[x_4] + 14.292 \cos[x_2] \cos[x_4] + 1924.880 \cos[x_4]^2 + \\
& 276.830 \cos[x_5] + 1787.230 \cos[x_5]^2 + 14.284 \cos[x_6] + 2011.480 \cos[x_6]^2 - \\
& 5910.320 \sin[x_1] + 1738.220 \cos[x_1] \sin[x_1] - 23.035 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 28.949 \cos[x_3] \sin[x_1] - 91.551 \cos[x_4] \sin[x_1] - 67.464 \cos[x_5] \sin[x_1] - \\
& 4.486 \cos[x_6] \sin[x_1] + 1853.050 \sin[x_1]^2 + 1577.350 \sin[x_2]^2 - 6827.020 \sin[x_3] - \\
& 306.197 \cos[x_1] \sin[x_3] + 180.072 \cos[x_2] \sin[x_3] + 2333.250 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 2.459 \cos[x_4] \sin[x_3] - 163.376 \cos[x_5] \sin[x_3] - 10.896 \cos[x_6] \sin[x_3] + \\
& 1958.090 \sin[x_3]^2 + 558.596 \sin[x_4] + 1623.220 \sin[x_4]^2 + 0.500 \sin[x_5] + \\
& 1756.750 \sin[x_5]^2 + 79.471 \sin[x_6] + 8.420 \cos[x_1] \sin[x_6] + 0.564 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 26.185 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.105 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.592 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.616 \cos[x_6] \sin[x_6] + 20.932 \sin[x_1] \sin[x_6] + 2.916 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 83.221 \sin[x_3] \sin[x_6] - 18.631 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.288 \sin[x_5] \sin[x_6] + 2011.780 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned} & -369.810 - 187.783 \cos[x_1] - 449.394 \cos[x_1]^2 - 64.455 \cos[x_2] - 386.267 \cos[x_2]^2 + \\ & 604.393 \cos[x_3] + 158.291 \cos[x_1] \cos[x_3] + 39.891 \cos[x_2] \cos[x_3] + 733.620 \cos[x_3]^2 + \\ & 36.268 \cos[x_4] + 10.619 \cos[x_2] \cos[x_4] - 277.971 \cos[x_4]^2 - 112.550 \cos[x_5] - \\ & 435.695 \cos[x_5]^2 + 1.951 \cos[x_6] - 482.459 \cos[x_6]^2 + 6.355 \sin[x_1] - 16.425 \cos[x_1] \sin[x_1] - \\ & 49.233 \cos[x_2] \sin[x_1] + 336.144 \cos[x_3] \sin[x_1] - 37.004 \cos[x_4] \sin[x_1] + \\ & 64.514 \cos[x_5] \sin[x_1] + 8.826 \cos[x_6] \sin[x_1] - 444.185 \sin[x_1]^2 - 389.029 \sin[x_2]^2 + \\ & 2855.130 \sin[x_3] + 183.111 \cos[x_1] \sin[x_3] + 107.665 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\ & 939.322 \cos[x_3] \sin[x_3] + 0.479 \cos[x_4] \sin[x_3] + 25.904 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\ & 10.913 \cos[x_6] \sin[x_3] - 496.964 \sin[x_3]^2 + 229.655 \sin[x_4] - 402.141 \sin[x_4]^2 + \\ & 0.874 \sin[x_5] - 420.195 \sin[x_5]^2 + 23.795 \sin[x_6] + 11.170 \cos[x_1] \sin[x_6] - \\ & 1.036 \cos[x_2] \sin[x_6] - 9.671 \cos[x_3] \sin[x_6] - 5.049 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.715 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.593 \cos[x_6] \sin[x_6] + 39.170 \sin[x_1] \sin[x_6] - 3.149 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 25.638 \sin[x_3] \sin[x_6] - 34.683 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.681 \sin[x_5] \sin[x_6] - 482.328 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned} & -396.845 + 546.044 \cos[x_1] + 608.834 \cos[x_1]^2 - 17.071 \cos[x_2] - 418.526 \cos[x_2]^2 - \\ & 126.847 \cos[x_3] + 166.447 \cos[x_1] \cos[x_3] + 6.728 \cos[x_2] \cos[x_3] - 553.223 \cos[x_3]^2 - \\ & 16.232 \cos[x_4] + 9.528 \cos[x_2] \cos[x_4] - 172.982 \cos[x_4]^2 - 380.069 \cos[x_5] - \\ & 468.412 \cos[x_5]^2 + 5.511 \cos[x_6] - 536.793 \cos[x_6]^2 + 2846.520 \sin[x_1] - \\ & 808.323 \cos[x_1] \sin[x_1] - 13.387 \cos[x_2] \sin[x_1] + 285.782 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\ & 8.817 \cos[x_4] \sin[x_1] + 363.993 \cos[x_5] \sin[x_1] - 0.772 \cos[x_6] \sin[x_1] - 491.914 \sin[x_1]^2 - \\ & 417.413 \sin[x_2]^2 - 132.531 \sin[x_3] + 264.916 \cos[x_1] \sin[x_3] + 30.229 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\ & 168.230 \cos[x_3] \sin[x_3] + 26.914 \cos[x_4] \sin[x_3] - 114.385 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\ & 5.225 \cos[x_6] \sin[x_3] - 490.926 \sin[x_3]^2 + 478.743 \sin[x_4] - 429.817 \sin[x_4]^2 + 0.811 \sin[x_5] - \\ & 390.655 \sin[x_5]^2 + 67.373 \sin[x_6] - 2.417 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.675 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\ & 12.738 \cos[x_3] \sin[x_6] - 3.088 \cos[x_4] \sin[x_6] + 5.201 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.452 \cos[x_6] \sin[x_6] - 15.188 \sin[x_1] \sin[x_6] + 7.951 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 28.414 \sin[x_3] \sin[x_6] - 24.083 \sin[x_4] \sin[x_6] - 1.877 \sin[x_5] \sin[x_6] - 536.801 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned} & 214.240 - 478.079 \cos[x_1] - 498.107 \cos[x_1]^2 + 37.279 \cos[x_2] + 225.341 \cos[x_2]^2 - \\ & 145.883 \cos[x_3] + 58.532 \cos[x_1] \cos[x_3] - 0.792 \cos[x_2] \cos[x_3] + 165.409 \cos[x_3]^2 + \\ & 13.719 \cos[x_4] + 0.296 \cos[x_2] \cos[x_4] + 299.630 \cos[x_4]^2 - 68.563 \cos[x_5] + \\ & 255.415 \cos[x_5]^2 + 1.275 \cos[x_6] + 289.166 \cos[x_6]^2 - 1636.870 \sin[x_1] + \\ & 389.441 \cos[x_1] \sin[x_1] - 35.630 \cos[x_2] \sin[x_1] + 100.356 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\ & 12.869 \cos[x_4] \sin[x_1] + 9.479 \cos[x_5] \sin[x_1] + 2.151 \cos[x_6] \sin[x_1] + 271.985 \sin[x_1]^2 + \\ & 226.606 \sin[x_2]^2 - 174.805 \sin[x_3] + 83.293 \cos[x_1] \sin[x_3] - 0.057 \cos[x_2] \sin[x_3] + \\ & 34.866 \cos[x_3] \sin[x_3] + 2.481 \cos[x_4] \sin[x_3] + 49.642 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\ & 3.647 \cos[x_6] \sin[x_3] + 269.690 \sin[x_3]^2 + 131.746 \sin[x_4] + 234.102 \sin[x_4]^2 + \\ & 1.209 \sin[x_5] + 262.102 \sin[x_5]^2 + 7.742 \sin[x_6] + 4.371 \cos[x_1] \sin[x_6] + \\ & 0.275 \cos[x_2] \sin[x_6] - 6.853 \cos[x_3] \sin[x_6] - 0.945 \cos[x_4] \sin[x_6] - 4.683 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.106 \cos[x_6] \sin[x_6] + 15.806 \sin[x_1] \sin[x_6] - 2.477 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 23.206 \sin[x_3] \sin[x_6] - 1.936 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.643 \sin[x_5] \sin[x_6] + 289.122 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

In[\*]:= (\*SNRM Modeller\*)

In[\*]:= (\*1\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 46.938 - 242.620 \cos[x_1] - 181.614 \cos[x_1]^2 + 3.932 \cos[x_2] + 19.086 \cos[x_2]^2 - 1.906 \cos[x_3] + \\
& 56.901 \cos[x_1] \cos[x_3] + 10.931 \cos[x_2] \cos[x_3] + 130.340 \cos[x_3]^2 + 25.333 \cos[x_4] + \\
& 1.214 \cos[x_2] \cos[x_4] + 67.070 \cos[x_4]^2 - 86.315 \cos[x_5] + 17.427 \cos[x_5]^2 + 1.497 \cos[x_6] + \\
& 24.729 \cos[x_6]^2 - 778.020 \sin[x_1] + 182.070 \cos[x_1] \sin[x_1] - 16.289 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\
& 118.087 \cos[x_3] \sin[x_1] - 11.930 \cos[x_4] \sin[x_1] + 59.378 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\
& 2.733 \cos[x_6] \sin[x_1] + 213.996 \sin[x_1]^2 + 19.481 \sin[x_2]^2 + 495.563 \sin[x_3] + \\
& 59.074 \cos[x_1] \sin[x_3] + 11.352 \cos[x_2] \sin[x_3] - 127.724 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\
& 12.445 \cos[x_4] \sin[x_3] + 27.512 \cos[x_5] \sin[x_3] - 4.391 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\
& 87.078 \sin[x_3]^2 + 151.322 \sin[x_4] - 12.451 \sin[x_4]^2 + 1.130 \sin[x_5] + \\
& 19.975 \sin[x_5]^2 + 34.947 \sin[x_6] + 1.867 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.949 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.206 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.978 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.805 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.188 \cos[x_6] \sin[x_6] + 3.035 \sin[x_1] \sin[x_6] - 13.289 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 15.055 \sin[x_3] \sin[x_6] - 11.072 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.212 \sin[x_5] \sin[x_6] + 24.626 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*2\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 88.622 - 271.092 \cos[x_1] - 177.968 \cos[x_1]^2 + 8.121 \cos[x_2] + 49.910 \cos[x_2]^2 + \\
& 37.755 \cos[x_3] + 38.462 \cos[x_1] \cos[x_3] + 6.441 \cos[x_2] \cos[x_3] + 115.175 \cos[x_3]^2 + \\
& 20.526 \cos[x_4] + 0.817 \cos[x_2] \cos[x_4] + 82.785 \cos[x_4]^2 - 64.130 \cos[x_5] + \\
& 53.765 \cos[x_5]^2 + 1.751 \cos[x_6] + 45.555 \cos[x_6]^2 - 913.188 \sin[x_1] + \\
& 244.014 \cos[x_1] \sin[x_1] - 7.250 \cos[x_2] \sin[x_1] + 94.997 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 9.984 \cos[x_4] \sin[x_1] + 46.269 \cos[x_5] \sin[x_1] + 3.227 \cos[x_6] \sin[x_1] + 265.712 \sin[x_1]^2 + \\
& 49.385 \sin[x_2]^2 + 401.772 \sin[x_3] + 27.128 \cos[x_1] \sin[x_3] - 0.301 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 133.156 \cos[x_3] \sin[x_3] - 9.053 \cos[x_4] \sin[x_3] + 28.583 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 5.141 \cos[x_6] \sin[x_3] - 33.847 \sin[x_3]^2 + 124.646 \sin[x_4] + 18.119 \sin[x_4]^2 + 1.125 \sin[x_5] + \\
& 50.459 \sin[x_5]^2 + 33.842 \sin[x_6] + 0.826 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.787 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 5.850 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.315 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.367 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.248 \cos[x_6] \sin[x_6] - 1.081 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.720 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 16.712 \sin[x_3] \sin[x_6] - 4.019 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.223 \sin[x_5] \sin[x_6] + 45.356 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$

In[\*]:= (\*3\*)

Out[\*]:=NumberForm=

$$\begin{aligned}
& 58.189 - 234.985 \cos[x_1] - 164.841 \cos[x_1]^2 - 0.493 \cos[x_2] + 35.030 \cos[x_2]^2 + \\
& 19.987 \cos[x_3] + 42.495 \cos[x_1] \cos[x_3] + 8.681 \cos[x_2] \cos[x_3] + 103.921 \cos[x_3]^2 + \\
& 23.634 \cos[x_4] + 1.732 \cos[x_2] \cos[x_4] + 63.140 \cos[x_4]^2 - 93.478 \cos[x_5] + \\
& 27.716 \cos[x_5]^2 + 3.091 \cos[x_6] + 29.824 \cos[x_6]^2 - 740.689 \sin[x_1] + \\
& 199.648 \cos[x_1] \sin[x_1] - 8.005 \cos[x_2] \sin[x_1] + 102.739 \cos[x_3] \sin[x_1] - \\
& 9.448 \cos[x_4] \sin[x_1] + 63.903 \cos[x_5] \sin[x_1] + 1.512 \cos[x_6] \sin[x_1] + 209.339 \sin[x_1]^2 + \\
& 35.045 \sin[x_2]^2 + 361.410 \sin[x_3] + 36.039 \cos[x_1] \sin[x_3] + 8.414 \cos[x_2] \sin[x_3] - \\
& 122.929 \cos[x_3] \sin[x_3] - 12.678 \cos[x_4] \sin[x_3] + 28.829 \cos[x_5] \sin[x_3] - \\
& 4.894 \cos[x_6] \sin[x_3] - 25.783 \sin[x_3]^2 + 146.207 \sin[x_4] - 12.277 \sin[x_4]^2 + 1.190 \sin[x_5] + \\
& 31.351 \sin[x_5]^2 + 43.501 \sin[x_6] - 0.221 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.324 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\
& 6.978 \cos[x_3] \sin[x_6] - 1.834 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.727 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\
& 0.225 \cos[x_6] \sin[x_6] - 5.808 \sin[x_1] \sin[x_6] - 11.057 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\
& 20.032 \sin[x_3] \sin[x_6] - 6.407 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.034 \sin[x_5] \sin[x_6] + 29.599 \sin[x_6]^2
\end{aligned}$$



In[\*]:= (\*4\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned} & 93.258 - 310.805 \cos[x_1] - 196.282 \cos[x_1]^2 - 28.141 \cos[x_2] + 55.323 \cos[x_2]^2 - 13.894 \cos[x_3] + \\ & 50.601 \cos[x_1] \cos[x_3] + 17.002 \cos[x_2] \cos[x_3] + 129.196 \cos[x_3]^2 + 29.912 \cos[x_4] + \\ & 2.225 \cos[x_2] \cos[x_4] + 97.166 \cos[x_4]^2 - 78.161 \cos[x_5] + 56.089 \cos[x_5]^2 + 2.668 \cos[x_6] + \\ & 62.086 \cos[x_6]^2 - 977.280 \sin[x_1] + 264.948 \cos[x_1] \sin[x_1] - 5.296 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\ & 123.690 \cos[x_3] \sin[x_1] - 15.214 \cos[x_4] \sin[x_1] + 56.189 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\ & 2.255 \cos[x_6] \sin[x_1] + 276.832 \sin[x_1]^2 + 54.932 \sin[x_2]^2 + 391.349 \sin[x_3] + \\ & 42.978 \cos[x_1] \sin[x_3] + 32.656 \cos[x_2] \sin[x_3] - 115.398 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\ & 13.677 \cos[x_4] \sin[x_3] + 30.119 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.154 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\ & 25.632 \sin[x_3]^2 + 144.871 \sin[x_4] + 22.157 \sin[x_4]^2 + 1.012 \sin[x_5] + \\ & 54.523 \sin[x_5]^2 + 38.669 \sin[x_6] + 0.970 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.722 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\ & 5.643 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.205 \cos[x_4] \sin[x_6] - 1.572 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.278 \cos[x_6] \sin[x_6] - 0.969 \sin[x_1] \sin[x_6] - 12.835 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 16.658 \sin[x_3] \sin[x_6] - 9.222 \sin[x_4] \sin[x_6] + 0.225 \sin[x_5] \sin[x_6] + 61.894 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

In[\*]:= (\*5\*)

Out[\*]//NumberForm=

$$\begin{aligned} & 53.756 - 262.784 \cos[x_1] - 194.484 \cos[x_1]^2 - 4.026 \cos[x_2] + 25.986 \cos[x_2]^2 + 31.525 \cos[x_3] + \\ & 49.218 \cos[x_1] \cos[x_3] + 11.185 \cos[x_2] \cos[x_3] + 116.966 \cos[x_3]^2 + 23.837 \cos[x_4] + \\ & 0.101 \cos[x_2] \cos[x_4] + 77.493 \cos[x_4]^2 - 88.388 \cos[x_5] + 27.970 \cos[x_5]^2 + 3.157 \cos[x_6] + \\ & 36.819 \cos[x_6]^2 - 859.538 \sin[x_1] + 226.093 \cos[x_1] \sin[x_1] - 8.603 \cos[x_2] \sin[x_1] + \\ & 126.042 \cos[x_3] \sin[x_1] - 11.088 \cos[x_4] \sin[x_1] + 62.782 \cos[x_5] \sin[x_1] + \\ & 2.570 \cos[x_6] \sin[x_1] + 232.800 \sin[x_1]^2 + 26.079 \sin[x_2]^2 + 489.320 \sin[x_3] + \\ & 36.017 \cos[x_1] \sin[x_3] + 12.535 \cos[x_2] \sin[x_3] - 159.473 \cos[x_3] \sin[x_3] - \\ & 11.403 \cos[x_4] \sin[x_3] + 29.187 \cos[x_5] \sin[x_3] - 5.977 \cos[x_6] \sin[x_3] - \\ & 72.486 \sin[x_3]^2 + 169.964 \sin[x_4] - 11.066 \sin[x_4]^2 + 1.086 \sin[x_5] + \\ & 29.309 \sin[x_5]^2 + 43.634 \sin[x_6] + 0.656 \cos[x_1] \sin[x_6] - 0.866 \cos[x_2] \sin[x_6] - \\ & 5.966 \cos[x_3] \sin[x_6] - 2.156 \cos[x_4] \sin[x_6] - 0.528 \cos[x_5] \sin[x_6] - \\ & 0.260 \cos[x_6] \sin[x_6] - 2.770 \sin[x_1] \sin[x_6] - 13.291 \sin[x_2] \sin[x_6] - \\ & 17.186 \sin[x_3] \sin[x_6] - 10.314 \sin[x_4] \sin[x_6] - 0.166 \sin[x_5] \sin[x_6] + 36.657 \sin[x_6]^2 \end{aligned}$$

# Bölüm 8

(\*Tablo A.31:

Doğal frekans aralığı çıktısını modellemek için önerilen matematiksel modeller---  
Tablo 8.5'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*SON\*)

$$\ln[f_0] := \text{SON} = -0.0418694 x_1^2 - 0.0379109 x_1 x_2 - 0.0127177 x_1 x_3 - 0.00132491 x_1 x_4 - 0.0109363 x_1 x_5 + \\ 6.15363 x_1 - 0.00695212 x_2^2 - 0.00353891 x_2 x_3 - 0.000719938 x_2 x_4 - 0.0174869 x_2 x_5 + \\ 2.52115 x_2 + 0.000479553 x_3^2 + 0.000742398 x_3 x_4 - 0.00120618 x_3 x_5 + 0.660331 x_3 + \\ 0.00179019 x_4^2 - 0.038216 x_4 x_5 - 0.0378256 x_4 - 10.9735 x_5^2 + 54.1622 x_5 + 317.918;$$

(\*SONR\*)

$$\ln[f_0] := \text{SONR} = (179.174 x_1^2 + 32.0567 x_1 x_2 - 1.76239 x_1 x_3 - 1.84316 x_1 x_4 - \\ 171.291 x_1 x_5 - 19.543.1 x_1 + 46.6488 x_2^2 - 41.0781 x_2 x_3 - 1.55866 x_2 x_4 - \\ 421.703 x_2 x_5 - 978.882 x_2 - 24.4545 x_3^2 - 43.6841 x_3 x_4 + 1006.96 x_3 x_5 + 4701.15 x_3 + \\ 16.9695 x_4^2 + 1317.61 x_4 x_5 - 2245.31 x_4 - 60.762.8 x_5^2 + 261.554. x_5 + 1.45603 \times 10^6) / \\ (0.634801 x_1^2 + 0.366667 x_1 x_2 + 0.102514 x_1 x_3 + 0.0140228 x_1 x_4 - 0.470294 x_1 x_5 - \\ 83.0299 x_1 + 0.155831 x_2^2 - 0.0349425 x_2 x_3 + 0.0138589 x_2 x_4 - 0.949508 x_2 x_5 - \\ 24.4668 x_2 - 0.0430634 x_3^2 - 0.0725062 x_3 x_4 + 1.86008 x_3 x_5 + 0.999806 x_3 + \\ 0.0246568 x_4^2 + 2.60215 x_4 x_5 - 5.67045 x_4 - 54.1404 x_5^2 + 229.483 x_5 + 4477.05);$$

(\*TON\*)

$$\ln[f_0] := \text{TON} = -0.000404502 x_1^3 - 0.000250232 x_1^2 x_2 - 0.0000890122 x_1^2 x_3 + 0.0000831404 x_1^2 x_4 + 0.00653114 x_1^2 x_5 + \\ 0.00648563 x_1^2 + 0.000048935 x_1 x_2^2 - 0.000149523 x_1 x_2 x_3 + 0.000197701 x_1 x_2 x_4 + \\ 0.00957572 x_1 x_2 x_5 - 0.0298132 x_1 x_2 + 0.0000768682 x_1 x_3^2 + 0.0000269734 x_1 x_3 x_4 + 0.006965 x_1 x_3 x_5 - \\ 0.0140711 x_1 x_3 + 0.000272482 x_1 x_4^2 + 0.00663502 x_1 x_4 x_5 - 0.0540915 x_1 x_4 + 0.150768 x_1 x_5^2 - \\ 2.24381 x_1 x_5 + 6.87297 x_1 - 0.0000166565 x_2^3 + 0.00007294 x_2^2 x_3 - 0.000187604 x_2^2 x_4 - \\ 0.00238227 x_2^2 x_5 + 0.00377455 x_2^2 - 0.0000909671 x_2 x_3^2 - 0.000246194 x_2 x_3 x_4 - 0.010339 x_2 x_3 x_5 + \\ 0.0383794 x_2 x_3 + 0.000082483 x_2 x_4^2 - 0.000927458 x_2 x_4 x_5 + 0.00487426 x_2 x_4 + 0.0597587 x_2 x_5^2 - \\ 0.0792058 x_2 x_5 + 1.10944 x_2 + 0.0000300144 x_3^3 - 0.000128413 x_3^2 x_4 - 0.0056586 x_3^2 x_5 + \\ 0.000473396 x_3^2 - 0.0000351938 x_3 x_4^2 + 0.00176217 x_3 x_4 x_5 + 0.0149382 x_3 x_4 + 0.0159276 x_3 x_5^2 + \\ 0.460582 x_3 x_5 - 0.270421 x_3 - 0.000107692 x_4^3 - 0.00621192 x_4^2 x_5 + 0.00170474 x_4^2 + \\ 0.154088 x_4 x_5^2 - 0.483072 x_4 x_5 + 1.88864 x_4 + 5.5211 x_5^3 - 64.5026 x_5^2 + 214.212 x_5 + 242.098;$$

(\*FOTN\*)

$$\text{FOTN} = 149.504 \sin(x_1) + 91.3208 \cos(x_1) + 26.9389 \sin(x_2) + 18.6041 \cos(x_2) + 2.49409 \sin(x_3) - \\ 3.4727 \cos(x_3) + 2.84445 \sin(x_4) + 9.57027 \cos(x_4) + 19.003 \sin(x_5) - 28.7334 \cos(x_5) + 350.983;$$

(\*FOTNR\*)

$$\ln[f_{\circ}] := \text{FOTNR} = (2744.61 \sin(x_1) + 1592.82 \cos(x_1) - 3.95231 \sin(x_2) + 24.6611 \cos(x_2) - 17.456 \sin(x_3) + \\ 2.95951 \cos(x_3) + 24.7127 \sin(x_4) + 11.738 \cos(x_4) + 3.52148 \sin(x_5) - 9.73771 \cos(x_5) - 1679.18) / \\ (4.88574 \sin(x_1) + 2.80258 \cos(x_1) + 0.0083006 \sin(x_2) + 0.0270827 \cos(x_2) - 0.0427886 \sin(x_3) - 0.0102948 \\ \cos(x_3) + 0.0435043 \sin(x_4) + 0.0180178 \cos(x_4) + 0.00513953 \sin(x_5) - 0.0191834 \cos(x_5) - 2.96784);$$

(\*SOTN\*)

$$\ln[f_{\circ}] := \text{SOTN} = 118.075 \sin(x_1) \sin(x_2) - 8.57883 \cos(x_1) \cos(x_2) + 146.491 \cos(x_1) \sin(x_2) + 149.881 \sin(x_1) \cos(x_2) - \\ 10.9097 \sin(x_1) \sin(x_3) - 27.0236 \cos(x_1) \cos(x_3) + 12.505 \cos(x_1) \sin(x_3) + 24.0472 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ 10.7671 \sin(x_1) \sin(x_4) - 14.5021 \cos(x_1) \cos(x_4) - 10.3808 \cos(x_1) \sin(x_4) - 3.61454 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ 28.3213 \sin(x_1) \sin(x_5) + 6.14044 \cos(x_1) \cos(x_5) + 19.1797 \cos(x_1) \sin(x_5) + 7.31262 \sin(x_1) \cos(x_5) + \\ 22.2625 \sin^2(x_1) + 82.7692 \sin(x_1) + 26.4783 \cos^2(x_1) + 63.5203 \cos(x_1) - 39.0814 \sin(x_1) \cos(x_1) + \\ 38.4637 \sin(x_2) \sin(x_3) + 10.3081 \cos(x_2) \cos(x_3) + 38.3244 \sin(x_2) \cos(x_3) + 25.3963 \cos(x_2) \sin(x_3) + \\ 4.50543 \sin(x_2) \sin(x_4) - 2.06009 \cos(x_2) \cos(x_4) - 7.56106 \sin(x_2) \cos(x_4) - 0.375977 \cos(x_2) \sin(x_4) - \\ 0.560657 \sin(x_2) \sin(x_5) - 0.740198 \cos(x_2) \cos(x_5) - 4.33747 \sin(x_2) \cos(x_5) - 1.85291 \cos(x_2) \sin(x_5) + \\ 8.20429 \sin^2(x_2) + 3.80265 \sin(x_2) + 33.1046 \cos^2(x_2) + 18.2553 \cos(x_2) - 115.953 \sin(x_2) \cos(x_2) + \\ 21.6014 \sin(x_3) \sin(x_4) + 3.32196 \cos(x_3) \cos(x_4) + 20.3564 \sin(x_3) \cos(x_4) - 1.33796 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ 6.92061 \sin(x_3) \sin(x_5) + 5.35687 \cos(x_3) \cos(x_5) - 3.7441 \sin(x_3) \cos(x_5) + 0.891637 \cos(x_3) \sin(x_5) + \\ 18.2122 \sin^2(x_3) + 101.147 \sin(x_3) + 24.7606 \cos^2(x_3) + 99.5018 \cos(x_3) - 143.278 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ 6.40776 \sin(x_4) \sin(x_5) - 1.2349 \cos(x_4) \cos(x_5) - 4.5544 \sin(x_4) \cos(x_5) + 11.1808 \cos(x_4) \sin(x_5) + \\ 0.838281 \sin^2(x_4) + 31.6113 \sin(x_4) - 8.68523 \cos^2(x_4) + 41.255 \cos(x_4) - 50.655 \sin(x_4) \cos(x_4) + \\ 13.9942 \sin^2(x_5) - 8.87075 \sin(x_5) + 6.93408 \cos^2(x_5) - 23.6028 \cos(x_5) + 13.9655 \sin(x_5) \cos(x_5) + 87.7048;$$

(\*BESSELJ\*)

$$\ln[f_{\circ}] := \text{BESSELJ} = 3150.84 J_1(x_1) J_0(x_2) + 17000.1 J_1(x_1) J_3(x_3) + 96.6818 J_1(x_1) J_0(x_4) + \\ 4051.01 J_1(x_1) J_6(x_5) - 58842.3 J_1(x_1)^2 + 4021.84 J_1(x_1) - 621.261 J_0(x_2) J_3(x_3) - \\ 6.53599 J_0(x_2) J_0(x_4) + 48.1768 J_0(x_2) J_6(x_5) - 173.658 J_0(x_2)^2 + 43.812 J_0(x_2) + \\ 410.382 J_3(x_3) J_0(x_4) + 7265.79 J_3(x_3) J_6(x_5) - 2710.18 J_3(x_3)^2 - 785.22 J_3(x_3) + \\ 673.609 J_0(x_4) J_6(x_5) - 77.5835 J_0(x_4)^2 + 95.3576 J_0(x_4) - 72128. J_6(x_5)^2 + 3497.48 J_6(x_5) + 475.981;$$

(\*HYBRID\*)

$$\begin{aligned}
\text{HM} = & 0.0484221 x_1^2 - 0.230104 x_1 x_2 + 2.11204 x_1 \sin(x_2) + 3.05742 x_2 \sin(x_1) + 157.665 \sin(x_1) \sin(x_2) - \\
& 3.19845 x_1 \cos(x_2) - 5.26771 x_2 \cos(x_1) + 77.8708 \cos(x_1) \cos(x_2) + 98.3701 \sin(x_1) \cos(x_2) + \\
& 97.8725 \cos(x_1) \sin(x_2) - 0.0977908 x_1 x_3 + 1.6217 x_1 \sin(x_3) + 0.906943 x_3 \sin(x_1) + 3.48318 \sin(x_1) \sin(x_3) - \\
& 2.19196 x_1 \cos(x_3) - 1.31724 x_3 \cos(x_1) + 19.0801 \cos(x_1) \cos(x_3) + 5.3593 \sin(x_1) \cos(x_3) + \\
& 6.39743 \cos(x_1) \sin(x_3) - 0.1848 x_1 x_4 + 4.03355 x_1 \sin(x_4) + 1.36452 x_4 \sin(x_1) - 4.01124 \sin(x_1) \sin(x_4) - \\
& 5.67721 x_1 \cos(x_4) - 2.09262 x_4 \cos(x_1) + 15.9605 \cos(x_1) \cos(x_4) - 1.91224 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\
& 1.21752 \cos(x_1) \sin(x_4) + 0.0511367 x_1 x_5 - 0.00487597 x_1 \sin(x_5) + 37.5693 x_5 \sin(x_1) + \\
& 61.2767 \sin(x_1) \sin(x_5) + 0.239913 x_1 \cos(x_5) + 20.0214 x_5 \cos(x_1) + 44.0608 \cos(x_1) \cos(x_5) + \\
& 61.5316 \sin(x_1) \cos(x_5) + 35.4178 \cos(x_1) \sin(x_5) + 7.37601 x_1 - 0.683867 \sin^2(x_1) + 3.78 x_1 \sin(x_1) - \\
& 1.77429 \sin(x_1) + 4.94709 \cos^2(x_1) + 1.66405 x_1 \cos(x_1) + 17.1523 \cos(x_1) - 0.375357 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\
& 0.0437802 x_2^2 - 0.238137 x_2 x_3 + 3.36106 x_3 \sin(x_2) + 3.46743 x_2 \sin(x_3) + 43.665 \sin(x_2) \sin(x_3) - \\
& 4.76196 x_3 \cos(x_2) - 5.44131 x_2 \cos(x_3) + 31.465 \cos(x_2) \cos(x_3) + 37.102 \sin(x_2) \cos(x_3) + \\
& 28.4824 \cos(x_2) \sin(x_3) - 0.113069 x_2 x_4 + 2.22817 x_4 \sin(x_2) + 1.23909 x_2 \sin(x_4) + 2.08708 \sin(x_2) \sin(x_4) - \\
& 3.1064 x_4 \cos(x_2) - 1.65768 x_2 \cos(x_4) + 16.7956 \cos(x_2) \cos(x_4) + 0.395497 \sin(x_2) \cos(x_4) + \\
& 2.72461 \cos(x_2) \sin(x_4) - 0.0665936 x_2 x_5 + 3.98629 x_5 \sin(x_2) - 0.0594785 x_2 \sin(x_5) + \\
& 2.59475 \sin(x_2) \sin(x_5) + 1.98955 x_5 \cos(x_2) + 0.048775 x_2 \cos(x_5) + 12.2809 \cos(x_2) \cos(x_5) + \\
& 5.38062 \sin(x_2) \cos(x_5) - 2.29107 \cos(x_2) \sin(x_5) + 10.0031 x_2 + 0.676809 \sin^2(x_2) + 8.26809 x_2 \sin(x_2) - \\
& 2.31882 \sin(x_2) + 2.75955 \cos^2(x_2) - 4.08508 x_2 \cos(x_2) + 14.9008 \cos(x_2) + 0.944184 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\
& 0.0159531 x_3^2 - 0.195846 x_3 x_4 + 3.13639 x_4 \sin(x_3) + 2.70289 x_3 \sin(x_4) + 19.8786 \sin(x_3) \sin(x_4) - \\
& 4.90034 x_4 \cos(x_3) - 3.4378 x_3 \cos(x_4) + 24.0983 \cos(x_3) \cos(x_4) + 16.2377 \sin(x_3) \cos(x_4) + \\
& 17.0746 \cos(x_3) \sin(x_4) + 0.124594 x_3 x_5 - 8.101 x_5 \sin(x_3) + 0.244086 x_3 \sin(x_5) - 3.22584 \sin(x_3) \sin(x_5) - \\
& 4.87099 x_5 \cos(x_3) + 0.104137 x_3 \cos(x_5) - 10.075 \cos(x_3) \cos(x_5) - 19.3075 \sin(x_3) \cos(x_5) + \\
& 3.24714 \cos(x_3) \sin(x_5) + 6.92015 x_3 + 1.62556 \sin^2(x_3) + 5.42784 x_3 \sin(x_3) - 1.24957 \sin(x_3) + \\
& 3.98734 \cos^2(x_3) - 1.4852 x_3 \cos(x_3) + 16.5756 \cos(x_3) + 1.4324 \sin(x_3) \cos(x_3) + 0.0244998 x_4^2 - \\
& 0.042066 x_4 x_5 + 19.8468 x_5 \sin(x_4) - 0.276828 x_4 \sin(x_5) + 23.0981 \sin(x_4) \sin(x_5) + 13.0217 x_5 \cos(x_4) + \\
& 0.049634 x_4 \cos(x_5) + 25.1185 \cos(x_4) \cos(x_5) + 22.4141 \sin(x_4) \cos(x_5) + 9.2063 \cos(x_4) \sin(x_5) + \\
& 3.78623 x_4 + 3.79226 \sin^2(x_4) + 5.7143 x_4 \sin(x_4) + 1.13225 \sin(x_4) + 3.5538 \cos^2(x_4) - 0.212512 x_4 \cos(x_4) + \\
& 15.2192 \cos(x_4) + 0.251539 \sin(x_4) \cos(x_4) + 1.42024 x_5^2 + 1.02293 x_5 - 1.969 \sin^2(x_5) + 10.0043 x_5 \sin(x_5) + \\
& 0.644124 \sin(x_5) + 3.516 \cos^2(x_5) - 23.3744 x_5 \cos(x_5) + 6.79139 \cos(x_5) - 7.38167 \sin(x_5) \cos(x_5) + 3.8471;
\end{aligned}$$

# Bölüm 9

(\*Tablo A.32:FFD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller---Tablo 9.3'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$\ln[f_o] := L = 2.8496 x_1 + 2.91635 x_2 + 2.81214 x_3 + 2.92952 x_4 + 784.041;$$

(\*LR\*)

$$\ln[f_o] := LR = \frac{537.832 x_1 + 394.419 x_2 + 490.701 x_3 + 451.788 x_4 + 54.193.}{0.188599 x_1 + 0.0664453 x_2 + 0.153146 x_3 + 0.111684 x_4 + 81.8179};$$

(\*SON\*)

$$\ln[f_o] := SON = 0.0659605 x_1^2 - 0.0238031 x_1 x_2 - 0.0233561 x_1 x_3 - 0.0214101 x_1 x_4 + 0.0475433 x_1 + 0.0677409 x_2^2 - 0.0240302 x_2 x_3 - 0.023447 x_2 x_4 - 0.0229136 x_2 + 0.0669032 x_3^2 - 0.0237751 x_3 x_4 + 0.0209458 x_3 + 0.0670618 x_4^2 - 0.0976322 x_4 + 770.22;$$

(\*SONR\*)

$$\ln[f_o] := SONR = (473.043 x_1^2 + 665.455 x_1 x_2 + 690.867 x_1 x_3 + 932.628 x_1 x_4 - 40.693.6 x_1 + 229.283 x_2^2 + 547.991 x_2 x_3 + 652.623 x_2 x_4 - 20.884. x_2 + 306.979 x_3^2 + 633.446 x_3 x_4 - 25.235.3 x_3 + 563.349 x_4^2 - 44.634.8 x_4 - 2223.35) / (0.352134 x_1^2 + 0.498436 x_1 x_2 + 0.516191 x_1 x_3 + 0.706769 x_1 x_4 - 30.1423 x_1 + 0.176812 x_2^2 + 0.426458 x_2 x_3 + 0.497592 x_2 x_4 - 16.1052 x_2 + 0.237085 x_3^2 + 0.470722 x_3 x_4 - 19.3107 x_3 + 0.436463 x_4^2 - 34.4024 x_4 - 2.86592);$$

(\*TON\*)

$$\ln[f_o] := TON = -0.000667089 x_1^3 + 0.0000372361 x_1^2 x_2 + 0.0000478081 x_1^2 x_3 + 0.0000243818 x_1^2 x_4 + 0.15091 x_1^2 + 0.0000630569 x_1 x_2^2 - 0.0000850818 x_1 x_2 x_3 - 0.0000786581 x_1 x_2 x_4 - 0.0249615 x_1 x_2 + 0.0000365121 x_1 x_3^2 - 0.0000698035 x_1 x_3 x_4 - 0.0240607 x_1 x_3 + 0.0000287276 x_1 x_4^2 - 0.020364 x_1 x_4 - 2.74678 x_1 - 0.000649226 x_2^3 + 0.0000381678 x_2^2 x_3 + 0.0000683315 x_2^2 x_4 + 0.14726 x_2^2 + 0.0000327375 x_2 x_3^2 - 0.0000631168 x_2 x_3 x_4 - 0.0234297 x_2 x_3 + 0.0000452957 x_2 x_4^2 - 0.0270435 x_2 x_4 - 2.4869 x_2 - 0.000669827 x_3^3 + 0.0000727497 x_3^2 x_4 + 0.150044 x_3^2 + 0.0000271207 x_3 x_4^2 - 0.0269203 x_3 x_4 - 2.52924 x_3 - 0.00067689 x_4^3 + 0.153684 x_4^2 - 2.82566 x_4 + 805.635;$$

(\*TONR\*)

TONR =

$$\begin{aligned} & (-7569.53 + 278.917 \cdot x_1 - 6.63071 \cdot x_1^2 + 0.0842038 \cdot x_1^3 + 289.119 \cdot x_2 - 0.114051 \cdot x_1 x_2 + 0.00371097 \cdot x_1^2 x_2 - \\ & 6.74546 \cdot x_2^2 - 0.0062751 \cdot x_1 x_2^2 + 0.0898434 \cdot x_2^3 + 279.555 \cdot x_3 + 0.151883 \cdot x_1 x_3 - 0.00250055 \cdot x_1^2 x_3 - \\ & 0.084848 \cdot x_2 x_3 - 0.00818415 \cdot x_1 x_2 x_3 + 0.00116624 \cdot x_2^2 x_3 - 6.58921 \cdot x_3^2 - \\ & 0.00455424 \cdot x_1 x_3^2 + 0.000706366 \cdot x_2 x_3^2 + 0.0880142 \cdot x_3^3 + 307.457 \cdot x_4 - 0.0966578 \cdot x_1 x_4 + \\ & 0.00483134 \cdot x_1^2 x_4 - 0.340043 \cdot x_2 x_4 - 0.0104066 \cdot x_1 x_2 x_4 + 0.00172169 \cdot x_2^2 x_4 + \\ & 0.0613931 \cdot x_3 x_4 - 0.0063888 \cdot x_1 x_3 x_4 - 0.0162241 \cdot x_2 x_3 x_4 + 0.000922097 \cdot x_3^2 x_4 - \\ & 7.1509 \cdot x_4^2 - 0.00267128 \cdot x_1 x_4^2 - 0.00298757 \cdot x_2 x_4^2 - 0.00584524 \cdot x_3 x_4^2 + 0.0919878 \cdot x_4^3) / \\ & (-9.57655 + 0.318789 \cdot x_1 - 0.0056927 \cdot x_1^2 + 0.0000649325 \cdot x_1^3 + 0.329745 \cdot x_2 - 0.00032029 \cdot x_1 x_2 - \\ & 5.33739 \cdot x_2^2 - 0.00566113 \cdot x_1 x_2^2 - 0.0000126079 \cdot x_1^2 x_2^2 + 0.0000676779 \cdot x_2^3 + 0.320447 \cdot x_3 - \\ & 0.000125669 \cdot x_1 x_3 - 0.0000101961 \cdot x_1^2 x_3 - 0.00029349 \cdot x_2 x_3 + 9.83623 \cdot x_1 x_2 x_3 - \\ & 7.46596 \cdot x_3^2 - 0.00552633 \cdot x_1 x_3^2 - 0.0000105025 \cdot x_1^2 x_3^2 - 7.89197 \cdot x_2 x_3^2 + \\ & 0.0000661927 \cdot x_3^3 + 0.354409 \cdot x_4 - 0.000249231 \cdot x_1 x_4 - 5.03427 \cdot x_2 x_4 - 0.000636817 \cdot x_1^2 x_4 - \\ & 0.000636817 \cdot x_2 x_4 + 8.494849999999999 \cdot x_1 x_2 x_4 - 6.67156 \cdot x_2^2 x_4 - 0.00023257 \cdot x_3 x_4 + \\ & 0.0000104701 \cdot x_1 x_3 x_4 + 5.014789999999999 \cdot x_2 x_3 x_4 - 7.41974 \cdot x_3^2 x_4 - 0.0062506 \cdot x_4^2 - \\ & 9.940609999999998 \cdot x_1 x_4^2 - 9.0828 \cdot x_2 x_4^2 - 0.0000119214 \cdot x_3 x_4^2 + 0.0000709892 \cdot x_4^3); \end{aligned}$$

(\*FOTN\*)

$$\ln[ \circ ] := \text{FOTN} = 31.5631 \sin(x_1) - 74.6143 \cos(x_1) + 39.0651 \sin(x_2) - 53.2335 \cos(x_2) + \\ 28.7416 \sin(x_3) - 51.7785 \cos(x_3) + 33.6597 \sin(x_4) - 62.7918 \cos(x_4) + 1304.5;$$

(\*FOTNR\*)

$$\ln[ \circ ] := \text{FOTNR} = (1378.58 \sin(x_1) + 1546.53 \cos(x_1) + 1359.9 \sin(x_2) + 1552.7 \cos(x_2) + \\ 1376.98 \sin(x_3) + 1548.75 \cos(x_3) + 1047.52 \sin(x_4) + 1647.77 \cos(x_4) + 920.833) / \\ (1.04153 \sin(x_1) + 1.19184 \cos(x_1) + 1.02861 \sin(x_2) + 1.19515 \cos(x_2) + 1.04029 \sin(x_3) + \\ 1.19237 \cos(x_3) + 0.793088 \sin(x_4) + 1.27206 \cos(x_4) + 0.716988);$$

(\*SOTN\*)

$$\ln[ \circ ] := \text{SOTN} = 1.09343 \sin(x_1) \sin(x_2) - 7.37557 \cos(x_1) \cos(x_2) + 4.67355 \cos(x_1) \sin(x_2) + 5.24043 \sin(x_1) \cos(x_2) + \\ 1.82499 \sin(x_1) \sin(x_3) - 6.85035 \cos(x_1) \cos(x_3) + 4.74853 \cos(x_1) \sin(x_3) + 3.47443 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ 4.08693 \sin(x_1) \sin(x_4) - 5.90723 \cos(x_1) \cos(x_4) + 9.52502 \cos(x_1) \sin(x_4) + 6.44875 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ 342.659 \sin^2(x_1) - 1.48947 \sin(x_1) + 236.799 \cos^2(x_1) - 32.2678 \cos(x_1) - 280.771 \sin(x_1) \cos(x_1) + \\ 0.365213 \sin(x_2) \sin(x_3) - 4.16157 \cos(x_2) \cos(x_3) + 4.00382 \sin(x_2) \cos(x_3) - 0.691984 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\ 4.8343 \sin(x_2) \sin(x_4) - 11.5662 \cos(x_2) \cos(x_4) + 3.69343 \sin(x_2) \cos(x_4) + 6.67829 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ 343.259 \sin^2(x_2) - 1.40853 \sin(x_2) + 240.401 \cos^2(x_2) - 31.7125 \cos(x_2) - 288.609 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\ 2.6375 \sin(x_3) \sin(x_4) - 10.0159 \cos(x_3) \cos(x_4) + 3.44834 \sin(x_3) \cos(x_4) + 6.40372 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ 341.842 \sin^2(x_3) - 4.16604 \sin(x_3) + 237.765 \cos^2(x_3) - 29.5008 \cos(x_3) - 286.581 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ 344.804 \sin^2(x_4) - 2.89699 \sin(x_4) + 238.996 \cos^2(x_4) - 29.172 \cos(x_4) - 284.473 \sin(x_4) \cos(x_4) + 233.32;$$

(\*SOTNR\*)

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{SOTNR} = (-4053.81 \sin(x1) \sin(x2) - 39.451 \cos(x1) \cos(x2) + 1585.92 \cos(x1) \sin(x2) + \\
& 2093.74 \sin(x1) \cos(x2) - 3310.64 \sin(x1) \sin(x3) - 407.821 \cos(x1) \cos(x3) + 1881.78 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 1701.06 \sin(x1) \cos(x3) - 2527.12 \sin(x1) \sin(x4) - 777.725 \cos(x1) \cos(x4) + 593.268 \cos(x1) \sin(x4) + \\
& 1109.73 \sin(x1) \cos(x4) - 130\,056. \sin^2(x1) + 2566.79 \sin(x1) - 168\,884. \cos^2(x1) - \\
& 5430.86 \cos(x1) - 38\,938.2 \sin(x1) \cos(x1) - 3078.53 \sin(x2) \sin(x3) - 461.67 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 1253.43 \sin(x2) \cos(x3) + 2484.07 \cos(x2) \sin(x3) - 27.8341 \sin(x2) \sin(x4) + 455.826 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 1308.55 \sin(x2) \cos(x4) + 96.9721 \cos(x2) \sin(x4) + 332\,386. \sin^2(x2) + 2191.74 \sin(x2) + \\
& 291\,767. \cos^2(x2) - 4388.98 \cos(x2) - 34\,635.8 \sin(x2) \cos(x2) - 2416.37 \sin(x3) \sin(x4) + \\
& 603.53 \cos(x3) \cos(x4) + 1224.4 \sin(x3) \cos(x4) + 1628.06 \cos(x3) \sin(x4) + 120\,774. \sin^2(x3) + \\
& 2409.87 \sin(x3) + 80\,614.8 \cos^2(x3) - 4414.11 \cos(x3) - 34\,903.2 \sin(x3) \cos(x3) + 27\,725.9 \sin^2(x4) + \\
& 2222.84 \sin(x4) - 12\,198.4 \cos^2(x4) - 4530.37 \cos(x4) - 33\,799.2 \sin(x4) \cos(x4) - 134\,515.) / \\
& (-2.84955 \sin(x1) \sin(x2) + 0.358408 \cos(x1) \cos(x2) + 1.13942 \cos(x1) \sin(x2) + 1.36465 \sin(x1) \cos(x2) - \\
& 2.34509 \sin(x1) \sin(x3) + 0.00515941 \cos(x1) \cos(x3) + 1.37415 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 1.22731 \sin(x1) \cos(x3) - 1.6927 \sin(x1) \sin(x4) - 0.642884 \cos(x1) \cos(x4) + 0.121594 \cos(x1) \sin(x4) + \\
& 0.725779 \sin(x1) \cos(x4) - 90.4148 \sin^2(x1) + 2.07223 \sin(x1) - 113.257 \cos^2(x1) - \\
& 1.52869 \cos(x1) - 8.00859 \sin(x1) \cos(x1) - 2.20618 \sin(x2) \sin(x3) - 0.109362 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 0.857622 \sin(x2) \cos(x3) + 1.93069 \cos(x2) \sin(x3) + 0.0282477 \sin(x2) \sin(x4) + 0.602507 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 0.968859 \sin(x2) \cos(x4) - 0.00495416 \cos(x2) \sin(x4) + 55.6575 \sin^2(x2) + 1.99896 \sin(x2) + \\
& 31.1051 \cos^2(x2) - 0.681228 \cos(x2) - 4.41083 \sin(x2) \cos(x2) - 1.76428 \sin(x3) \sin(x4) + \\
& 1.02414 \cos(x3) \cos(x4) + 0.984694 \sin(x3) \cos(x4) + 1.1594 \cos(x3) \sin(x4) + 57.9921 \sin^2(x3) + \\
& 2.2849 \sin(x3) + 33.7302 \cos^2(x3) - 0.830282 \cos(x3) - 4.57768 \sin(x3) \cos(x3) - 6.18878 \sin^2(x4) + \\
& 2.02932 \sin(x4) - 30.0755 \cos^2(x4) - 0.948982 \cos(x4) - 4.0714 \sin(x4) \cos(x4) + 125.356); \\
& (*FOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{FOLN} = 20.7344 \log(x1 + 0.1) + 18.3479 \log(x2 + 0.1) + 17.9236 \log(x3 + 0.1) + 18.3864 \log(x4 + 0.1) + 1104.21; \\
& (*FOLNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{FOLNR} = (658.525 \log(x1 + 0.1) + 610.473 \log(x2 + 0.1) + 658.223 \log(x3 + 0.1) + 657.603 \log(x4 + 0.1) - 2421.94) / \\
& (0.505621 \log(x1 + 0.1) + 0.468919 \log(x2 + 0.1) + 0.505522 \log(x3 + 0.1) + 0.505059 \log(x4 + 0.1) - 1.86841); \\
& (*SOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{SOLN} = -2.35115 \log(x1 + 0.1) \log(x2 + 0.1) - 2.51003 \log(x1 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - \\
& 2.28903 \log(x1 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 31.6074 \log^2(x1 + 0.1) - 21.4188 \log(x1 + 0.1) - \\
& 2.31421 \log(x2 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - 2.50788 \log(x2 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 33.4833 \log^2(x2 + 0.1) - \\
& 24.2985 \log(x2 + 0.1) - 2.60857 \log(x3 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 32.7419 \log^2(x3 + 0.1) - \\
& 21.8903 \log(x3 + 0.1) + 33.7117 \log^2(x4 + 0.1) - 24.778 \log(x4 + 0.1) - 126.566; \\
& (*SOLNR*)
\end{aligned}$$

$\ln[f^*] :=$  SOLNR =

$$\begin{aligned} & (1206.4 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 1260.55 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 1294.73 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - \\ & 745.018 \log^2(x_1 + 0.1) - 79.3788 \log(x_1 + 0.1) + 1290.25 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + \\ & 1255.17 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 754.173 \log^2(x_2 + 0.1) + \\ & 19.824 \log(x_2 + 0.1) + 1206.27 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 772.321 \log^2(x_3 + 0.1) + \\ & 126.303 \log(x_3 + 0.1) - 719.13 \log^2(x_4 + 0.1) - 53.8599 \log(x_4 + 0.1) + 20\,003.9) / \\ & (0.878754 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 0.915035 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + \\ & 0.955078 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.705227 \log^2(x_1 + 0.1) + 0.554506 \log(x_1 + 0.1) + \\ & 0.933765 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 0.9131 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.722659 \log^2(x_2 + 0.1) + \\ & 0.709573 \log(x_2 + 0.1) + 0.87151 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.735581 \log^2(x_3 + 0.1) + \\ & 0.821515 \log(x_3 + 0.1) - 0.695857 \log^2(x_4 + 0.1) + 0.612184 \log(x_4 + 0.1) + 17.1913); \end{aligned}$$



(\*Tablo A.33:CCD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller---  
Tablo 9.4'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$L = 562.96 + 3.49214 x_1 + 3.06171 x_2 + 3.08422 x_3 + 3.37963 x_4;$$

(\*LR\*)

$$\ln[\cdot] := LR = \frac{319\,505. x_1 + 612\,370. x_2 + 608\,157. x_3 + 177\,771. x_4 - 2.93654 \times 10^6}{88.7947 x_1 + 369.238 x_2 + 361.42 x_3 - 22.8274 x_4 + 27\,714.2};$$

(\*SON\*)

$$\ln[\cdot] := SON = 0.163695 x_1^2 + 0.0250804 x_1 x_2 - 0.168816 x_1 x_3 + 0.0780883 x_1 x_4 - \\ 8.68439 x_1 + 0.141182 x_2^2 + 0.0401847 x_2 x_3 - 0.130912 x_2 x_4 - 6.15161 x_2 + \\ 0.141182 x_3^2 + 0.062984 x_3 x_4 - 6.0939 x_3 + 0.141182 x_4^2 - 10.3581 x_4 + 1257.6;$$

(\*SONR\*)

$$\ln[\cdot] := SONR = (1885.05 x_1^2 + 3885.77 x_1 x_2 + 3189.35 x_1 x_3 + \\ 1564.62 x_1 x_4 + 13.2286 x_1 + 1221.24 x_2^2 + 1643.79 x_2 x_3 - 1086.9 x_2 x_4 - 14.5205 x_2 - \\ 2340.44 x_3^2 - 3149.11 x_3 x_4 - 72.1223 x_3 - 1290.75 x_4^2 - 102.246 x_4 + 0.331437) / \\ (-4.08236 x_1^2 - 150.847 x_1 x_2 + 88.195 x_1 x_3 + 85.2069 x_1 x_4 + 47.3128 x_1 + \\ 90.0918 x_2^2 + 77.5747 x_2 x_3 - 84.3812 x_2 x_4 + 3474.53 x_2 - 119.609 x_3^2 + \\ 33.9966 x_3 x_4 - 2120.09 x_3 - 3.67361 x_4^2 - 1536.85 x_4 + 45.3441);$$

(\*TON\*)

$$\ln[\cdot] := TON = -0.00310742 x_1^3 + 0.00198676 x_1^2 x_2 + 0.00128569 x_1^2 x_3 + 0.00148489 x_1^2 x_4 + \\ 0.461596 x_1^2 + 0.00299216 x_1 x_2^2 + 0.00151795 x_1 x_2 x_3 - 0.00194432 x_1 x_2 x_4 - 0.477979 x_1 x_2 + \\ 0.0022293 x_1 x_3^2 - 0.0035362 x_1 x_3 x_4 - 0.563331 x_1 x_3 + 0.00464561 x_1 x_4^2 - 0.0580455 x_1 x_4 - \\ 2.53019 x_1 - 0.00114605 x_2^3 + 0.00189146 x_2^2 x_3 - 0.00151895 x_2^2 x_4 + 0.107417 x_2^2 + \\ 0.00168015 x_2 x_3^2 - 0.00599812 x_2 x_3 x_4 - 0.0776898 x_2 x_3 + 0.00102944 x_2 x_4^2 + 0.268592 x_2 x_4 + \\ 4.84553 x_2 - 0.00132382 x_3^3 + 0.000199055 x_3^2 x_4 + 0.0979428 x_3^2 + 0.00257778 x_3 x_4^2 + \\ 0.334995 x_3 x_4 + 6.05818 x_3 + 0.00173075 x_4^3 - 0.500919 x_4^2 - 1.56062 x_4 + 759.775;$$

(\*TONR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_{\circ}] := \text{TONR} = & (-436.197 x_1^3 - 788.758 x_1^2 x_2 + 420.89 x_1^2 x_3 + 2052.45 x_1^2 x_4 - 66.158 x_1^2 - 763.508 x_1 x_2^2 + \\ & 3605.65 x_1 x_2 x_3 + 3146.81 x_1 x_2 x_4 - 93.8154 x_1 x_2 + 2356.83 x_1 x_3^2 + 7216.33 x_1 x_3 x_4 - \\ & 42.3721 x_1 x_3 + 2982.49 x_1 x_4^2 + 101.838 x_1 x_4 + 1.50611 x_1 - 302.589 x_2^3 - 135.001 x_2^2 x_3 - \\ & 831.8 x_2^2 x_4 - 35.4704 x_2^2 + 1775.69 x_2 x_3^2 + 2563.4 x_2 x_3 x_4 - 28.3011 x_2 x_3 + 72.9887 x_2 x_4^2 + \\ & 12.4261 x_2 x_4 + 2.06252 x_2 + 361.318 x_3^3 + 1628.26 x_3^2 x_4 + 18.9532 x_3^2 + 622.363 x_3 x_4^2 + \\ & 34.5239 x_3 x_4 + 2.18257 x_3 + 193.294 x_4^3 + 27.6622 x_4^2 + 2.92601 x_4 + 0.995333) / \\ & (111.733 x_1^3 - 86.7755 x_1^2 x_2 - 221.274 x_1^2 x_3 - 202.875 x_1^2 x_4 - 1064.46 x_1^2 + 35.307 x_1 x_2^2 + \\ & 16.0502 x_1 x_2 x_3 - 9.90743 x_1 x_2 x_4 + 4467.99 x_1 x_2 + 78.8567 x_1 x_3^2 + 368.491 x_1 x_3 x_4 - \\ & 1409.58 x_1 x_3 + 207.761 x_1 x_4^2 - 683.898 x_1 x_4 + 31.6351 x_1 + 73.1522 x_2^3 - 146.509 x_2^2 x_3 - \\ & 161.295 x_2^2 x_4 - 1686.71 x_2^2 + 31.5389 x_2 x_3^2 + 146.034 x_2 x_3 x_4 - 225.183 x_2 x_3 + \\ & 127.258 x_2 x_4^2 + 499.021 x_2 x_4 + 31.2827 x_2 + 85.042 x_3^3 - 116.945 x_3^2 x_4 + 1234.06 x_3^2 - \\ & 6.44063 x_3 x_4^2 - 5378.51 x_3 x_4 + 31.0718 x_3 - 142.348 x_4^3 + 768.395 x_4^2 + 29.8975 x_4 + 1.28682); \end{aligned}$$

(\*FOTN\*)

$$\begin{aligned} \text{FOTN} = & -72.7587 \sin(x_1) + 62.6321 \cos(x_1) - 73.6938 \sin(x_2) + 64.1467 \cos(x_2) - \\ & 72.7587 \sin(x_3) + 62.6321 \cos(x_3) - 66.6573 \sin(x_4) + 52.7492 \cos(x_4) + 1139.57; \end{aligned}$$

(\*FOTNR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_{\circ}] := \text{FOTNR} = & (886.043 \sin(x_1) + 506.156 \cos(x_1) - 163.425 \sin(x_2) - 132.539 \cos(x_2) - \\ & 160.006 \sin(x_3) - 141.355 \cos(x_3) - 370.881 \sin(x_4) - 356.418 \cos(x_4) - 57.5392) / \\ & (0.754108 \sin(x_1) + 0.445757 \cos(x_1) - 0.144012 \sin(x_2) - 0.100074 \cos(x_2) - 0.139404 \sin(x_3) - \\ & 0.107532 \cos(x_3) - 0.337987 \sin(x_4) - 0.292121 \cos(x_4) - 0.037041); \end{aligned}$$

(\*SOTN\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_{\circ}] := \text{SOTN} = & 80.9809 \sin(x_1) \sin(x_2) - 120.733 \cos(x_1) \cos(x_2) - 16.3735 \cos(x_1) \sin(x_2) + 87.28 \sin(x_1) \cos(x_2) + \\ & 61.7962 \sin(x_1) \sin(x_3) - 44.6598 \cos(x_1) \cos(x_3) + 91.1827 \cos(x_1) \sin(x_3) + 91.1006 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ & 63.3258 \sin(x_1) \sin(x_4) - 156.385 \cos(x_1) \cos(x_4) - 11.893 \cos(x_1) \sin(x_4) - 64.0402 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ & 105.141 \sin^2(x_1) - 3.67287 \sin(x_1) + 262.557 \cos^2(x_1) + 34.6483 \cos(x_1) - 293.032 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ & 149.08 \sin(x_2) \sin(x_3) - 36.3376 \cos(x_2) \cos(x_3) - 12.718 \sin(x_2) \cos(x_3) + 78.293 \cos(x_2) \sin(x_3) + \\ & 119.496 \sin(x_2) \sin(x_4) - 137.077 \cos(x_2) \cos(x_4) + 12.1298 \sin(x_2) \cos(x_4) + 56.0811 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ & 436.909 \sin^2(x_2) - 88.2864 \sin(x_2) + 344.712 \cos^2(x_2) - 78.9145 \cos(x_2) - 321.28 \sin(x_2) \cos(x_2) + \\ & 180.136 \sin(x_3) \sin(x_4) - 112.075 \cos(x_3) \cos(x_4) + 97.2345 \sin(x_3) \cos(x_4) + 48.9103 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ & 96.7295 \sin^2(x_3) - 10.2973 \sin(x_3) + 223.409 \cos^2(x_3) + 11.0165 \cos(x_3) - 399.411 \sin(x_3) \cos(x_3) - \\ & 44.0008 \sin^2(x_4) + 5.92138 \sin(x_4) + 281.369 \cos^2(x_4) + 80.43 \cos(x_4) - 286.08 \sin(x_4) \cos(x_4) + 547.046; \end{aligned}$$

(\*SOTNR\*)

$\ln[f_*] :=$  SOTNR =

$$\begin{aligned} & (9.81676 \times 10^7 \cos^2(x_1) - 7.2599 \times 10^8 \cos(x_1) + 3.27021 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_1) + 8.17952 \times 10^7 \cos(x_3) \cos(x_1) + \\ & 1.39964 \times 10^8 \cos(x_4) \cos(x_1) + 1.43613 \times 10^8 \sin(x_1) \cos(x_1) + 2.2274 \times 10^8 \sin(x_2) \cos(x_1) + \\ & 3.73867 \times 10^8 \sin(x_3) \cos(x_1) + 3.37391 \times 10^8 \sin(x_4) \cos(x_1) + 9.14068 \times 10^7 + \\ & 1.39251 \times 10^6 \cos^2(x_2) - 4.32263 \times 10^7 \cos^2(x_3) - 3.08643 \times 10^7 \cos^2(x_4) - 6.76082 \times 10^6 \sin^2(x_1) + \\ & 9.00143 \times 10^7 \sin^2(x_2) + 1.34633 \times 10^8 \sin^2(x_3) + 1.22271 \times 10^8 \sin^2(x_4) - 3.78653 \times 10^8 \cos(x_2) - \\ & 1.76505 \times 10^8 \cos(x_3) - 2.84398 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_3) - 2.28983 \times 10^8 \cos(x_4) - \\ & 2.41488 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_4) - 2.14483 \times 10^8 \cos(x_3) \cos(x_4) - 7.19569 \times 10^8 \sin(x_1) - \\ & 2.10126 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_1) - 2.56342 \times 10^8 \cos(x_3) \sin(x_1) - 2.37782 \times 10^8 \cos(x_4) \sin(x_1) - \\ & 8.97526 \times 10^8 \sin(x_2) + 2.5566 \times 10^6 \cos(x_2) \sin(x_2) - 1.1103 \times 10^7 \cos(x_3) \sin(x_2) + \\ & 1.68781 \times 10^7 \cos(x_4) \sin(x_2) + 2.21524 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_2) - 1.02284 \times 10^9 \sin(x_3) + \\ & 1.86241 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_3) - 8.76351 \times 10^7 \cos(x_3) \sin(x_3) - 61\,584.3 \cos(x_4) \sin(x_3) + \\ & 2.49623 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_3) + 3.96498 \times 10^8 \sin(x_2) \sin(x_3) - 9.9151 \times 10^8 \sin(x_4) + \\ & 1.59186 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_4) - 5.50976 \times 10^7 \cos(x_3) \sin(x_4) - 6.441 \times 10^7 \cos(x_4) \sin(x_4) + \\ & 2.37251 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_4) + 3.78309 \times 10^8 \sin(x_2) \sin(x_4) + 5.10168 \times 10^8 \sin(x_3) \sin(x_4)) / \\ & (2.16087 \times 10^7 \cos^2(x_1) - 6.43454 \times 10^8 \cos(x_1) + 6.02081 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_1) + \\ & 7.89858 \times 10^7 \cos(x_3) \cos(x_1) - 3.37558 \times 10^8 \cos(x_4) \cos(x_1) - 1.19903 \times 10^8 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ & 3.52351 \times 10^8 \sin(x_2) \cos(x_1) - 3.04825 \times 10^7 \sin(x_3) \cos(x_1) + 2.28972 \times 10^8 \sin(x_4) \cos(x_1) - \\ & 1.95709 \times 10^8 + 1.2049 \times 10^7 \cos^2(x_2) + 4.61843 \times 10^6 \cos^2(x_3) - 2.71754 \times 10^7 \cos^2(x_4) - \\ & 2.17318 \times 10^8 \sin^2(x_1) - 2.07758 \times 10^8 \sin^2(x_2) - 2.00327 \times 10^8 \sin^2(x_3) - 1.68534 \times 10^8 \sin^2(x_4) - \\ & 7.3943 \times 10^8 \cos(x_2) - 6.89755 \times 10^8 \cos(x_3) - 1.67807 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_3) - 5.28341 \times 10^8 \cos(x_4) - \\ & 3.25949 \times 10^8 \cos(x_2) \cos(x_4) + 3.97196 \times 10^8 \cos(x_3) \cos(x_4) - 4.8711 \times 10^8 \sin(x_1) - \\ & 3.99898 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_1) - 1.06721 \times 10^8 \cos(x_3) \sin(x_1) + 2.15459 \times 10^7 \cos(x_4) \sin(x_1) - \\ & 3.67526 \times 10^8 \sin(x_2) - 5.14785 \times 10^7 \cos(x_2) \sin(x_2) + 7.73351 \times 10^7 \cos(x_3) \sin(x_2) + \\ & 4.60724 \times 10^7 \cos(x_4) \sin(x_2) - 6.47473 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_2) - 4.0024 \times 10^8 \sin(x_3) + \\ & 1.06026 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_3) - 6.93459 \times 10^7 \cos(x_3) \sin(x_3) - 4.0145 \times 10^8 \cos(x_4) \sin(x_3) - \\ & 8.30213 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_3) - 8.63153 \times 10^8 \sin(x_2) \sin(x_3) - 4.95528 \times 10^8 \sin(x_4) + \\ & 2.05951 \times 10^8 \cos(x_2) \sin(x_4) - 2.70263 \times 10^8 \cos(x_3) \sin(x_4) - 1.26751 \times 10^8 \cos(x_4) \sin(x_4) - \\ & 9.05687 \times 10^8 \sin(x_1) \sin(x_4) - 8.40138 \times 10^8 \sin(x_2) \sin(x_4) - 5.47879 \times 10^8 \sin(x_3) \sin(x_4)); \end{aligned}$$

(\*FOLN\*)

$$\ln[f_*] := \text{FOLN} = 54.3148 \log(x_1 + 0.1) + 54.3148 \log(x_2 + 0.1) + 54.3148 \log(x_3 + 0.1) + 54.3148 \log(x_4 + 0.1) + 406.022;$$

(\*FOLNR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_*] := \text{FOLNR} = & (-1.13286 \log(x_1 + 0.1) - 1.35086 \log(x_2 + 0.1) - 1.26777 \log(x_3 + 0.1) - 1.35134 \log(x_4 + 0.1) + 43.7918) / \\ & (-0.00229618 \log(x_1 + 0.1) - 0.00251852 \log(x_2 + 0.1) - \\ & 0.00243396 \log(x_3 + 0.1) - 0.00251901 \log(x_4 + 0.1) + 0.0570514); \end{aligned}$$

(\*SOLN\*)

```

ln[6]:= SOLN = -98.9188 log(x1 + 0.1) log(x2 + 0.1) - 98.9188 log(x1 + 0.1) log(x3 + 0.1) -
          98.9188 log(x1 + 0.1) log(x4 + 0.1) + 4.25497 log2(x1 + 0.1) + 1169.37 log(x1 + 0.1) -
          98.9188 log(x2 + 0.1) log(x3 + 0.1) - 98.9188 log(x2 + 0.1) log(x4 + 0.1) + 4.25497 log2(x2 + 0.1) +
          1169.37 log(x2 + 0.1) - 98.9188 log(x3 + 0.1) log(x4 + 0.1) + 4.25497 log2(x3 + 0.1) +
          1169.37 log(x3 + 0.1) + 4.25497 log2(x4 + 0.1) + 1169.37 log(x4 + 0.1) - 8219.27;

(*SOLNR*)

SOLNR =
(14.2638 log(x1 + 0.1) log(x2 + 0.1) + 2.1717 log(x1 + 0.1) log(x3 + 0.1) + 21.7519 log(x1 + 0.1) log(x4 + 0.1) +
  3.49434 log2(x1 + 0.1) + 0.642613 log(x1 + 0.1) - 0.0340597 log(x2 + 0.1) log(x3 + 0.1) -
  0.2381 log(x2 + 0.1) log(x4 + 0.1) - 2.53694 log2(x2 + 0.1) - 1.59087 log(x2 + 0.1) -
  20.4531 log(x3 + 0.1) log(x4 + 0.1) - 6.79204 log2(x3 + 0.1) - 3.49871 log(x3 + 0.1) -
  0.312002 log2(x4 + 0.1) - 0.525086 log(x4 + 0.1) - 0.902372)/
(-0.00509613 log(x1 + 0.1) log(x2 + 0.1) - 0.0112121 log(x1 + 0.1) log(x3 + 0.1) -
  0.00196712 log(x1 + 0.1) log(x4 + 0.1) - 0.0351031 log2(x1 + 0.1) + 0.453019 log(x1 + 0.1) + 0.000609488
  log(x2 + 0.1) log(x3 + 0.1) - 0.00557515 log(x2 + 0.1) log(x4 + 0.1) - 0.0681879 log2(x2 + 0.1) +
  0.555066 log(x2 + 0.1) + 0.025246 log(x3 + 0.1) log(x4 + 0.1) - 0.00534022 log2(x3 + 0.1) -
  0.14296 log(x3 + 0.1) - 0.00467694 log2(x4 + 0.1) - 0.057961 log(x4 + 0.1) - 1.31326);

```

(\*Tablo A.34:BBD deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller---  
Tablo 9.5'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$L = 2.59697 x_1 + 2.59697 x_2 + 2.59697 x_3 + 2.59697 x_4 + 757.044;$$

(\*LR\*)

$$ln[\cdot] := LR = \frac{13\,364.8 x_1 + 12\,424.2 x_2 + 13\,465.3 x_3 + 10\,845.2 x_4 + 1.00047 \times 10^6}{5.49668 x_1 + 4.8431 x_2 + 5.8447 x_3 + 2.75385 x_4 + 1780.64};$$

(\*SON\*)

$$ln[\cdot] := SON = 0.0964028 x_1^2 - 0.0213846 x_1 x_2 - 0.0213846 x_1 x_3 - 0.0213846 x_1 x_4 - \\ 3.19236 x_1 + 0.0964028 x_2^2 - 0.0213846 x_2 x_3 - 0.0213846 x_2 x_4 - 3.19236 x_2 + \\ 0.0964028 x_3^2 - 0.0213846 x_3 x_4 - 3.19236 x_3 + 0.0964028 x_4^2 - 3.19236 x_4 + 903.27;$$

(\*SONR\*)

$$ln[\cdot] := SONR = \\ (300\,194. x_1^2 + 106\,875. x_1 x_2 + 551\,033. x_1 x_3 + 301\,189. x_1 x_4 + 13\,208.5 x_1 + 230\,590. x_2^2 - 549\,472. x_2 x_3 - \\ 365\,843. x_2 x_4 - 1871.5 x_2 + 148\,188. x_3^2 - 617\,537. x_3 x_4 + 18\,206. x_3 - 3181.98 x_4^2 + 23\,499.8 x_4 + \\ 160.562) / (1833.11 x_1^2 - 6977.1 x_1 x_2 - 8361.18 x_1 x_3 + 6537.42 x_1 x_4 - \\ 87\,968. x_1 + 3798.96 x_2^2 + 9480.02 x_2 x_3 - 7408.19 x_2 x_4 + 188\,644. x_2 + \\ 3780.13 x_3^2 - 8474.51 x_3 x_4 + 343\,234. x_3 + 1342.41 x_4^2 - 93\,211.2 x_4 + 1753.02);$$

(\*TON\*)

$$ln[\cdot] := TON = 0.000436468 x_1^3 + 0.000186534 x_1^2 x_2 + 0.000139301 x_1^2 x_3 + 0.0000412858 x_1^2 x_4 + 0.0258201 x_1^2 + \\ 0.000107365 x_1 x_2^2 - 0.0001773 x_1 x_2 x_3 - 0.0000909765 x_1 x_2 x_4 - 0.0359532 x_1 x_2 + \\ 0.000111591 x_1 x_3^2 - 0.000103801 x_1 x_3 x_4 - 0.0313153 x_1 x_3 + 0.000369425 x_1 x_4^2 - 0.0611861 x_1 x_4 + \\ 0.367408 x_1 + 0.000248364 x_2^3 + 0.000351113 x_2^2 x_3 + 0.000345142 x_2^2 x_4 + 0.0220401 x_2^2 + \\ 0.00039412 x_2 x_3^2 - 0.000450763 x_2 x_3 x_4 - 0.0697242 x_2 x_3 + 0.00022833 x_2 x_4^2 - 0.0465477 x_2 x_4 + \\ 1.64578 x_2 + 0.00026195 x_3^3 + 0.000257324 x_3^2 x_4 + 0.0218421 x_3^2 + 0.000181096 x_3 x_4^2 - \\ 0.0377678 x_3 x_4 + 1.50556 x_3 + 0.000342064 x_4^3 + 0.0219174 x_4^2 + 0.644812 x_4 + 759.193;$$

(\*TONR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{TONR} = & (0.231212 x_1^3 + 0.238605 x_1^2 x_2 - 0.836673 x_1^2 x_3 - 2.64817 x_1^2 x_4 + 1.94565 x_1^2 - 0.295754 x_1 x_2^2 - \\ & 6.0289 x_1 x_2 x_3 - 8.15929 x_1 x_2 x_4 - 7.4442 x_1 x_2 + 0.214973 x_1 x_3^2 - 7.69545 x_1 x_3 x_4 - \\ & 3.94153 x_1 x_3 - 2.67154 x_1 x_4^2 + 5.5323 x_1 x_4 + 2.59531 x_1 - 0.37288 x_2^3 - 0.496619 x_2^2 x_3 - \\ & 0.801099 x_2^2 x_4 - 1.62752 x_2^2 - 5.99277 x_2 x_3^2 - 5.08864 x_2 x_3 x_4 + 5.07901 x_2 x_3 + \\ & 4.07797 x_2 x_4^2 + 5.49804 x_2 x_4 - 1.60081 x_2 - 0.796928 x_3^3 - 0.539158 x_3^2 x_4 + 6.22205 x_3^2 - \\ & 1.43502 x_3 x_4^2 - 5.43743 x_3 x_4 - 1.03754 x_3 - 2.3245 x_4^3 - 3.10472 x_4^2 - 1.39118 x_4 + 0.281533) / \\ & (3.28414 x_1^3 - 5.71307 x_1^2 x_2 + 1.82433 x_1^2 x_3 + 1.51692 x_1^2 x_4 - 1.0149 x_1^2 - 1.98195 x_1 x_2^2 - \\ & 21.1072 x_1 x_2 x_3 - 7.04063 x_1 x_2 x_4 + 6.92799 x_1 x_2 + 9.3479 x_1 x_3^2 + 2.51474 x_1 x_3 x_4 - \\ & 7.87201 x_1 x_3 - 3.25954 x_1 x_4^2 - 0.558072 x_1 x_4 - 5.01454 x_1 + 4.23335 x_2^3 + 5.85734 x_2^2 x_3 + \\ & 6.36665 x_2^2 x_4 + 2.20641 x_2^2 + 7.54257 x_2 x_3^2 + 2.3179 x_2 x_3 x_4 + 1.95103 x_2 x_3 + 5.82205 x_2 x_4^2 + \\ & 4.21564 x_2 x_4 - 1.59128 x_2 + 2.56199 x_3^3 + 3.58537 x_3^2 x_4 - 1.31882 x_3^2 - 1.87876 x_3 x_4^2 + \\ & 5.90054 x_3 x_4 - 2.03958 x_3 - 1.42625 x_4^3 - 3.84362 x_4^2 - 0.0138111 x_4 - 0.837879); \end{aligned}$$

(\*FOTN\*)

$$\begin{aligned} \text{FOTN} = & -277.794 \sin(x_1) - 332.907 \cos(x_1) - 277.794 \sin(x_2) - 332.907 \cos(x_2) - \\ & 277.794 \sin(x_3) - 332.907 \cos(x_3) - 277.794 \sin(x_4) - 332.907 \cos(x_4) + 2494.72; \end{aligned}$$

(\*FOTNR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{FOTNR} = & (2917.82 \sin(x_1) - 326.911 \cos(x_1) + 2917.82 \sin(x_2) - 326.911 \cos(x_2) + 2917.82 \sin(x_3) - 326.911 \cos(x_3) + \\ & 2917.82 \sin(x_4) - 326.911 \cos(x_4) - 1209.44) / (4.9171 \sin(x_1) + 1.87112 \cos(x_1) + 4.9171 \sin(x_2) + \\ & 1.87112 \cos(x_2) + 4.9171 \sin(x_3) + 1.87112 \cos(x_3) + 4.9171 \sin(x_4) + 1.87112 \cos(x_4) - 11.2115); \end{aligned}$$

(\*SOTN\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{SOTN} = & -164.476 \sin(x_1) \sin(x_2) - 26.8819 \cos(x_1) \cos(x_2) + 31.1773 \cos(x_1) \sin(x_2) - 42.4618 \sin(x_1) \cos(x_2) - \\ & 103.566 \sin(x_1) \sin(x_3) - 49.601 \cos(x_1) \cos(x_3) + 68.7815 \cos(x_1) \sin(x_3) - 79.2616 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ & 161.736 \sin(x_1) \sin(x_4) - 56.3317 \cos(x_1) \cos(x_4) + 32.8689 \cos(x_1) \sin(x_4) - 90.1639 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ & 267.31 \sin^2(x_1) + 412.426 \sin(x_1) + 76.6955 \cos^2(x_1) + 29.2005 \cos(x_1) - 416.032 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ & 35.7199 \sin(x_2) \sin(x_3) - 69.2043 \cos(x_2) \cos(x_3) - 37.3754 \sin(x_2) \cos(x_3) + 37.0285 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\ & 93.8902 \sin(x_2) \sin(x_4) - 75.9351 \cos(x_2) \cos(x_4) - 48.2777 \sin(x_2) \cos(x_4) + 1.11596 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ & 94.0199 \sin^2(x_2) + 426.022 \sin(x_2) + 120.224 \cos^2(x_2) + 134.957 \cos(x_2) - 410.55 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\ & 32.98 \sin(x_3) \sin(x_4) - 98.6541 \cos(x_3) \cos(x_4) - 10.6736 \sin(x_3) \cos(x_4) - 35.6838 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ & 24.4999 \sin^2(x_3) + 152.318 \sin(x_3) + 127.179 \cos^2(x_3) + 94.2157 \cos(x_3) - 228.455 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ & 84.8145 \sin^2(x_4) + 136.981 \sin(x_4) + 25.56 \cos^2(x_4) + 100.263 \cos(x_4) - 229.779 \sin(x_4) \cos(x_4) + 448.86; \end{aligned}$$

(\*SOTNR\*)

$$\begin{aligned}
\ln[f] := & \text{SOTNR} = (1734.26 \sin(x1) \sin(x2) + 92.1602 \cos(x1) \cos(x2) - 565.411 \cos(x1) \sin(x2) - \\
& 299.118 \sin(x1) \cos(x2) - 450.402 \sin(x1) \sin(x3) - 2331.93 \cos(x1) \cos(x3) - 249.323 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 980.653 \sin(x1) \cos(x3) + 3280.99 \sin(x1) \sin(x4) - 2747.38 \cos(x1) \cos(x4) + 1255.9 \cos(x1) \sin(x4) + \\
& 619.055 \sin(x1) \cos(x4) + 464.448 \sin^2(x1) + 2134.43 \sin(x1) - 95.4568 \cos^2(x1) - \\
& 688.158 \cos(x1) + 234.407 \sin(x1) \cos(x1) - 56.6885 \sin(x2) \sin(x3) - 1461.59 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 1352.37 \sin(x2) \cos(x3) - 60.6445 \cos(x2) \sin(x3) + 3388.91 \sin(x2) \sin(x4) - 960.687 \cos(x2) \cos(x4) - \\
& 1429.46 \sin(x2) \cos(x4) - 1775.41 \cos(x2) \sin(x4) + 377.976 \sin^2(x2) + 1695.2 \sin(x2) - \\
& 8.9843 \cos^2(x2) - 1129.51 \cos(x2) - 625.485 \sin(x2) \cos(x2) + 3120.25 \sin(x3) \sin(x4) - \\
& 162.833 \cos(x3) \cos(x4) - 4452.96 \sin(x3) \cos(x4) + 804.614 \cos(x3) \sin(x4) - 61.1233 \sin^2(x3) - \\
& 366.329 \sin(x3) + 430.115 \cos^2(x3) + 75.6616 \cos(x3) - 1657.9 \sin(x3) \cos(x3) + 850.665 \sin^2(x4) + \\
& 3924.08 \sin(x4) - 481.673 \cos^2(x4) - 2229.77 \cos(x4) + 676.586 \sin(x4) \cos(x4) + 367.991) / \\
& (19.9282 \sin(x1) \sin(x2) + 93.1191 \cos(x1) \cos(x2) + 41.6555 \cos(x1) \sin(x2) - 23.6683 \sin(x1) \cos(x2) - \\
& 22.8234 \sin(x1) \sin(x3) - 33.5515 \cos(x1) \cos(x3) - 60.8992 \cos(x1) \sin(x3) - \\
& 3.36762 \sin(x1) \cos(x3) + 35.9423 \sin(x1) \sin(x4) - 32.5057 \cos(x1) \cos(x4) - 13.5877 \cos(x1) \sin(x4) - \\
& 2.66814 \sin(x1) \cos(x4) + 5.51563 \sin^2(x1) + 22.6515 \sin(x1) + 3.13524 \cos^2(x1) + \\
& 5.00572 \cos(x1) + 1.7782 \sin(x1) \cos(x1) - 10.5415 \sin(x2) \sin(x3) + 72.8763 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 20.6909 \sin(x2) \cos(x3) - 76.6225 \cos(x2) \sin(x3) - 56.5176 \sin(x2) \sin(x4) + 35.5252 \cos(x2) \cos(x4) - \\
& 3.74343 \sin(x2) \cos(x4) - 71.6818 \cos(x2) \sin(x4) + 2.38535 \sin^2(x2) + 6.7972 \sin(x2) + \\
& 6.26552 \cos^2(x2) - 10.0367 \cos(x2) - 28.4458 \sin(x2) \cos(x2) + 114.448 \sin(x3) \sin(x4) + \\
& 32.0043 \cos(x3) \cos(x4) - 34.5157 \sin(x3) \cos(x4) - 69.3037 \cos(x3) \sin(x4) + 1.59109 \sin^2(x3) + \\
& 3.66516 \sin(x3) + 7.05979 \cos^2(x3) + 4.32715 \cos(x3) - 18.5263 \sin(x3) \cos(x3) + 3.8063 \sin^2(x4) + \\
& 14.2558 \sin(x4) + 4.84458 \cos^2(x4) + 2.13419 \cos(x4) - 9.55749 \sin(x4) \cos(x4) + 7.65087); \\
& (*FOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := & \text{FOLN} = 28.3155 \log(x1 + 0.1) + 31.1611 \log(x2 + 0.1) + 30.9739 \log(x3 + 0.1) + 28.1049 \log(x4 + 0.1) + 929.894; \\
& (*FOLNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := & \text{FOLNR} = \frac{3768.89 \log(x1 + 0.1) + 3855.62 \log(x2 + 0.1) + 3823.35 \log(x3 + 0.1) + 3688.42 \log(x4 + 0.1) - 434.613}{2.5514 \log(x1 + 0.1) + 2.64179 \log(x2 + 0.1) + 2.6089 \log(x3 + 0.1) + 2.46754 \log(x4 + 0.1) + 3.64338}; \\
& (*SOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := & \text{SOLN} = -3.74214 \log(x1 + 0.1) \log(x2 + 0.1) - 3.74214 \log(x1 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - \\
& 3.74214 \log(x1 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 64.9191 \log^2(x1 + 0.1) - 75.74 \log(x1 + 0.1) - \\
& 3.74214 \log(x2 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - 3.74214 \log(x2 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 64.9191 \log^2(x2 + 0.1) - \\
& 75.74 \log(x2 + 0.1) - 3.74214 \log(x3 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 64.9191 \log^2(x3 + 0.1) - \\
& 75.74 \log(x3 + 0.1) + 64.9191 \log^2(x4 + 0.1) - 75.74 \log(x4 + 0.1) - 1437.92; \\
& (*SOLNR*)
\end{aligned}$$

$\ln[\cdot] :=$  SOLNR =

$$\begin{aligned}
 & (663.62 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 454.599 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) - 295.508 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - \\
 & 17.8307 \log^2(x_1 + 0.1) + 28.9579 \log(x_1 + 0.1) + 196.939 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + \\
 & 437.42 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 25.3299 \log^2(x_2 + 0.1) + 40.8876 \log(x_2 + 0.1) + \\
 & 134.425 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 96.8317 \log^2(x_3 + 0.1) - \\
 & 82.5126 \log(x_3 + 0.1) - 104.812 \log^2(x_4 + 0.1) - 156.574 \log(x_4 + 0.1) - 3.86353) / \\
 & (7.89354 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 7.76931 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) - \\
 & 66.2613 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 4.83686 \log^2(x_1 + 0.1) + 251.112 \log(x_1 + 0.1) + \\
 & 68.5184 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 7.68086 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 4.11405 \log^2(x_2 + 0.1) - \\
 & 312.367 \log(x_2 + 0.1) + 7.45293 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 4.61397 \log^2(x_3 + 0.1) - \\
 & 311.972 \log(x_3 + 0.1) - 4.89245 \log^2(x_4 + 0.1) + 250.853 \log(x_4 + 0.1) + 276.499);
 \end{aligned}$$



(\*Tablo A.35:

D-Optimal deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller---

Tablo 9.6'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$\ln[f_0] := L = 2.66945 x_1 + 2.93261 x_2 + 2.76502 x_3 + 3.02049 x_4 + 780.911;$$

(\*LR\*)

$$\ln[f_0] := LR = \frac{0.0165999 x_1 - 0.0129258 x_2 + 0.0730232 x_3 + 0.0538571 x_4 + 5.40547}{-3.92078 x_1 - 0.000032041 x_2 + 0.0000418118 x_3 + 0.000025659 x_4 + 0.00726703};$$

(\*SON\*)

$$\ln[f_0] := SON = 0.068041 x_1^2 - 0.0231708 x_1 x_2 - 0.0186847 x_1 x_3 - 0.0237037 x_1 x_4 - 0.388343 x_1 + 0.0653761 x_2^2 - 0.022254 x_2 x_3 - 0.0253877 x_2 x_4 + 0.151987 x_2 + 0.0687399 x_3^2 - 0.0213256 x_3 x_4 - 0.518098 x_3 + 0.0662825 x_4^2 - 0.0266569 x_4 + 788.312;$$

(\*SONR\*)

$$\ln[f_0] := SONR = (0.0854675 x_1^2 - 0.0114555 x_1 x_2 - 0.0478801 x_1 x_3 - 0.0364522 x_1 x_4 - 3.17797 x_1 + 0.0636386 x_2^2 - 0.0433277 x_2 x_3 - 0.0124285 x_2 x_4 - 2.6025 x_2 + 0.0623331 x_3^2 - 0.0136053 x_3 x_4 - 1.16656 x_3 + 0.052252 x_4^2 - 2.16715 x_4 + 501.288) / (0.0000434724 x_1^2 + 1.02777 x_1 x_2 - 0.000023776 x_1 x_3 - 0.0000149024 x_1 x_4 - 0.00299359 x_1 + 0.0000294761 x_2^2 - 0.0000191463 x_2 x_3 + 3.1341999999999996 x_2 x_4 - 0.00289311 x_2 + 0.0000277873 x_3^2 + 1.24492 x_3 x_4 - 0.00173781 x_3 + 0.0000208915 x_4^2 - 0.00256103 x_4 + 0.628557);$$

(\*TON\*)

$$TON = -0.000430873 x_1^3 + 4.39935 x_1^2 x_2 + 0.000131179 x_1^2 x_3 - 0.0000367849 x_1^2 x_4 + 0.119618 x_1^2 + 0.000104948 x_1 x_2^2 + 0.0000168618 x_1 x_2 x_3 - 0.000177397 x_1 x_2 x_4 - 0.0249442 x_1 x_2 + 0.000138113 x_1 x_3^2 - 0.00012221 x_1 x_3 x_4 - 0.0434977 x_1 x_3 + 0.000141769 x_1 x_4^2 - 0.0197997 x_1 x_4 - 1.51915 x_1 - 0.0006408 x_2^3 + 0.000189146 x_2^2 x_3 + 0.0000151845 x_2^2 x_4 + 0.141168 x_2^2 + 0.000139468 x_2 x_3^2 - 0.000352051 x_2 x_3 x_4 - 0.03622 x_2 x_3 + 0.0000597464 x_2 x_4^2 - 0.00743366 x_2 x_4 - 2.59457 x_2 - 0.000578686 x_3^3 + 0.0000277338 x_3^2 x_4 + 0.130871 x_3^2 + 0.000248375 x_3 x_4^2 - 0.0254045 x_3 x_4 - 1.62383 x_3 - 0.000713585 x_4^3 + 0.14199 x_4^2 - 2.52836 x_4 + 805.815;$$

(\*TONR\*)

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := \text{TONR} = & (96.0484 x_1^3 - 86.0517 x_1^2 x_2 + 30.0618 x_1^2 x_3 - 81.2474 x_1^2 x_4 - 3010.83 x_1^2 - 71.0582 x_1 x_2^2 + \\
& 51.4571 x_1 x_2 x_3 + 64.4966 x_1 x_2 x_4 + 9219.99 x_1 x_2 - 30.5523 x_1 x_3^2 + 14.6237 x_1 x_3 x_4 - \\
& 4722.97 x_1 x_3 - 51.1365 x_1 x_4^2 + 5477.3 x_1 x_4 - 281.483 x_1 + 100.378 x_2^3 - 23.0242 x_2^2 x_3 + \\
& 75.8766 x_2^2 x_4 - 5402.9 x_2^2 - 98.967 x_2 x_3^2 - 20.3102 x_2 x_3 x_4 - 2278.16 x_2 x_3 - 85.7494 x_2 x_4^2 + \\
& 1580.36 x_2 x_4 - 42570.2 x_2 + 192.723 x_3^3 - 74.8162 x_3^2 x_4 - 11302.9 x_3^2 + 78.5064 x_3 x_4^2 - \\
& 8377.06 x_3 x_4 + 864424 x_3 + 90.2271 x_4^3 - 5840.22 x_4^2 + 523812 x_4 - 2.90354 \times 10^6) / \\
& (0.0929542 x_1^3 - 0.0746584 x_1^2 x_2 + 0.0137635 x_1^2 x_3 - 0.0770622 x_1^2 x_4 - 4.1552 x_1^2 - 0.055147 x_1 x_2^2 + \\
& 0.0495151 x_1 x_2 x_3 + 0.0610914 x_1 x_2 x_4 + 7.49744 x_1 x_2 - 0.0167458 x_1 x_3^2 + 0.0281148 x_1 x_3 x_4 - \\
& 4.11644 x_1 x_3 - 0.0291262 x_1 x_4^2 + 3.48152 x_1 x_4 - 189.626 x_1 + 0.0783728 x_2^3 - 0.0154865 x_2^2 x_3 + \\
& 0.0255622 x_2^2 x_4 - 3.99426 x_2^2 - 0.0723911 x_2 x_3^2 + 0.021166 x_2 x_3 x_4 - 3.7975 x_2 x_3 - \\
& 0.0669619 x_2 x_4^2 + 1.94054 x_2 x_4 - 27.0634 x_2 + 0.154929 x_3^3 - 0.0647604 x_3^2 x_4 - 10.9904 x_3^2 + \\
& 0.0659972 x_3 x_4^2 - 8.984 x_3 x_4 + 882.108 x_3 + 0.0754942 x_4^3 - 7.4999 x_4^2 + 666.634 x_4 - 3527.15); \\
& (*FOTN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := \text{FOTN} = & 25.8834 \sin(x_1) - 61.9506 \cos(x_1) + 39.0573 \sin(x_2) - 56.3602 \cos(x_2) + \\
& 29.8056 \sin(x_3) - 57.8959 \cos(x_3) + 36.8953 \sin(x_4) - 49.0167 \cos(x_4) + 1301.76; \\
& (*FOTNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := \text{FOTNR} = & (1500.08 \sin(x_1) + 1408.1 \cos(x_1) + 1202.26 \sin(x_2) + 2706.87 \cos(x_2) + \\
& 664.99 \sin(x_3) + 889.987 \cos(x_3) + 508.035 \sin(x_4) + 1165.63 \cos(x_4) + 1545.31) / \\
& (1.12085 \sin(x_1) + 1.12413 \cos(x_1) + 0.917771 \sin(x_2) + 2.08648 \cos(x_2) + 0.479894 \sin(x_3) + \\
& 0.725769 \cos(x_3) + 0.380481 \sin(x_4) + 0.901048 \cos(x_4) + 1.18939); \\
& (*SOTN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := \text{SOTN} = & 1.48447 \sin(x_1) \sin(x_2) + 4.78741 \cos(x_1) \cos(x_2) + 1.26459 \cos(x_1) \sin(x_2) + 9.18037 \sin(x_1) \cos(x_2) - \\
& 18.2085 \sin(x_1) \sin(x_3) - 14.0036 \cos(x_1) \cos(x_3) + 23.4543 \cos(x_1) \sin(x_3) + 19.6764 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\
& 9.86498 \sin(x_1) \sin(x_4) - 3.54911 \cos(x_1) \cos(x_4) + 9.74927 \cos(x_1) \sin(x_4) + 9.25914 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\
& 355.892 \sin^2(x_1) - 4.06437 \sin(x_1) + 246.447 \cos^2(x_1) - 31.0033 \cos(x_1) - 289.054 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\
& 17.4738 \sin(x_2) \sin(x_3) - 1.45756 \cos(x_2) \cos(x_3) + 10.0571 \sin(x_2) \cos(x_3) - 4.13204 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\
& 9.85889 \sin(x_2) \sin(x_4) - 3.72955 \cos(x_2) \cos(x_4) + 15.2321 \sin(x_2) \cos(x_4) - 8.26753 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\
& 236.243 \sin^2(x_2) + 1.07657 \sin(x_2) + 123.064 \cos^2(x_2) - 25.8363 \cos(x_2) - 288.506 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\
& 14.1083 \sin(x_3) \sin(x_4) - 8.28909 \cos(x_3) \cos(x_4) + 10.0061 \sin(x_3) \cos(x_4) - 4.22614 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\
& 140.089 \sin^2(x_3) + 1.59627 \sin(x_3) + 43.3783 \cos^2(x_3) - 38.3675 \cos(x_3) - 273.06 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\
& 475.291 \sin^2(x_4) - 1.27548 \sin(x_4) + 361.505 \cos^2(x_4) - 29.749 \cos(x_4) - 275.061 \sin(x_4) \cos(x_4) + 401.328; \\
& (*SOTNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{SOTNR} = (-50381.5 \sin(x1) \sin(x2) + 3720.74 \cos(x1) \cos(x2) - 6494.87 \cos(x1) \sin(x2) + \\
& 21147.8 \sin(x1) \cos(x2) + 57536.7 \sin(x1) \sin(x3) - 2877.99 \cos(x1) \cos(x3) + 5270.54 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 27210.9 \sin(x1) \cos(x3) + 68721. \sin(x1) \sin(x4) - 5573.92 \cos(x1) \cos(x4) + 1577.17 \cos(x1) \sin(x4) - \\
& 11325.8 \sin(x1) \cos(x4) - 62616.3 \sin^2(x1) - 1693.75 \sin(x1) - 3658.53 \cos^2(x1) + \\
& 2711.84 \cos(x1) - 8231.45 \sin(x1) \cos(x1) - 3777.28 \sin(x2) \sin(x3) + 310.712 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 32183.4 \sin(x2) \cos(x3) - 6952.79 \cos(x2) \sin(x3) - 25992.1 \sin(x2) \sin(x4) - 1573.71 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 33547.3 \sin(x2) \cos(x4) + 1226.33 \cos(x2) \sin(x4) - 31240.7 \sin^2(x2) + 14030.9 \sin(x2) - \\
& 3693.79 \cos^2(x2) - 4362.08 \cos(x2) - 45608.6 \sin(x2) \cos(x2) + 6158.56 \sin(x3) \sin(x4) - \\
& 2438.96 \cos(x3) \cos(x4) - 2692.97 \sin(x3) \cos(x4) - 1863.37 \cos(x3) \sin(x4) - 6616.96 \sin^2(x3) + \\
& 4650.06 \sin(x3) - 8884.07 \cos^2(x3) + 4267.28 \cos(x3) + 7532.71 \sin(x3) \cos(x3) - 6111.86 \sin^2(x4) + \\
& 5111.12 \sin(x4) - 5843.81 \cos^2(x4) + 3206.2 \cos(x4) + 3762.94 \sin(x4) \cos(x4) - 4142.91) / \\
& (-37.0336 \sin(x1) \sin(x2) + 4.11897 \cos(x1) \cos(x2) - 5.24489 \cos(x1) \sin(x2) + 16.1091 \sin(x1) \cos(x2) + \\
& 41.5249 \sin(x1) \sin(x3) - 3.20451 \cos(x1) \cos(x3) + 3.52993 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 21.4915 \sin(x1) \cos(x3) + 49.6295 \sin(x1) \sin(x4) - 4.7189 \cos(x1) \cos(x4) + 2.70344 \cos(x1) \sin(x4) - \\
& 6.33043 \sin(x1) \cos(x4) - 37.9896 \sin^2(x1) - 0.320027 \sin(x1) + 0.311111 \cos^2(x1) + \\
& 1.62388 \cos(x1) - 11.1013 \sin(x1) \cos(x1) - 3.90932 \sin(x2) \sin(x3) + 2.16238 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 23.9466 \sin(x2) \cos(x3) - 4.4242 \cos(x2) \sin(x3) - 18.7453 \sin(x2) \sin(x4) + 0.0873923 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 25.1867 \sin(x2) \cos(x4) - 0.419094 \cos(x2) \sin(x4) - 26.1829 \sin^2(x2) + 10.3315 \sin(x2) - \\
& 8.24371 \cos^2(x2) - 4.34238 \cos(x2) - 42.8916 \sin(x2) \cos(x2) + 5.8569 \sin(x3) \sin(x4) - \\
& 4.0056 \cos(x3) \cos(x4) - 0.502995 \sin(x3) \cos(x4) + 2.37668 \cos(x3) \sin(x4) - 4.17548 \sin^2(x3) + \\
& 4.09363 \sin(x3) - 14.4979 \cos^2(x3) + 3.65808 \cos(x3) + 0.089098 \sin(x3) \cos(x3) - 3.9175 \sin^2(x4) + \\
& 2.56239 \sin(x4) - 8.15188 \cos^2(x4) + 1.87976 \cos(x4) + 0.193029 \sin(x4) \cos(x4) - 0.440286); \\
& (*FOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{FOLN} = 17.0629 \log(x1 + 0.1) + 18.8783 \log(x2 + 0.1) + 17.4205 \log(x3 + 0.1) + 20.8854 \log(x4 + 0.1) + 1101.55; \\
& (*FOLNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{FOLNR} = \\
& \frac{-295.489 \log(x1 + 0.1) - 296.67 \log(x2 + 0.1) + 10.5809 \log(x3 + 0.1) + 23.9707 \log(x4 + 0.1) + 2766.33}{-0.243748 \log(x1 + 0.1) - 0.258781 \log(x2 + 0.1) + 0.00507703 \log(x3 + 0.1) + 0.0153947 \log(x4 + 0.1) + 2.32245} \\
& ; \\
& (*SOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f_0] := & \text{SOLN} = -1.96837 \log(x1 + 0.1) \log(x2 + 0.1) - 2.92119 \log(x1 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - \\
& 2.2404 \log(x1 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 30.8853 \log^2(x1 + 0.1) - 20.6516 \log(x1 + 0.1) - \\
& 2.38878 \log(x2 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - 2.10625 \log(x2 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 32.1865 \log^2(x2 + 0.1) - \\
& 24.7907 \log(x2 + 0.1) - 2.38691 \log(x3 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 30.9389 \log^2(x3 + 0.1) - \\
& 19.2188 \log(x3 + 0.1) + 31.623 \log^2(x4 + 0.1) - 21.2749 \log(x4 + 0.1) - 70.6913; \\
& (*SOLNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f^*] := \text{SOLNR} = & \left( -667.178 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 266.049 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 953.933 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - \right. \\
& 2750.77 \log^2(x_1 + 0.1) + 19820.1 \log(x_1 + 0.1) + 768.903 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + \\
& 599.106 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 291.353 \log^2(x_2 + 0.1) - \\
& 1502.06 \log(x_2 + 0.1) + 1313.51 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 895.132 \log^2(x_3 + 0.1) - \\
& \left. 2302.68 \log(x_3 + 0.1) - 447.125 \log^2(x_4 + 0.1) - 7491.46 \log(x_4 + 0.1) - 12326.1 \right) / \\
& \left( -0.533369 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) - 0.00533381 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + \right. \\
& 0.612442 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 2.13836 \log^2(x_1 + 0.1) + 16.6938 \log(x_1 + 0.1) + \\
& 0.571267 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 0.44612 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.234628 \log^2(x_2 + 0.1) - \\
& 0.986269 \log(x_2 + 0.1) + 0.997535 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.719107 \log^2(x_3 + 0.1) - \\
& \left. 0.838528 \log(x_3 + 0.1) - 0.374204 \log^2(x_4 + 0.1) - 5.16576 \log(x_4 + 0.1) - 14.2478 \right);
\end{aligned}$$

(\*Tablo A.36:Taguchi deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller---  
Tablo 9.7'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$ln[\sigma] := L = 3.53153 x_1 + 3.35242 x_2 + 3.47331 x_3 + 3.38313 x_4 + 687.743;$$

(\*LR\*)

$$ln[\sigma] := LR = \frac{27.2484 x_1 + 18.6917 x_2 - 17.6767 x_3 - 14.0325 x_4 + 1613.31}{0.014199 x_1 + 0.0106099 x_2 - 0.0151251 x_3 - 0.014881 x_4 + 1.99435};$$

(\*SON\*)

$$ln[\sigma] := SON = 0.0723376 x_1^2 - 0.0781774 x_1 x_2 + 0.0505781 x_1 x_3 - 0.0561948 x_1 x_4 + \\ 0.172382 x_1 + 0.0477587 x_2^2 + 0.0049273 x_2 x_3 + 0.00908891 x_2 x_4 + 1.89024 x_2 + \\ 0.0400973 x_3^2 - 0.0651175 x_3 x_4 - 1.1304 x_3 + 0.0790627 x_4^2 + 1.25899 x_4 + 756.093;$$

(\*SONR\*)

$$ln[\sigma] := SONR = (1014.11 x_1^2 + 555.562 x_1 x_2 + 420.441 x_1 x_3 + 3959.7 x_1 x_4 + \\ 67.7767 x_1 + 240.566 x_2^2 + 1385.66 x_2 x_3 + 407.302 x_2 x_4 + 81.7553 x_2 + \\ 680.892 x_3^2 - 1707.86 x_3 x_4 + 101.015 x_3 + 998.458 x_4^2 + 103.653 x_4 + 967.936) / \\ (-10.7295 x_1^2 + 22.553 x_1 x_2 - 41.8346 x_1 x_3 + 22.0155 x_1 x_4 - 3393.28 x_1 + \\ 149.471 x_2^2 - 89.6913 x_2 x_3 - 207.946 x_2 x_4 + 3417.86 x_2 + 59.0878 x_3^2 - \\ 27.6154 x_3 x_4 + 12.878 x_3 + 117.317 x_4^2 - 3387.58 x_4 + 410.009);$$

(\*TON\*)

$$ln[\sigma] := TON = -0.214779 x_1^3 + 0.0163257 x_1^2 x_2 + 10.1227 x_1^2 x_3 - 7.95128 x_1^2 x_4 - 325.401 x_1^2 + \\ 12.0995 x_1 x_2^2 - 12.6669 x_1 x_2 x_3 - 2.66026 x_1 x_2 x_4 - 1199.34 x_1 x_2 + 0.401412 x_1 x_3^2 + \\ 1.00741 x_1 x_3 x_4 + 419.672 x_1 x_3 + 1.81739 x_1 x_4^2 + 533.604 x_1 x_4 + 39331.7 x_1 + 7.58854 x_2^3 - \\ 16.3126 x_2^2 x_3 - 0.232668 x_2^2 x_4 - 1359.57 x_2^2 + 7.84641 x_2 x_3^2 + 6.86905 x_2 x_3 x_4 + 1963.56 x_2 x_3 + \\ 1.09866 x_2 x_4^2 - 237.416 x_2 x_4 + 56918.2 x_2 - 4.34341 x_3^3 - 1.16645 x_3^2 x_4 - 0.0436212 x_3^2 - \\ 1.87264 x_3 x_4^2 - 364.01 x_3 x_4 - 68149.3 x_3 + 0.521804 x_4^3 - 1.92883 x_4^2 + 11215.6 x_4 + 836.109;$$

(\*TONR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{TONR} = & (5348.57 x_1^3 + 26034.5 x_1^2 x_2 + 6069.52 x_1^2 x_3 + 26016.8 x_1^2 x_4 + 559.299 x_1^2 + 20741.6 x_1 x_2^2 + \\ & 49751.7 x_1 x_2 x_3 + 46571.7 x_1 x_2 x_4 + 1474.02 x_1 x_2 + 6245.62 x_1 x_3^2 - 5559.39 x_1 x_3 x_4 + \\ & 493.297 x_1 x_3 + 25599.5 x_1 x_4^2 + 1194.75 x_1 x_4 + 9.93545 x_1 + 3411.99 x_2^3 + 15838.4 x_2^2 x_3 + \\ & 11884.2 x_2^2 x_4 + 597.912 x_2^2 + 16930.6 x_2 x_3^2 + 50372.7 x_2 x_3 x_4 + 1770.41 x_2 x_3 + \\ & 20900.5 x_2 x_4^2 + 1806.84 x_2 x_4 + 24.8289 x_2 + 1791.57 x_3^3 + 11343.1 x_3^2 x_4 + 418.821 x_3^2 + \\ & 11753.8 x_3 x_4^2 + 1213.64 x_3 x_4 + 21.3183 x_3 + 4371.99 x_4^3 + 609.071 x_4^2 + 22.7102 x_4 - 3449.36) / \\ & (2503.68 x_1^3 + 5223.54 x_1^2 x_2 + 1865.56 x_1^2 x_3 + 70.3134 x_1^2 x_4 + 293.072 x_1^2 + 1816.32 x_1 x_2^2 + \\ & 6017.69 x_1 x_2 x_3 - 5929.28 x_1 x_2 x_4 - 820.235 x_1 x_2 - 4577.02 x_1 x_3^2 + 1746.09 x_1 x_3 x_4 - \\ & 494.346 x_1 x_3 - 1030.87 x_1 x_4^2 - 32.0357 x_1 x_4 + 8.57338 x_1 - 1797.08 x_2^3 - 11834.1 x_2^2 x_3 + \\ & 7290.66 x_2^2 x_4 + 784.147 x_2^2 + 1875.31 x_2 x_3^2 + 12444.4 x_2 x_3 x_4 + 1763.73 x_2 x_3 - \\ & 7352.34 x_2 x_4^2 + 955.561 x_2 x_4 - 6081.48 x_2 + 14.9701 x_3^3 - 856.411 x_3^2 x_4 + 330.034 x_3^2 - \\ & 152.832 x_3 x_4^2 + 1044.15 x_3 x_4 - 6079.08 x_3 + 398.632 x_4^3 + 199.375 x_4^2 - 6074.07 x_4 - 204.459); \\ & (*\text{FOTN}*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{FOTN} = & 82.7389 \sin(x_1) - 146.4 \cos(x_1) + 108.747 \sin(x_2) - 113.237 \cos(x_2) + \\ & 131.71 \sin(x_3) - 64.4169 \cos(x_3) + 94.6297 \sin(x_4) - 59.5955 \cos(x_4) + 1241.14; \\ & (*\text{FOTNR}*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{FOTNR} = & (-369.988 \sin(x_1) - 537.996 \cos(x_1) + 1242.11 \sin(x_2) + 399.549 \cos(x_2) - \\ & 1166.6 \sin(x_3) + 1270.64 \cos(x_3) - 52.6396 \sin(x_4) - 1655.68 \cos(x_4) + 531.316) / \\ & (-0.325155 \sin(x_1) - 0.403205 \cos(x_1) + 0.944297 \sin(x_2) + 0.36702 \cos(x_2) - 0.841984 \sin(x_3) + \\ & 0.922245 \cos(x_3) - 0.0776861 \sin(x_4) - 1.27031 \cos(x_4) + 0.393761); \\ & (*\text{SOTN}*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln[f_0] := \text{SOTN} = & -32.9282 \sin(x_1) \sin(x_2) - 72.2327 \cos(x_1) \cos(x_2) + 25.6623 \cos(x_1) \sin(x_2) + 28.2206 \sin(x_1) \cos(x_2) + \\ & 3.06705 \sin(x_1) \sin(x_3) - 122.224 \cos(x_1) \cos(x_3) + 64.3269 \cos(x_1) \sin(x_3) - 20.7846 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ & 50.4616 \sin(x_1) \sin(x_4) + 36.3195 \cos(x_1) \cos(x_4) + 69.9264 \cos(x_1) \sin(x_4) + 7.97754 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ & 318.164 \sin^2(x_1) + 43.7149 \sin(x_1) + 197.474 \cos^2(x_1) - 29.314 \cos(x_1) - 43.6856 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ & 12.7418 \sin(x_2) \sin(x_3) - 18.8956 \cos(x_2) \cos(x_3) - 16.0274 \sin(x_2) \cos(x_3) + 38.3065 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\ & 20.9751 \sin(x_2) \sin(x_4) - 12.515 \cos(x_2) \cos(x_4) + 66.2476 \sin(x_2) \cos(x_4) - 176.978 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ & 286.352 \sin^2(x_2) + 86.4909 \sin(x_2) + 254.013 \cos^2(x_2) - 39.4859 \cos(x_2) - 204.182 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\ & 95.749 \sin(x_3) \sin(x_4) + 17.189 \cos(x_3) \cos(x_4) - 63.8891 \sin(x_3) \cos(x_4) - 37.9622 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ & 281.256 \sin^2(x_3) + 33.2738 \sin(x_3) + 250.906 \cos^2(x_3) + 3.56065 \cos(x_3) + 59.0065 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ & 311.337 \sin^2(x_4) + 51.7521 \sin(x_4) + 186.551 \cos^2(x_4) - 31.483 \cos(x_4) - 365.281 \sin(x_4) \cos(x_4) + 202.754; \\ & (*\text{SOTNR}*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := \text{SOTNR} = & (7612.65 \sin(x1) \sin(x2) - 136.129 \cos(x1) \cos(x2) + 8512.25 \cos(x1) \sin(x2) + 18881.9 \sin(x1) \cos(x2) + \\
& 4896.87 \sin(x1) \sin(x3) + 2202.25 \cos(x1) \cos(x3) + 8436.19 \cos(x1) \sin(x3) + 19726.3 \sin(x1) \cos(x3) - \\
& 11344.9 \sin(x1) \sin(x4) - 9461.42 \cos(x1) \cos(x4) + 17840.6 \cos(x1) \sin(x4) - \\
& 5275.12 \sin(x1) \cos(x4) - 4016.49 \sin^2(x1) - 41933. \sin(x1) + 95.2353 \cos^2(x1) + \\
& 45286.4 \cos(x1) + 170.355 \sin(x1) \cos(x1) + 37431.4 \sin(x2) \sin(x3) + 29415.7 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 27596.3 \sin(x2) \cos(x3) - 1510.55 \cos(x2) \sin(x3) + 3133.53 \sin(x2) \sin(x4) + 3275.67 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 13090.8 \sin(x2) \cos(x4) + 8890.66 \cos(x2) \sin(x4) - 484.911 \sin^2(x2) - 17073.7 \sin(x2) - \\
& 3436.34 \cos^2(x2) - 3861.57 \cos(x2) - 13099.5 \sin(x2) \cos(x2) + 30002.1 \sin(x3) \sin(x4) + \\
& 34123.5 \cos(x3) \cos(x4) + 26068.9 \sin(x3) \cos(x4) - 8046.45 \cos(x3) \sin(x4) - 1900.33 \sin^2(x3) + \\
& 17859.8 \sin(x3) - 2020.92 \cos^2(x3) - 14841.2 \cos(x3) + 5848.66 \sin(x3) \cos(x3) - 3436.83 \sin^2(x4) + \\
& 31475.6 \sin(x4) - 484.421 \cos^2(x4) - 4591.06 \cos(x4) - 13937.4 \sin(x4) \cos(x4) - 3922.25) / \\
& (317.893 \sin(x1) \sin(x2) - 4720.94 \cos(x1) \cos(x2) - 2997.76 \cos(x1) \sin(x2) + 1149.08 \sin(x1) \cos(x2) - \\
& 10282.2 \sin(x1) \sin(x3) - 1227.96 \cos(x1) \cos(x3) - 3158.73 \cos(x1) \sin(x3) + \\
& 4632.92 \sin(x1) \cos(x3) - 4131.57 \sin(x1) \sin(x4) + 2653.67 \cos(x1) \cos(x4) + 5231. \cos(x1) \sin(x4) + \\
& 7061.62 \sin(x1) \cos(x4) + 747.799 \sin^2(x1) + 11522.1 \sin(x1) - 3089.52 \cos^2(x1) + \\
& 4258.91 \cos(x1) - 2377.96 \sin(x1) \cos(x1) + 5780.07 \sin(x2) \sin(x3) - 1006.58 \cos(x2) \cos(x3) + \\
& 4751.04 \sin(x2) \cos(x3) + 16280.6 \cos(x2) \sin(x3) + 6900.9 \sin(x2) \sin(x4) - 19993.3 \cos(x2) \cos(x4) + \\
& 3768.12 \sin(x2) \cos(x4) - 3899.41 \cos(x2) \sin(x4) - 173.642 \sin^2(x2) - 6098.61 \sin(x2) - \\
& 2168.08 \cos^2(x2) - 13221.8 \cos(x2) - 5546.04 \sin(x2) \cos(x2) + 1689.64 \sin(x3) \sin(x4) - \\
& 995.288 \cos(x3) \cos(x4) - 4263.58 \sin(x3) \cos(x4) + 6602.48 \cos(x3) \sin(x4) + 2497.47 \sin^2(x3) - \\
& 5130.23 \sin(x3) - 4839.19 \cos^2(x3) - 5773.5 \cos(x3) - 83.1008 \sin(x3) \cos(x3) - 2420.63 \sin^2(x4) + \\
& 9165.71 \sin(x4) + 78.9129 \cos^2(x4) + 9867.61 \cos(x4) + 443.93 \sin(x4) \cos(x4) - 2342.72); \\
& (*FOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := \text{FOLN} = & 42.6875 \log(x1 + 0.1) + 25.6833 \log(x2 + 0.1) + 11.5252 \log(x3 + 0.1) + 27.2784 \log(x4 + 0.1) + 1000.14; \\
& (*FOLNR*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := \text{FOLNR} = & \frac{-180.617 \log(x1 + 0.1) + 491.519 \log(x2 + 0.1) + 371.833 \log(x3 + 0.1) - 578.569 \log(x4 + 0.1) + 3118.76}{-0.240152 \log(x1 + 0.1) + 0.342412 \log(x2 + 0.1) + 0.251026 \log(x3 + 0.1) - 0.517566 \log(x4 + 0.1) + 3.16325}; \\
& (*SOLN*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ln[f] := \text{SOLN} = & -123.223 \log(x1 + 0.1) \log(x2 + 0.1) + 45.8291 \log(x1 + 0.1) \log(x3 + 0.1) + \\
& 15.3297 \log(x1 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 19.8663 \log^2(x1 + 0.1) + 234.297 \log(x1 + 0.1) + \\
& 65.7898 \log(x2 + 0.1) \log(x3 + 0.1) - 6.55856 \log(x2 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 22.5385 \log^2(x2 + 0.1) + \\
& 230.329 \log(x2 + 0.1) - 0.867123 \log(x3 + 0.1) \log(x4 + 0.1) + 9.22541 \log^2(x3 + 0.1) - \\
& 430.531 \log(x3 + 0.1) + 21.9395 \log^2(x4 + 0.1) - 58.2935 \log(x4 + 0.1) + 400.769; \\
& (*SOLNR*)
\end{aligned}$$

$\ln[f_0] :=$  SOLNR =

$$\begin{aligned} & \left( -22.366 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) + 20.7046 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) + 27.4164 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) + \right. \\ & \quad 22.407 \log^2(x_1 + 0.1) - 1.44664 \log(x_1 + 0.1) - 4.726 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) - \\ & \quad 9.72794 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) + 9.00736 \log^2(x_2 + 0.1) + \\ & \quad 11.0767 \log(x_2 + 0.1) + 30.3794 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) + 15.031 \log^2(x_3 + 0.1) + \\ & \quad \left. 28.5337 \log(x_3 + 0.1) + 5.86192 \log^2(x_4 + 0.1) + 25.6735 \log(x_4 + 0.1) + 4.92629 \right) / \\ & \left( 0.0610545 \log(x_1 + 0.1) \log(x_2 + 0.1) - 0.0204488 \log(x_1 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) - \right. \\ & \quad 0.00861943 \log(x_1 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.016232 \log^2(x_1 + 0.1) - 0.0148 \log(x_1 + 0.1) - \\ & \quad 0.00365476 \log(x_2 + 0.1) \log(x_3 + 0.1) - 0.0128307 \log(x_2 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.0038294 \log^2(x_2 + 0.1) - \\ & \quad 0.275811 \log(x_2 + 0.1) + 0.0125046 \log(x_3 + 0.1) \log(x_4 + 0.1) - 0.00288017 \log^2(x_3 + 0.1) + \\ & \quad \left. 0.216578 \log(x_3 + 0.1) - 0.0277066 \log^2(x_4 + 0.1) + 0.24296 \log(x_4 + 0.1) + 0.941456 \right); \end{aligned}$$



(\*Tablo A.37:BBD-CCD---BBD-Taguchi---BBD-CCD-  
Taguchi hibrit deney setleri kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller ---  
Tablo 9.8'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*BBD-CCD hibrit deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller\*)

(\*SON\*)

$$\ln[\sigma] := \text{SON} = 0.0490454 x_1^2 - 0.0242195 x_1 x_2 - 0.0291227 x_1 x_3 - 0.0291227 x_1 x_4 + \\ 2.18623 x_1 + 0.0415222 x_2^2 - 0.0275632 x_2 x_3 - 0.0257144 x_2 x_4 + 2.52583 x_2 + \\ 0.0493345 x_3^2 - 0.0232382 x_3 x_4 + 1.89154 x_3 + 0.0453226 x_4^2 + 2.0229 x_4 + 620.62;$$

(\*TON\*)

$$\ln[\sigma] := \text{TON} = -0.000912653 x_1^3 + 0.0000584186 x_1^2 x_2 + 0.0000780384 x_1^2 x_3 + 0.000431245 x_1^2 x_4 + \\ 0.14572 x_1^2 + 0.0000976582 x_1 x_2^2 - 0.000267824 x_1 x_2 x_3 - 0.000267824 x_1 x_2 x_4 - 0.015171 x_1 x_2 + \\ 0.0000780384 x_1 x_3^2 + 0.000428949 x_1 x_3 x_4 - 0.0503676 x_1 x_3 + 0.0000780384 x_1 x_4^2 - 0.0821562 x_1 x_4 + \\ 0.765923 x_1 - 0.000736499 x_2^3 + 0.0000780384 x_2^2 x_3 + 0.00041145 x_2^2 x_4 + 0.113003 x_2^2 + \\ 0.0000780384 x_2 x_3^2 - 0.000158546 x_2 x_3 x_4 - 0.0212865 x_2 x_3 + 0.0000582429 x_2 x_4^2 - 0.0487993 x_2 x_4 + \\ 0.704424 x_2 - 0.000491103 x_3^3 + 0.000431245 x_3^2 x_4 + 0.0882814 x_3^2 + 0.0000780384 x_3 x_4^2 - \\ 0.0812945 x_3 x_4 + 2.49628 x_3 - 0.000615437 x_4^3 + 0.119029 x_4^2 + 2.09443 x_4 + 550.906;$$

(\*SOTN\*)

$$\ln[\sigma] := \text{SOTN} = -135.606 \sin(x_1) \sin(x_2) - 73.8341 \cos(x_1) \cos(x_2) - 22.3308 \cos(x_1) \sin(x_2) - 22.3308 \sin(x_1) \cos(x_2) - \\ 135.606 \sin(x_1) \sin(x_3) - 73.8342 \cos(x_1) \cos(x_3) - 22.3308 \cos(x_1) \sin(x_3) - 22.3308 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ 135.606 \sin(x_1) \sin(x_4) - 73.8341 \cos(x_1) \cos(x_4) - 22.3307 \cos(x_1) \sin(x_4) - 22.3308 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ 413.481 \sin^2(x_1) - 30.6974 \sin(x_1) + 152.44 \cos^2(x_1) - 58.0285 \cos(x_1) - 110.274 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ 135.606 \sin(x_2) \sin(x_3) - 73.8343 \cos(x_2) \cos(x_3) - 22.331 \sin(x_2) \cos(x_3) - 22.331 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\ 135.606 \sin(x_2) \sin(x_4) - 73.8342 \cos(x_2) \cos(x_4) - 22.3309 \sin(x_2) \cos(x_4) - 22.3308 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ 373.435 \sin^2(x_2) - 5.72443 \sin(x_2) + 121.014 \cos^2(x_2) - 42.611 \cos(x_2) - 127.475 \sin(x_2) \cos(x_2) - \\ 135.606 \sin(x_3) \sin(x_4) - 73.8343 \cos(x_3) \cos(x_4) - 22.331 \sin(x_3) \cos(x_4) - 22.331 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ 298.773 \sin^2(x_3) + 77.2865 \sin(x_3) + 75.0102 \cos^2(x_3) + 8.63746 \cos(x_3) - 184.652 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ 611.632 \sin^2(x_4) - 57.5048 \sin(x_4) + 341.336 \cos^2(x_4) - 74.5786 \cos(x_4) - 91.8082 \sin(x_4) \cos(x_4) + 593.06;$$

(\*BBD-Taguchi hibrit deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller\*)

(\*L\*)

$$\ln[\sigma] := L = 3.08948 x_1 + 2.88517 x_2 + 3.09786 x_3 + 2.4386 x_4 + 731.217;$$

(\*LR\*)

$$\ln[\sigma] := \text{LR} = \frac{8.7849 x_1 + 15.2515 x_2 - 1.78311 x_3 - 2.27986 x_4 + 1162.49}{0.00307678 x_1 + 0.00870131 x_2 - 0.00527048 x_3 - 0.00522889 x_4 + 1.57976};$$

(\*SON\*)

$$\ln[\sigma] := \text{SON} = 0.0839686 x_1^2 - 0.0236045 x_1 x_2 - 0.0420583 x_1 x_3 - 0.0258407 x_1 x_4 - \\ 0.84227 x_1 + 0.0857084 x_2^2 - 0.0291635 x_2 x_3 - 0.0100829 x_2 x_4 - 2.2249 x_2 + \\ 0.0855286 x_3^2 - 0.0250752 x_3 x_4 - 0.39968 x_3 + 0.0886218 x_4^2 - 2.31712 x_4 + 805.315;$$

(\*TON\*)

$$\begin{aligned} \ln[ \circ ]:= \text{TON} = & 0.000585059 x_1^3 + 0.000572779 x_1^2 x_2 + 0.0021811 x_1^2 x_3 - 0.0000250394 x_1^2 x_4 - 0.123465 x_1^2 + \\ & 0.000246091 x_1 x_2^2 - 0.00143697 x_1 x_2 x_3 - 0.0000207062 x_1 x_2 x_4 - 0.0268451 x_1 x_2 + \\ & 0.0002215 x_1 x_3^2 - 0.00379363 x_1 x_3 x_4 - 0.0509555 x_1 x_3 + 0.000127239 x_1 x_4^2 + 0.138634 x_1 x_4 + \\ & 4.52138 x_1 + 0.000481942 x_2^3 + 0.000867954 x_2^2 x_3 - 0.0000654923 x_2^2 x_4 - 0.0236721 x_2^2 + \\ & 0.00054952 x_2 x_3^2 - 0.000551786 x_2 x_3 x_4 - 0.0737556 x_2 x_3 + 0.000528596 x_2 x_4^2 - 0.0386481 x_2 x_4 + \\ & 2.60959 x_2 - 0.0000166844 x_3^3 - 0.000436762 x_3^2 x_4 + 0.0616339 x_3^2 + 0.000656012 x_3 x_4^2 + \\ & 0.128914 x_3 x_4 - 2.07048 x_3 + 0.000368965 x_4^3 - 0.0320964 x_4^2 - 3.19113 x_4 + 826.925; \end{aligned}$$

(\*BBD-CCD-Taguchi hibrit deney seti kullanılarak oluşturulan matematiksel modeller\*)

(\*SON\*)

$$\begin{aligned} \ln[ \circ ]:= \text{SON} = & 0.0592866 x_1^2 - 0.028899 x_1 x_2 - 0.0255154 x_1 x_3 - 0.019975 x_1 x_4 + \\ & 0.772061 x_1 + 0.0582182 x_2^2 - 0.0249413 x_2 x_3 - 0.0176238 x_2 x_4 + 0.75727 x_2 + \\ & 0.0560612 x_3^2 - 0.0236733 x_3 x_4 + 1.14626 x_3 + 0.0570566 x_4^2 + 0.493633 x_4 + 720.647; \end{aligned}$$

(\*TON\*)

$$\begin{aligned} \text{TON} = & -0.000489444 x_1^3 + 0.000236416 x_1^2 x_2 + 0.0000315189 x_1^2 x_3 - 0.000206312 x_1^2 x_4 + 0.116034 x_1^2 + \\ & 0.000323644 x_1 x_2^2 - 0.000828321 x_1 x_2 x_3 - 0.0000658763 x_1 x_2 x_4 - 0.040268 x_1 x_2 + \\ & 0.000225894 x_1 x_3^2 - 0.000990549 x_1 x_3 x_4 + 0.0311779 x_1 x_3 + 0.000225095 x_1 x_4^2 + 0.0225478 x_1 x_4 - \\ & 2.81135 x_1 - 0.000712716 x_2^3 + 4.39398 x_2^2 x_3 10^{-6} - 0.000272519 x_2^2 x_4 + 0.146699 x_2^2 + \\ & 0.000213982 x_2 x_3^2 - 0.00029154 x_2 x_3 x_4 - 0.0000336478 x_2 x_3 + 0.000150756 x_2 x_4^2 + \\ & 0.00186569 x_2 x_4 - 2.4154 x_2 - 0.000739029 x_3^3 - 0.000273693 x_3^2 x_4 + 0.14164 x_3^2 + \\ & 0.0000145958 x_3 x_4^2 + 0.051092 x_3 x_4 - 4.38809 x_3 - 0.00081854 x_4^3 + 0.143654 x_4^2 - 4.03885 x_4 + 817.9; \end{aligned}$$

(\*SOTN\*)

$$\begin{aligned} \ln[ \circ ]:= \text{SOTN} = & -63.2027 \sin(x_1) \sin(x_2) - 4.55782 \cos(x_1) \cos(x_2) + 37.1812 \cos(x_1) \sin(x_2) + 34.4701 \sin(x_1) \cos(x_2) - \\ & 33.9498 \sin(x_1) \sin(x_3) - 4.15805 \cos(x_1) \cos(x_3) + 30.6007 \cos(x_1) \sin(x_3) + 44.6083 \sin(x_1) \cos(x_3) - \\ & 14.1306 \sin(x_1) \sin(x_4) - 37.6575 \cos(x_1) \cos(x_4) - 13.4393 \cos(x_1) \sin(x_4) + 75.8923 \sin(x_1) \cos(x_4) + \\ & 396.973 \sin^2(x_1) + 10.0446 \sin(x_1) + 273.374 \cos^2(x_1) - 22.4726 \cos(x_1) - 316.751 \sin(x_1) \cos(x_1) - \\ & 8.98342 \sin(x_2) \sin(x_3) - 57.8857 \cos(x_2) \cos(x_3) + 32.2562 \sin(x_2) \cos(x_3) - 13.9116 \cos(x_2) \sin(x_3) - \\ & 41.8961 \sin(x_2) \sin(x_4) - 58.1672 \cos(x_2) \cos(x_4) + 15.4343 \sin(x_2) \cos(x_4) + 49.2925 \cos(x_2) \sin(x_4) + \\ & 348.793 \sin^2(x_2) + 2.32012 \sin(x_2) + 203.512 \cos^2(x_2) - 25.551 \cos(x_2) - 279.823 \sin(x_2) \cos(x_2) + \\ & 17.4741 \sin(x_3) \sin(x_4) - 42.4754 \cos(x_3) \cos(x_4) + 26.2096 \sin(x_3) \cos(x_4) + 38.1508 \cos(x_3) \sin(x_4) + \\ & 428.249 \sin^2(x_3) + 16.9252 \sin(x_3) + 293.756 \cos^2(x_3) - 22.5371 \cos(x_3) - 337.689 \sin(x_3) \cos(x_3) + \\ & 262.444 \sin^2(x_4) - 38.0174 \sin(x_4) + 133.818 \cos^2(x_4) - 47.1705 \cos(x_4) - 308.28 \sin(x_4) \cos(x_4) + 238.368; \end{aligned}$$

Tablo A.38: FFD deney seti (Tablo 9.3’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	90	67.5	0	45	1448.41
2	0	67.5	45	22.5	1142.76
3	90	0	45	67.5	1448.41
4	22.5	0	90	67.5	1451.31
5	67.5	22.5	90	0	1451.31
6	45	45	90	0	1283.42
7	22.5	67.5	45	0	1142.76
8	67.5	22.5	0	0	1129.89
9	45	22.5	0	22.5	876.791
10	67.5	45	22.5	67.5	1259.5
11	45	67.5	0	90	1448.41
12	90	22.5	45	90	1496.78
13	45	45	22.5	45	886.052
14	22.5	0	45	45	927.346
15	22.5	0	45	22.5	876.791
16	90	0	22.5	22.5	1238.2
17	90	22.5	90	0	1562.14
18	22.5	22.5	22.5	0	802.671
19	90	45	0	22.5	1273.73
20	22.5	67.5	90	67.5	1521.02
21	45	0	67.5	0	1179.65
22	67.5	67.5	22.5	45	1259.5
23	90	22.5	0	90	1562.14
24	45	67.5	0	0	1179.65
25	90	22.5	45	0	1273.73

26	67.5	45	45	90	1313.57
27	90	45	22.5	0	1273.73
28	67.5	45	67.5	90	1431.08
29	22.5	90	90	67.5	1624.48
30	67.5	0	22.5	22.5	1105.63
31	22.5	67.5	0	45	1142.76
32	0	90	90	0	1595.7
33	45	67.5	67.5	45	1187.43
34	67.5	0	45	90	1448.41
35	0	0	0	0	822.617
36	90	22.5	22.5	22.5	1208.48
37	90	45	45	67.5	1313.57
38	67.5	67.5	22.5	67.5	1409.37
39	0	22.5	67.5	22.5	1105.63
40	67.5	90	22.5	90	1624.48
41	0	45	67.5	22.5	1142.76
42	45	22.5	90	67.5	1382.41
43	45	22.5	22.5	22.5	845.169
44	45	22.5	90	45	1220.97
45	45	90	22.5	45	1220.97
46	67.5	45	22.5	90	1382.41
47	45	90	0	67.5	1448.41
48	67.5	45	67.5	0	1329.82
49	0	45	22.5	67.5	1142.76
50	90	90	90	67.5	1701.07
51	22.5	0	90	90	1562.14
52	0	22.5	0	90	1260.15
53	45	45	0	22.5	927.346

54	0	67.5	67.5	22.5	1332.75
55	45	45	45	0	950.755
56	22.5	22.5	22.5	22.5	782.853
57	90	67.5	0	67.5	1591.73
58	22.5	22.5	90	0	1238.2
59	90	90	67.5	0	1691.55
60	0	45	45	90	1283.42
61	67.5	0	22.5	67.5	1332.75
62	45	0	90	0	1307.69
63	22.5	90	0	90	1562.14
64	45	0	67.5	90	1448.41
65	45	67.5	0	67.5	1329.82
66	90	90	45	90	1634.29
67	67.5	22.5	45	22.5	1095.44
68	45	22.5	22.5	45	881.309
69	0	0	45	22.5	900.073
70	67.5	67.5	0	90	1591.73
71	45	45	90	90	1430.54
72	22.5	0	67.5	67.5	1332.75
73	22.5	90	45	67.5	1382.41
74	45	90	22.5	22.5	1229.94
75	45	45	67.5	90	1313.57
76	90	45	45	0	1283.42
77	0	45	90	22.5	1273.73
78	90	22.5	90	22.5	1519
79	90	90	0	45	1558.93
80	67.5	67.5	22.5	22.5	1283.42
81	22.5	22.5	0	0	815.435

82	67.5	90	45	22.5	1382.41
83	67.5	45	0	45	1152.75
84	45	90	90	90	1634.29
85	22.5	22.5	67.5	45	1095.44
86	0	90	0	67.5	1487.22
87	90	22.5	45	22.5	1229.94
88	45	45	0	67.5	1152.75
89	22.5	0	67.5	0	1129.89
90	0	0	90	90	1595.7
91	22.5	67.5	90	22.5	1405.28
92	22.5	22.5	90	22.5	1208.48
93	90	90	0	90	1783.96
94	45	90	45	0	1283.42
95	0	0	22.5	67.5	1129.89
96	67.5	90	0	45	1448.41
97	45	0	67.5	22.5	1142.76
98	90	45	22.5	45	1220.97
99	22.5	0	90	45	1273.73
100	90	22.5	67.5	67.5	1521.02
101	0	90	22.5	90	1562.14
102	45	45	67.5	22.5	1085.77
103	22.5	45	67.5	90	1382.41
104	67.5	0	22.5	90	1451.31
105	67.5	22.5	67.5	22.5	1283.42
106	22.5	45	90	0	1273.73
107	22.5	0	0	90	1260.15
108	0	45	45	0	963.085
109	67.5	0	0	22.5	1129.89

110	90	22.5	0	0	1260.15
111	45	0	0	22.5	900.073
112	67.5	90	0	0	1487.22
113	45	45	0	45	950.755
114	22.5	67.5	22.5	67.5	1283.42
115	90	67.5	22.5	22.5	1405.28
116	22.5	45	0	67.5	1142.76
117	45	45	90	22.5	1220.97
118	90	22.5	22.5	67.5	1405.28
119	90	45	67.5	90	1537.11
120	0	22.5	45	45	927.346
121	22.5	67.5	0	0	1129.89
122	0	67.5	90	0	1487.22
123	67.5	90	67.5	67.5	1520.7
124	67.5	67.5	67.5	22.5	1409.37
125	45	0	0	67.5	1179.65
126	90	67.5	90	90	1701.07
127	90	67.5	45	0	1448.41
128	67.5	90	67.5	90	1615.54
129	22.5	0	67.5	90	1451.31
130	45	22.5	0	67.5	1142.76
131	90	90	67.5	67.5	1615.54
132	67.5	22.5	45	0	1142.76
133	0	45	0	90	1307.69
134	90	90	90	45	1634.29
135	90	22.5	67.5	90	1624.48
136	22.5	45	0	0	900.073
137	0	22.5	90	0	1260.15

---

138	22.5	45	67.5	22.5	1095.44
139	0	67.5	90	22.5	1451.31
140	67.5	22.5	45	67.5	1259.5
141	45	22.5	0	0	900.073
142	90	22.5	90	67.5	1624.48
143	45	67.5	67.5	90	1431.08
144	67.5	22.5	90	90	1624.48
145	22.5	45	22.5	22.5	845.169
146	90	22.5	67.5	22.5	1405.28
147	45	90	90	22.5	1496.78
148	67.5	22.5	22.5	0	1105.63
149	67.5	45	45	0	1152.75
150	22.5	67.5	90	0	1451.31
151	0	0	22.5	45	900.073
152	90	67.5	22.5	0	1451.31
153	67.5	67.5	90	45	1431.08
154	45	90	45	67.5	1313.57
155	0	0	0	22.5	821.884
156	22.5	45	45	0	927.346
157	90	0	45	0	1307.69
158	90	0	0	67.5	1487.22
159	90	45	45	22.5	1220.97
160	67.5	90	22.5	45	1382.41
161	45	90	45	22.5	1220.97
162	0	0	90	22.5	1260.15
163	0	67.5	45	90	1448.41
164	67.5	45	0	0	1179.65
165	67.5	90	45	0	1448.41

---



166	22.5	22.5	67.5	22.5	1073.1
167	0	67.5	67.5	67.5	1484.23
168	90	90	90	22.5	1720.03
169	0	45	22.5	0	900.073
170	0	22.5	45	0	900.073
171	90	90	0	67.5	1691.55
172	45	90	45	45	1170.26
173	0	0	0	45	916.046
174	0	67.5	0	90	1487.22
175	67.5	90	90	67.5	1615.54
176	67.5	45	67.5	67.5	1316.02
177	0	67.5	67.5	0	1371.35
178	90	22.5	67.5	45	1382.41
179	22.5	45	0	90	1273.73
180	22.5	45	90	67.5	1382.41
181	0	22.5	67.5	67.5	1332.75
182	45	0	90	67.5	1448.41
183	0	0	45	67.5	1179.65
184	45	22.5	67.5	0	1142.76
185	22.5	22.5	0	45	876.791
186	67.5	0	90	22.5	1451.31
187	67.5	90	0	90	1691.55
188	90	45	67.5	0	1448.41
189	0	22.5	90	67.5	1451.31
190	22.5	45	0	22.5	876.791
191	22.5	90	22.5	45	1229.94
192	0	67.5	45	0	1179.65
193	67.5	22.5	0	67.5	1332.75

194	67.5	0	90	45	1448.41
195	67.5	0	67.5	0	1371.35
196	22.5	0	45	0	900.073
197	90	0	0	22.5	1260.15
198	22.5	0	22.5	67.5	1105.63
199	45	45	90	67.5	1313.57
200	45	22.5	22.5	0	876.791
201	67.5	45	22.5	22.5	1095.44
202	0	90	45	22.5	1273.73
203	67.5	90	90	0	1691.55
204	22.5	67.5	0	22.5	1105.63
205	0	22.5	0	67.5	1129.89
206	0	45	22.5	45	927.346
207	67.5	22.5	22.5	45	1095.44
208	90	22.5	22.5	45	1229.94
209	90	67.5	0	22.5	1451.31
210	0	22.5	45	67.5	1142.76
211	90	45	90	45	1430.54
212	90	90	22.5	90	1720.03
213	0	45	0	67.5	1179.65
214	22.5	90	22.5	67.5	1405.28
215	0	90	67.5	45	1448.41
216	90	67.5	90	0	1691.55
217	67.5	67.5	67.5	67.5	1416.54
218	0	0	67.5	90	1487.22
219	0	67.5	90	45	1448.41
220	45	22.5	0	45	927.346
221	67.5	0	22.5	0	1129.89

222	90	0	67.5	67.5	1591.73
223	22.5	0	90	0	1260.15
224	67.5	67.5	67.5	45	1316.02
225	67.5	90	22.5	22.5	1405.28
226	90	67.5	67.5	45	1431.08
227	90	0	67.5	45	1448.41
228	22.5	67.5	22.5	22.5	1073.1
229	67.5	45	67.5	45	1187.43
230	22.5	0	0	67.5	1129.89
231	90	67.5	45	45	1313.57
232	22.5	22.5	90	90	1519
233	0	90	45	67.5	1448.41
234	67.5	67.5	67.5	0	1484.23
235	0	90	0	0	1275.35
236	67.5	67.5	0	67.5	1484.23
237	0	90	90	90	1783.96
238	22.5	0	22.5	45	876.791
239	67.5	0	67.5	45	1329.82
240	67.5	90	0	67.5	1591.73
241	0	45	0	0	916.046
242	22.5	67.5	22.5	45	1095.44
243	0	0	45	45	963.085
244	90	90	22.5	0	1562.14
245	22.5	67.5	45	22.5	1095.44
246	90	22.5	90	90	1720.03
247	0	22.5	67.5	90	1451.31
248	45	0	67.5	45	1152.75
249	45	22.5	45	45	886.052

250	67.5	67.5	22.5	0	1332.75
251	45	67.5	45	67.5	1187.43
252	0	22.5	22.5	67.5	1105.63
253	22.5	90	45	45	1220.97
254	45	22.5	45	22.5	881.309
255	0	45	90	67.5	1448.41
256	22.5	67.5	0	67.5	1332.75
257	90	22.5	0	45	1273.73
258	22.5	90	0	22.5	1238.2
259	90	0	22.5	67.5	1451.31
260	67.5	45	22.5	45	1085.77
261	22.5	67.5	67.5	67.5	1409.37
262	0	0	67.5	67.5	1371.35
263	0	67.5	0	45	1179.65
264	0	90	67.5	90	1691.55
265	90	45	22.5	90	1496.78
266	22.5	90	90	0	1562.14
267	0	67.5	22.5	0	1129.89
268	67.5	0	90	67.5	1591.73
269	90	67.5	67.5	90	1615.54
270	45	90	22.5	90	1496.78
271	0	22.5	22.5	0	815.435
272	22.5	90	67.5	45	1382.41
273	22.5	45	90	90	1496.78
274	0	0	45	90	1307.69
275	67.5	90	45	90	1537.11
276	67.5	67.5	0	0	1371.35
277	0	45	90	45	1283.42

278	67.5	45	67.5	22.5	1259.5
279	67.5	22.5	0	22.5	1105.63
280	45	45	45	67.5	1032.22
281	67.5	67.5	45	22.5	1259.5
282	45	0	0	0	916.046
283	0	67.5	22.5	90	1451.31
284	0	0	22.5	22.5	815.435
285	90	0	67.5	0	1487.22
286	22.5	0	0	0	821.884
287	22.5	0	0	45	900.073
288	45	67.5	67.5	0	1329.82
289	0	90	90	45	1558.93
290	0	90	0	90	1595.7
291	45	90	90	67.5	1537.11
292	90	67.5	90	45	1537.11
293	90	0	22.5	0	1260.15
294	22.5	22.5	45	45	881.309
295	45	90	0	22.5	1273.73
296	90	90	0	0	1595.7
297	0	45	90	0	1307.69
298	45	0	45	90	1283.42
299	67.5	22.5	22.5	22.5	1073.1
300	67.5	45	90	45	1313.57
301	22.5	22.5	45	22.5	845.169
302	22.5	90	0	45	1273.73
303	45	67.5	45	45	1032.22
304	67.5	0	0	45	1179.65
305	0	22.5	90	90	1562.14

306	90	45	90	67.5	1537.11
307	22.5	0	67.5	45	1142.76
308	67.5	90	22.5	0	1451.31
309	22.5	0	45	67.5	1142.76
310	67.5	90	45	45	1313.57
311	22.5	0	22.5	22.5	802.671
312	67.5	45	90	90	1537.11
313	90	0	90	22.5	1562.14
314	90	67.5	90	22.5	1624.48
315	0	0	67.5	0	1146.99
316	67.5	67.5	45	45	1187.43
317	45	22.5	90	90	1496.78
318	45	67.5	90	0	1448.41
319	0	90	67.5	22.5	1451.31
320	45	22.5	45	67.5	1085.77
321	0	90	22.5	67.5	1451.31
322	45	22.5	67.5	90	1382.41
323	90	22.5	0	22.5	1238.2
324	67.5	45	45	22.5	1085.77
325	22.5	67.5	67.5	22.5	1283.42
326	45	0	22.5	90	1273.73
327	22.5	22.5	45	67.5	1095.44
328	90	45	0	90	1558.93
329	22.5	90	67.5	22.5	1405.28
330	67.5	67.5	45	67.5	1316.02
331	0	90	45	45	1283.42
332	45	22.5	22.5	90	1229.94
333	22.5	0	67.5	22.5	1105.63

334	0	0	45	0	916.046
335	45	67.5	45	90	1313.57
336	0	45	0	22.5	900.073
337	67.5	67.5	45	90	1431.08
338	0	22.5	0	22.5	815.435
339	45	22.5	90	0	1273.73
340	90	90	22.5	22.5	1519
341	45	67.5	90	45	1313.57
342	67.5	67.5	0	45	1329.82
343	67.5	22.5	67.5	67.5	1409.37
344	67.5	22.5	45	45	1085.77
345	90	45	0	45	1283.42
346	67.5	22.5	67.5	45	1259.5
347	22.5	90	67.5	67.5	1521.02
348	45	22.5	67.5	45	1085.77
349	90	0	67.5	22.5	1451.31
350	90	67.5	45	22.5	1382.41
351	0	90	22.5	45	1273.73
352	90	45	67.5	45	1313.57
353	67.5	45	90	67.5	1431.08
354	67.5	0	90	90	1691.55
355	90	45	45	90	1430.54
356	45	90	0	90	1558.93
357	0	22.5	0	0	821.884
358	45	0	22.5	0	900.073
359	45	90	67.5	90	1537.11
360	0	0	22.5	0	821.884
361	90	45	67.5	67.5	1431.08

362	0	90	90	22.5	1562.14
363	0	0	90	45	1307.69
364	67.5	0	67.5	22.5	1332.75
365	0	22.5	90	45	1273.73
366	67.5	22.5	22.5	67.5	1283.42
367	45	0	90	90	1558.93
368	22.5	0	45	90	1273.73
369	22.5	0	90	22.5	1238.2
370	45	45	67.5	45	1032.22
371	22.5	90	22.5	90	1519
372	90	90	0	22.5	1562.14
373	45	22.5	90	22.5	1229.94
374	90	90	67.5	90	1701.07
375	67.5	90	22.5	67.5	1521.02
376	90	90	67.5	45	1537.11
377	0	90	90	67.5	1691.55
378	90	0	0	90	1595.7
379	45	0	45	45	950.755
380	90	0	45	22.5	1273.73
381	0	45	67.5	67.5	1329.82
382	22.5	67.5	45	45	1085.77
383	90	22.5	67.5	0	1451.31
384	45	90	45	90	1430.54
385	90	22.5	45	67.5	1382.41
386	0	22.5	90	22.5	1238.2
387	67.5	22.5	90	67.5	1521.02
388	45	90	90	45	1430.54
389	90	67.5	22.5	45	1382.41



390	67.5	0	0	0	1146.99
391	90	0	90	67.5	1691.55
392	45	22.5	67.5	22.5	1095.44
393	90	22.5	22.5	0	1238.2
394	0	0	90	67.5	1487.22
395	90	45	0	67.5	1448.41
396	90	67.5	67.5	0	1591.73
397	67.5	67.5	90	90	1615.54
398	90	67.5	45	67.5	1431.08
399	90	67.5	22.5	67.5	1521.02
400	0	90	45	90	1558.93
401	90	0	22.5	45	1273.73
402	67.5	22.5	45	90	1382.41
403	45	0	0	90	1307.69
404	67.5	0	45	0	1179.65
405	22.5	45	45	67.5	1085.77
406	22.5	67.5	22.5	0	1105.63
407	0	67.5	45	67.5	1329.82
408	67.5	22.5	0	45	1142.76
409	67.5	67.5	90	67.5	1520.7
410	0	22.5	22.5	45	876.791
411	0	67.5	22.5	22.5	1105.63
412	45	45	0	0	963.085
413	22.5	45	45	45	886.052
414	22.5	45	90	45	1220.97
415	90	67.5	22.5	90	1624.48
416	67.5	90	90	45	1537.11
417	22.5	90	0	0	1260.15

418	0	90	0	45	1307.69
419	45	45	22.5	22.5	881.309
420	45	45	22.5	67.5	1085.77
421	45	90	67.5	67.5	1431.08
422	22.5	45	22.5	45	881.309
423	0	0	67.5	45	1179.65
424	0	22.5	45	22.5	876.791
425	45	67.5	45	22.5	1085.77
426	67.5	67.5	67.5	90	1520.7
427	22.5	45	22.5	67.5	1095.44
428	22.5	67.5	90	90	1624.48
429	90	0	90	0	1595.7
430	22.5	67.5	67.5	90	1521.02
431	22.5	22.5	22.5	67.5	1073.1
432	45	0	67.5	67.5	1329.82
433	67.5	22.5	90	45	1382.41
434	90	90	45	67.5	1537.11
435	67.5	0	45	22.5	1142.76
436	22.5	67.5	45	67.5	1259.5
437	22.5	67.5	67.5	0	1332.75
438	67.5	22.5	90	22.5	1405.28
439	45	67.5	0	45	1152.75
440	67.5	90	90	22.5	1624.48
441	67.5	0	67.5	67.5	1484.23
442	90	0	90	90	1783.96
443	22.5	22.5	90	67.5	1405.28
444	22.5	90	45	0	1273.73
445	0	67.5	45	45	1152.75

446	22.5	90	90	22.5	1519
447	0	45	67.5	90	1448.41
448	45	90	0	45	1283.42
449	22.5	90	67.5	0	1451.31
450	22.5	90	22.5	0	1238.2
451	90	67.5	90	67.5	1615.54
452	22.5	22.5	45	0	876.791
453	22.5	90	90	90	1720.03
454	22.5	90	45	90	1496.78
455	45	45	90	45	1170.26
456	90	67.5	0	90	1691.55
457	0	67.5	67.5	90	1591.73
458	0	22.5	0	45	900.073
459	22.5	45	45	22.5	881.309
460	45	90	22.5	67.5	1382.41
461	90	90	45	22.5	1496.78
462	67.5	45	0	67.5	1329.82
463	90	45	22.5	22.5	1229.94
464	67.5	45	0	90	1448.41
465	22.5	45	22.5	0	876.791
466	0	90	67.5	67.5	1591.73
467	22.5	90	45	22.5	1229.94
468	0	0	90	0	1275.35
469	67.5	22.5	67.5	90	1521.02
470	22.5	22.5	22.5	90	1208.48
471	45	90	67.5	45	1313.57
472	45	0	22.5	67.5	1142.76
473	45	0	45	67.5	1152.75

474	22.5	45	0	45	927.346
475	45	67.5	67.5	22.5	1259.5
476	90	90	22.5	67.5	1624.48
477	0	90	0	22.5	1260.15
478	67.5	0	0	90	1487.22
479	0	45	67.5	45	1152.75
480	22.5	22.5	22.5	45	845.169
481	22.5	67.5	67.5	45	1259.5
482	67.5	0	22.5	45	1142.76
483	22.5	90	22.5	22.5	1208.48
484	90	0	45	45	1283.42
485	67.5	90	67.5	22.5	1521.02
486	67.5	45	22.5	0	1142.76
487	0	45	22.5	90	1273.73
488	67.5	90	67.5	0	1591.73
489	67.5	0	0	67.5	1371.35
490	45	67.5	67.5	67.5	1316.02
491	45	22.5	45	0	927.346
492	45	67.5	22.5	67.5	1259.5
493	22.5	22.5	67.5	67.5	1283.42
494	90	0	45	90	1558.93
495	0	67.5	0	67.5	1371.35
496	0	67.5	67.5	45	1329.82
497	45	67.5	22.5	45	1085.77
498	90	67.5	45	90	1537.11
499	0	22.5	67.5	0	1129.89
500	45	0	45	0	963.085
501	45	45	45	90	1170.26

502	0	22.5	22.5	90	1238.2
503	0	22.5	22.5	22.5	802.671
504	45	45	45	22.5	886.052
505	45	45	22.5	0	927.346
506	90	0	0	0	1275.35
507	22.5	22.5	45	90	1229.94
508	45	0	90	45	1283.42
509	90	45	67.5	22.5	1382.41
510	22.5	22.5	0	67.5	1105.63
511	0	67.5	90	90	1691.55
512	0	22.5	67.5	45	1142.76
513	67.5	0	90	0	1487.22
514	67.5	22.5	0	90	1451.31
515	67.5	0	45	45	1152.75
516	0	67.5	0	0	1146.99
517	67.5	45	90	0	1448.41
518	67.5	45	90	22.5	1382.41
519	22.5	0	0	22.5	815.435
520	0	45	0	45	963.085
521	90	45	90	90	1634.29
522	90	22.5	22.5	90	1519
523	22.5	22.5	67.5	0	1105.63
524	45	67.5	22.5	0	1142.76
525	45	67.5	45	0	1152.75
526	67.5	90	45	67.5	1431.08
527	0	90	45	0	1307.69
528	90	90	90	90	1777.21
529	67.5	0	67.5	90	1591.73

530	0	0	0	90	1275.35
531	22.5	45	67.5	67.5	1259.5
532	45	67.5	90	67.5	1431.08
533	90	67.5	67.5	67.5	1520.7
534	0	67.5	22.5	67.5	1332.75
535	90	0	22.5	90	1562.14
536	90	90	67.5	22.5	1624.48
537	0	22.5	45	90	1273.73
538	90	90	45	0	1558.93
539	90	90	45	45	1430.54
540	45	0	22.5	45	927.346
541	22.5	0	22.5	90	1238.2
542	67.5	45	45	45	1032.22
543	67.5	90	67.5	45	1431.08
544	90	0	90	45	1558.93
545	45	90	22.5	0	1273.73
546	90	90	90	0	1783.96
547	67.5	90	0	22.5	1451.31
548	67.5	67.5	22.5	90	1521.02
549	90	22.5	45	45	1220.97
550	0	90	22.5	22.5	1238.2
551	0	45	22.5	22.5	876.791
552	45	90	67.5	0	1448.41
553	45	0	0	45	963.085
554	90	45	22.5	67.5	1382.41
555	22.5	22.5	0	90	1238.2
556	67.5	67.5	45	0	1329.82
557	90	45	0	0	1307.69

558	90	67.5	67.5	22.5	1521.02
559	0	45	67.5	0	1179.65
560	45	0	45	22.5	927.346
561	45	45	67.5	67.5	1187.43
562	22.5	0	22.5	0	815.435
563	67.5	22.5	22.5	90	1405.28
564	45	67.5	0	22.5	1142.76
565	22.5	45	67.5	0	1142.76
566	90	0	0	45	1307.69
567	0	67.5	90	67.5	1591.73
568	45	67.5	22.5	22.5	1095.44
569	67.5	67.5	90	22.5	1521.02
570	22.5	45	22.5	90	1229.94
571	0	90	22.5	0	1260.15
572	90	90	22.5	45	1496.78
573	0	45	45	22.5	927.346
574	90	45	90	22.5	1496.78
575	22.5	67.5	90	45	1382.41
576	22.5	22.5	90	45	1229.94
577	67.5	67.5	0	22.5	1332.75
578	45	0	90	22.5	1273.73
579	22.5	90	0	67.5	1451.31
580	45	0	22.5	22.5	876.791
581	67.5	22.5	67.5	0	1332.75
582	22.5	22.5	67.5	90	1405.28
583	22.5	67.5	0	90	1451.31
584	45	22.5	45	90	1220.97
585	45	45	45	45	849.685

586	0	90	67.5	0	1487.22
587	45	45	67.5	0	1152.75
588	0	0	22.5	90	1260.15
589	0	67.5	0	22.5	1129.89
590	45	45	0	90	1283.42
591	0	0	0	67.5	1146.99
592	45	90	0	0	1307.69
593	90	22.5	90	45	1496.78
594	22.5	45	67.5	45	1085.77
595	0	45	45	45	950.755
596	0	45	45	67.5	1152.75
597	22.5	45	90	22.5	1229.94
598	90	22.5	0	67.5	1451.31
599	45	67.5	22.5	90	1382.41
600	67.5	0	45	67.5	1329.82
601	45	90	67.5	22.5	1382.41
602	45	67.5	90	90	1537.11
603	67.5	45	0	22.5	1142.76
604	45	22.5	22.5	67.5	1095.44
605	22.5	45	45	90	1220.97
606	45	90	90	0	1558.93
607	0	67.5	22.5	45	1142.76
608	90	45	90	0	1558.93
609	45	67.5	90	22.5	1382.41
610	0	0	67.5	22.5	1129.89
611	22.5	90	67.5	90	1624.48
612	22.5	90	90	45	1496.78
613	67.5	67.5	90	0	1591.73



614	45	22.5	0	90	1273.73
615	0	45	90	90	1558.93
616	45	22.5	67.5	67.5	1259.5
617	90	67.5	0	0	1487.22
618	90	0	67.5	90	1691.55
619	22.5	67.5	45	90	1382.41
620	67.5	45	45	67.5	1187.43
621	45	45	22.5	90	1220.97
622	90	45	45	45	1170.26
623	22.5	67.5	22.5	90	1405.28
624	67.5	90	90	90	1701.07
625	22.5	22.5	0	22.5	802.671

Tablo A.39: CCD deney seti (Tablo 9.4’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	22.5	22.5	67.5	22.5	1073.1
2	67.5	67.5	22.5	67.5	1409.37
3	22.5	67.5	67.5	67.5	1409.37
4	22.5	22.5	22.5	67.5	1073.1
5	67.5	22.5	22.5	67.5	1283.42
6	22.5	22.5	22.5	22.5	782.853
7	90	45	45	45	1170.26
8	22.5	22.5	67.5	67.5	1283.42
9	45	45	45	90	1170.26
10	0	45	45	45	950.755
11	45	0	45	45	950.755
12	45	45	0	45	950.755
13	22.5	67.5	67.5	22.5	1283.42
14	45	90	45	45	1170.26
15	22.5	67.5	22.5	22.5	1073.1
16	67.5	67.5	67.5	67.5	1416.54
17	67.5	22.5	22.5	22.5	1073.1
18	67.5	22.5	67.5	67.5	1409.37
19	22.5	67.5	22.5	67.5	1283.42
20	45	45	90	45	1170.26
21	67.5	67.5	22.5	22.5	1283.42
22	67.5	22.5	67.5	22.5	1283.42
23	67.5	67.5	67.5	22.5	1409.37
24	45	45	45	45	849.685
25	45	45	45	0	950.755

Tablo A.40: BBD deney seti (Tablo 9.5’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	45	90	45	0	1283.42
2	0	45	0	45	963.085
3	45	0	45	90	1283.42
4	45	0	45	0	963.085
5	45	0	0	45	963.085
6	45	45	0	0	963.085
7	45	0	90	45	1283.42
8	45	45	90	0	1283.42
9	90	45	0	45	1283.42
10	0	90	45	45	1283.42
11	0	45	45	90	1283.42
12	45	45	0	90	1283.42
13	90	45	45	90	1430.54
14	90	0	45	45	1283.42
15	0	45	45	0	963.085
16	90	90	45	45	1430.54
17	90	45	90	45	1430.54
18	90	45	45	0	1283.42
19	45	45	45	45	849.685
20	45	45	90	90	1430.54
21	45	90	90	45	1430.54
22	0	0	45	45	963.085
23	45	90	0	45	1283.42
24	0	45	90	45	1283.42
25	45	90	45	90	1430.54

Tablo A.41: D-Optimal deney seti (Tablo 9.6’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	67.5	90	67.5	67.5	1520.7
2	90	22.5	45	45	1220.97
3	90	67.5	22.5	0	1451.31
4	67.5	45	67.5	45	1187.43
5	0	22.5	0	22.5	815.435
6	45	90	22.5	67.5	1382.41
7	22.5	67.5	90	90	1624.48
8	45	0	67.5	0	1179.65
9	90	67.5	67.5	90	1615.54
10	22.5	90	45	22.5	1229.94
11	67.5	90	45	90	1537.11
12	0	45	45	22.5	927.346
13	22.5	22.5	67.5	45	1095.44
14	90	45	90	45	1430.54
15	90	90	45	67.5	1537.11
16	67.5	67.5	22.5	67.5	1409.37
17	90	45	45	90	1430.54
18	45	45	22.5	0	927.346
19	67.5	22.5	22.5	45	1095.44
20	0	45	22.5	90	1273.73
21	67.5	67.5	0	90	1591.73
22	0	67.5	67.5	45	1329.82
23	90	0	22.5	90	1562.14
24	22.5	67.5	45	67.5	1259.5
25	22.5	0	0	45	900.073

---

26	0	0	67.5	22.5	1129.89
27	90	90	90	90	1777.21
28	0	22.5	45	67.5	1142.76
29	45	0	0	90	1307.69
30	45	67.5	45	90	1313.57
31	22.5	22.5	90	22.5	1208.48
32	45	0	22.5	45	927.346
33	90	67.5	0	45	1448.41
34	22.5	90	67.5	90	1624.48
35	0	90	22.5	22.5	1238.2
36	90	22.5	0	90	1562.14
37	0	45	0	45	963.085
38	45	22.5	67.5	22.5	1095.44
39	45	22.5	90	0	1273.73
40	0	90	90	67.5	1691.55
41	90	45	22.5	67.5	1382.41
42	22.5	90	0	67.5	1451.31
43	67.5	90	0	45	1448.41
44	22.5	22.5	0	0	815.435
45	22.5	0	67.5	67.5	1332.75
46	45	0	90	67.5	1448.41
47	0	90	0	90	1595.7
48	22.5	67.5	22.5	45	1095.44
49	67.5	0	67.5	90	1591.73
50	67.5	67.5	90	0	1591.73
51	67.5	67.5	45	45	1187.43
52	90	90	67.5	22.5	1624.48
53	0	67.5	0	67.5	1371.35

---

54	90	67.5	45	22.5	1382.41
55	0	45	90	0	1307.69
56	22.5	45	90	67.5	1382.41
57	90	22.5	67.5	67.5	1521.02
58	22.5	22.5	22.5	67.5	1073.1
59	90	90	0	0	1595.7
60	22.5	67.5	0	22.5	1105.63
61	90	90	22.5	45	1496.78
62	67.5	0	90	45	1448.41
63	0	22.5	90	90	1562.14
64	90	0	90	22.5	1562.14
65	67.5	45	22.5	22.5	1095.44
66	67.5	67.5	67.5	22.5	1409.37
67	0	45	67.5	67.5	1329.82
68	67.5	22.5	90	67.5	1521.02
69	90	45	0	22.5	1273.73
70	67.5	90	90	22.5	1624.48
71	0	90	45	45	1283.42
72	22.5	67.5	67.5	0	1332.75
73	90	45	67.5	0	1448.41
74	22.5	45	0	90	1273.73
75	45	67.5	67.5	67.5	1316.02
76	0	0	22.5	67.5	1129.89
77	67.5	22.5	45	22.5	1095.44
78	45	67.5	0	0	1179.65
79	0	90	67.5	0	1487.22
80	45	0	45	22.5	927.346
81	67.5	0	45	0	1179.65

---

82	22.5	22.5	45	90	1229.94
83	67.5	22.5	0	67.5	1332.75
84	45	45	45	45	849.685
85	45	45	90	22.5	1220.97
86	67.5	45	90	90	1537.11
87	90	22.5	45	0	1273.73
88	67.5	45	0	0	1179.65
89	45	90	90	90	1634.29
90	0	0	45	90	1307.69
91	0	0	90	45	1307.69
92	22.5	90	90	45	1496.78
93	67.5	22.5	67.5	90	1521.02
94	0	22.5	22.5	0	815.435
95	22.5	0	90	0	1260.15
96	22.5	45	45	0	927.346
97	67.5	45	45	67.5	1187.43
98	45	67.5	22.5	22.5	1095.44
99	22.5	90	22.5	90	1519
100	22.5	0	22.5	22.5	802.671
101	0	67.5	90	22.5	1451.31
102	67.5	90	22.5	0	1451.31
103	45	90	45	0	1283.42
104	45	45	0	67.5	1152.75
105	45	45	67.5	90	1313.57
106	45	90	0	22.5	1273.73
107	0	0	0	0	822.617
108	45	67.5	90	45	1313.57
109	22.5	45	67.5	22.5	1095.44

---

---

110	45	22.5	0	45	927.346
111	45	22.5	22.5	90	1229.94
112	90	22.5	22.5	22.5	1208.48
113	90	0	67.5	45	1448.41
114	90	67.5	90	67.5	1615.54
115	67.5	0	0	22.5	1129.89
116	0	67.5	45	0	1179.65
117	90	0	0	67.5	1487.22
118	45	90	67.5	45	1313.57

---



Tablo A.42: Taguchi deney seti (Tablo 9.7’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	0	0	0	0	822.617
2	0	22.5	22.5	22.5	802.671
3	0	45	45	45	950.755
4	0	67.5	67.5	67.5	1484.23
5	0	90	90	90	1783.96
6	22.5	0	22.5	45	876.791
7	22.5	22.5	45	67.5	1095.44
8	22.5	45	67.5	90	1382.41
9	22.5	67.5	90	0	1451.31
10	22.5	90	0	22.5	1238.2
11	45	0	45	90	1283.42
12	45	22.5	67.5	0	1142.76
13	45	45	90	22.5	1220.97
14	45	67.5	0	45	1152.75
15	45	90	22.5	67.5	1382.41
16	67.5	0	67.5	22.5	1332.75
17	67.5	22.5	90	45	1382.41
18	67.5	45	0	67.5	1329.82
19	67.5	67.5	22.5	90	1521.02
20	67.5	90	45	0	1448.41
21	90	0	90	67.5	1691.55
22	90	22.5	0	90	1562.14
23	90	45	22.5	0	1273.73
24	90	67.5	45	22.5	1382.41
25	90	90	67.5	45	1537.11

Tablo A.43: BBD-CCD deney seti (Tablo 9.8’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	45	90	45	0	1283.42
2	0	45	0	45	963.085
3	45	0	45	90	1283.42
4	45	0	45	0	963.085
5	45	0	0	45	963.085
6	45	45	0	0	963.085
7	45	0	90	45	1283.42
8	45	45	90	0	1283.42
9	90	45	0	45	1283.42
10	0	90	45	45	1283.42
11	0	45	45	90	1283.42
12	45	45	0	90	1283.42
13	90	45	45	90	1430.54
14	90	0	45	45	1283.42
15	0	45	45	0	963.085
16	90	90	45	45	1430.54
17	90	45	90	45	1430.54
18	90	45	45	0	1283.42
19	45	45	45	45	849.685
20	45	45	90	90	1430.54
21	45	90	90	45	1430.54
22	0	0	45	45	963.085
23	45	90	0	45	1283.42
24	0	45	90	45	1283.42
25	45	90	45	90	1430.54

---

26	22.5	22.5	67.5	22.5	1073.1
27	67.5	67.5	22.5	67.5	1409.37
28	22.5	67.5	67.5	67.5	1409.37
29	22.5	22.5	22.5	67.5	1073.1
30	67.5	22.5	22.5	67.5	1283.42
31	22.5	22.5	22.5	22.5	782.853
32	90	45	45	45	1170.26
33	22.5	22.5	67.5	67.5	1283.42
34	45	45	45	90	1170.26
35	0	45	45	45	950.755
36	45	0	45	45	950.755
37	45	45	0	45	950.755
38	22.5	67.5	67.5	22.5	1283.42
39	45	90	45	45	1170.26
40	22.5	67.5	22.5	22.5	1073.1
41	67.5	67.5	67.5	67.5	1416.54
42	67.5	22.5	22.5	22.5	1073.1
43	67.5	22.5	67.5	67.5	1409.37
44	22.5	67.5	22.5	67.5	1283.42
45	45	45	90	45	1170.26
46	67.5	67.5	22.5	22.5	1283.42
47	67.5	22.5	67.5	22.5	1283.42
48	67.5	67.5	67.5	22.5	1409.37
49	45	45	45	0	950.755

---

Tablo A.44: BBD-Taguchi deney seti (Tablo 9.8’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	45	90	45	0	1283.42
2	0	45	0	45	963.085
3	45	0	45	0	963.085
4	45	0	0	45	963.085
5	45	45	0	0	963.085
6	45	0	90	45	1283.42
7	45	45	90	0	1283.42
8	90	45	0	45	1283.42
9	0	90	45	45	1283.42
10	0	45	45	90	1283.42
11	45	45	0	90	1283.42
12	90	45	45	90	1430.54
13	90	0	45	45	1283.42
14	0	45	45	0	963.085
15	90	90	45	45	1430.54
16	90	45	90	45	1430.54
17	90	45	45	0	1283.42
18	45	45	45	45	849.685
19	45	45	90	90	1430.54
20	45	90	90	45	1430.54
21	0	0	45	45	963.085
22	45	90	0	45	1283.42
23	0	45	90	45	1283.42
24	45	90	45	90	1430.54
25	0	0	0	0	822.617
26	0	22.5	22.5	22.5	802.671

---

27	0	45	45	45	950.755
28	0	67.5	67.5	67.5	1484.23
29	0	90	90	90	1783.96
30	22.5	0	22.5	45	876.791
31	22.5	22.5	45	67.5	1095.44
32	22.5	45	67.5	90	1382.41
33	22.5	67.5	90	0	1451.31
34	22.5	90	0	22.5	1238.2
35	45	0	45	90	1283.42
36	45	22.5	67.5	0	1142.76
37	45	45	90	22.5	1220.97
38	45	67.5	0	45	1152.75
39	45	90	22.5	67.5	1382.41
40	67.5	0	67.5	22.5	1332.75
41	67.5	22.5	90	45	1382.41
42	67.5	45	0	67.5	1329.82
43	67.5	67.5	22.5	90	1521.02
44	67.5	90	45	0	1448.41
45	90	0	90	67.5	1691.55
46	90	22.5	0	90	1562.14
47	90	45	22.5	0	1273.73
48	90	67.5	45	22.5	1382.41
49	90	90	67.5	45	1537.11

---

Tablo A.45: BBD-CCD-Taguchi deney seti (Tablo 9.8’de yer alan modeller oluşturulurken kullanılan deney seti)

No	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	T <sub>cr</sub>
1	45	90	45	0	1283.42
2	0	45	0	45	963.085
3	45	0	45	90	1283.42
4	45	0	45	0	963.085
5	45	0	0	45	963.085
6	45	45	0	0	963.085
7	45	0	90	45	1283.42
8	45	45	90	0	1283.42
9	90	45	0	45	1283.42
10	0	90	45	45	1283.42
11	0	45	45	90	1283.42
12	45	45	0	90	1283.42
13	90	45	45	90	1430.54
14	90	0	45	45	1283.42
15	0	45	45	0	963.085
16	90	90	45	45	1430.54
17	90	45	90	45	1430.54
18	90	45	45	0	1283.42
19	45	45	45	45	849.685
20	45	45	90	90	1430.54
21	45	90	90	45	1430.54
22	0	0	45	45	963.085
23	45	90	0	45	1283.42
24	0	45	90	45	1283.42
25	45	90	45	90	1430.54
26	22.5	22.5	67.5	22.5	1073.1

---

27	67.5	67.5	22.5	67.5	1409.37
28	22.5	67.5	67.5	67.5	1409.37
29	22.5	22.5	22.5	67.5	1073.1
30	67.5	22.5	22.5	67.5	1283.42
31	22.5	22.5	22.5	22.5	782.853
32	90	45	45	45	1170.26
33	22.5	22.5	67.5	67.5	1283.42
34	45	45	45	90	1170.26
35	45	0	45	45	950.755
36	45	45	0	45	950.755
37	22.5	67.5	67.5	22.5	1283.42
38	45	90	45	45	1170.26
39	22.5	67.5	22.5	22.5	1073.1
40	67.5	67.5	67.5	67.5	1416.54
41	67.5	22.5	22.5	22.5	1073.1
42	67.5	22.5	67.5	67.5	1409.37
43	22.5	67.5	22.5	67.5	1283.42
44	45	45	90	45	1170.26
45	67.5	67.5	22.5	22.5	1283.42
46	67.5	22.5	67.5	22.5	1283.42
47	67.5	67.5	67.5	22.5	1409.37
48	45	45	45	0	950.755
49	0	0	0	0	822.617
50	0	22.5	22.5	22.5	802.671
51	0	45	45	45	950.755
52	0	67.5	67.5	67.5	1484.23
53	0	90	90	90	1783.96
54	22.5	0	22.5	45	876.791

---

---

55	22.5	22.5	45	67.5	1095.44
56	22.5	45	67.5	90	1382.41
57	22.5	67.5	90	0	1451.31
58	22.5	90	0	22.5	1238.2
59	45	22.5	67.5	0	1142.76
60	45	45	90	22.5	1220.97
61	45	67.5	0	45	1152.75
62	45	90	22.5	67.5	1382.41
63	67.5	0	67.5	22.5	1332.75
64	67.5	22.5	90	45	1382.41
65	67.5	45	0	67.5	1329.82
66	67.5	67.5	22.5	90	1521.02
67	67.5	90	45	0	1448.41
68	90	0	90	67.5	1691.55
69	90	22.5	0	90	1562.14
70	90	45	22.5	0	1273.73
71	90	67.5	45	22.5	1382.41
72	90	90	67.5	45	1537.11

---



# Bölüm 10

(\*Tablo A.46:Kritik burkulma yükünü modellemede önerilen matematiksel modeller---  
Tablo 10.3'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*L\*)

$$\ln[f] := L = -2620.52 x_1 - 482.753 x_2 - 0.865144 x_3 + 2.0262 x_4 + 1.10895 x_5 - 0.271943 x_6 + 2578.81;$$

(\*LR\*)

$$\ln[f] := LR = \frac{4956.68 x_1 + 684.165 x_2 - 168.315 x_3 - 35.3051 x_4 - 65.7556 x_5 - 14.691 x_6 + 39\,646.9}{98.3453 x_1 + 17.2821 x_2 - 0.201182 x_3 - 0.04697 x_4 - 0.103662 x_5 - 0.00846491 x_6 - 6.7137};$$

(\*SON\*)

$$\begin{aligned} SON = & 7418.83 x_1^2 + 3724.92 x_1 x_2 - 7.37003 x_1 x_3 - 13.0484 x_1 x_4 + 4.05459 x_1 x_5 - 0.192695 x_1 x_6 - \\ & 13\,517.4 x_1 + 231.99 x_2^2 + 0.244885 x_2 x_3 - 2.4869 x_2 x_4 - 0.122443 x_2 x_5 + 1.68166 x_2 x_6 10^{-13} - \\ & 2700.27 x_2 - 0.0383005 x_3^2 + 4.72987 x_3 x_4 10^{-16} + 0.00272095 x_3 x_5 + 5.05264 x_3 x_6 10^{-16} + \\ & 6.88491 x_3 - 0.0883568 x_4^2 + 0.00687159 x_4 x_5 - 4.48872 x_4 x_6 10^{-16} + 18.2151 x_4 - \\ & 0.0479098 x_5^2 + 3.60097 x_5 x_6 10^{-16} + 2.86207 x_5 + 0.0297234 x_6^2 - 2.57722 x_6 + 5903.13; \end{aligned}$$

(\*SONR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f] := SONR = & (955\,555. x_1^2 + 7.50563 \times 10^6 x_1 x_2 + 2.24704 \times 10^8 x_1 x_3 + 2.02603 \times 10^8 x_1 x_4 + 2.53529 \times 10^8 x_1 x_5 + \\ & 3.03621 \times 10^8 x_1 x_6 + 7.31679 \times 10^6 x_1 + 4.7614 \times 10^6 x_2^2 + 6.61791 \times 10^8 x_2 x_3 + 5.36601 \times 10^8 x_2 x_4 + \\ & 5.82654 \times 10^8 x_2 x_5 + 6.31645 \times 10^8 x_2 x_6 + 1.72435 \times 10^7 x_2 + 9.57368 \times 10^9 x_3^2 + \\ & 1.70885 \times 10^{10} x_3 x_4 + 2.7227 \times 10^{10} x_3 x_5 + 2.80911 \times 10^{10} x_3 x_6 + 6.43821 \times 10^8 x_3 + \\ & 8.29713 \times 10^9 x_4^2 + 2.59841 \times 10^{10} x_4 x_5 + 2.13471 \times 10^{10} x_4 x_6 + 5.34105 \times 10^8 x_4 + 9.42402 \times 10^9 x_5^2 + \\ & 2.16394 \times 10^{10} x_5 x_6 + 6.45748 \times 10^8 x_5 + 8.93041 \times 10^9 x_6^2 + 6.8181 \times 10^8 x_6 + 4.35474 \times 10^6) / \\ & (-6.07425 \times 10^7 x_1^2 - 8.70174 \times 10^7 x_1 x_2 + 1.07754 \times 10^{10} x_1 x_3 + 1.52592 \times 10^{10} x_1 x_4 + \\ & 1.2302 \times 10^{10} x_1 x_5 - 6.24158 \times 10^9 x_1 x_6 - 3.30035 \times 10^8 x_1 + 1.5783 \times 10^8 x_2^2 + 6.03272 \times 10^9 x_2 x_3 + \\ & 7.67241 \times 10^9 x_2 x_4 - 8.8872 \times 10^8 x_2 x_5 - 6.81011 \times 10^9 x_2 x_6 + 1.62153 \times 10^8 x_2 - 2.1581 \times 10^9 x_3^2 + \\ & 1.72138 \times 10^9 x_3 x_4 + 3.08629 \times 10^9 x_3 x_5 - 2.17759 \times 10^8 x_3 x_6 - 1.03805 \times 10^{10} x_3 + \\ & 2.73895 \times 10^8 x_4^2 - 5.52165 \times 10^9 x_4 x_5 + 3.11232 \times 10^9 x_4 x_6 - 1.32991 \times 10^{10} x_4 + 5.41831 \times 10^9 x_5^2 - \\ & 8.10284 \times 10^9 x_5 x_6 + 5.00198 \times 10^9 x_5 + 2.52936 \times 10^9 x_6^2 + 4.40846 \times 10^9 x_6 - 7.95964 \times 10^7); \end{aligned}$$

(\*TON\*)

$$\begin{aligned}
\text{TON} = & 1713.49 x_1^3 + 779.944 x_1^2 x_2 + 4.89363 x_1^2 x_3 + 9.69314 x_1^2 x_4 + 1.21838 x_1^2 x_5 + 6.48799 x_1^2 x_6 - \\
& 1336.86 x_1^2 + 641.472 x_1 x_2^2 + 1.29335 x_1 x_2 x_3 + 8.94281 x_1 x_2 x_4 + 5.26732 x_1 x_2 x_5 + \\
& 3.55674 x_1 x_2 x_6 - 751.24 x_1 x_2 - 0.00702183 x_1 x_3^2 + 0.00536006 x_1 x_3 x_4 - 0.145111 x_1 x_3 x_5 - \\
& 0.813165 x_1 x_3 x_6 - 10.424 x_1 x_3 - 0.191665 x_1 x_4^2 + 0.0311873 x_1 x_4 x_5 - 0.0124094 x_1 x_4 x_6 - \\
& 15.7455 x_1 x_4 + 0.127495 x_1 x_5^2 - 0.111963 x_1 x_5 x_6 - 7.64037 x_1 x_5 + 0.0413324 x_1 x_6^2 - 13.864 x_1 x_6 - \\
& 662.446 x_1 + 232.119 x_2^3 - 0.00132166 x_2^2 x_3 + 6.17512 x_2^2 x_4 - 0.917799 x_2^2 x_5 + 0.791585 x_2^2 x_6 - \\
& 433.502 x_2^2 + 0.0543096 x_2 x_3^2 + 0.0450418 x_2 x_3 x_4 - 2.96488 x_2 x_3 x_5 10^{-16} + 0.0255897 x_2 x_3 x_6 - \\
& 8.72066 x_2 x_3 - 0.205166 x_2 x_4^2 + 0.00472452 x_2 x_4 x_5 + 0.0591139 x_2 x_4 x_6 - 5.83835 x_2 x_4 + \\
& 0.108687 x_2 x_5^2 + 2.12645 x_2 x_5 x_6 10^{-15} - 10.8346 x_2 x_5 + 0.0216582 x_2 x_6^2 - 9.1509 x_2 x_6 - \\
& 668.725 x_2 - 0.00119744 x_3^3 - 0.000276688 x_3^2 x_4 - 0.000409589 x_3^2 x_5 + 0.0000402164 x_3^2 x_6 + \\
& 0.0240028 x_3^2 - 0.000339602 x_3 x_4^2 - 0.000440241 x_3 x_4 x_5 - 7.48555 x_3 x_4 x_6 10^{-18} + 0.0275122 x_3 x_4 - \\
& 0.000196899 x_3 x_5^2 + 0.0017822 x_3 x_5 x_6 + 0.0679123 x_3 x_5 + 0.00014254 x_3 x_6^2 + 0.290851 x_3 x_6 + \\
& 17.3884 x_3 + 0.00206407 x_4^3 + 0.000373749 x_4^2 x_5 - 0.000470578 x_4^2 x_6 + 0.113249 x_4^2 + \\
& 0.000290043 x_4 x_5^2 - 0.000209464 x_4 x_5 x_6 - 0.0431506 x_4 x_5 + 0.0000413722 x_4 x_6^2 - 0.00475551 x_4 x_6 - \\
& 0.150731 x_4 - 0.00133191 x_5^3 - 0.000528088 x_5^2 x_6 - 0.0192204 x_5^2 - 0.000409589 x_5 x_6^2 + \\
& 0.0704952 x_5 x_6 + 11.6446 x_5 - 0.000822072 x_6^3 + 0.027801 x_6^2 + 14.3542 x_6 + 1597.52;
\end{aligned}$$

(\*TONR\*)

$\ln[f_{\circ}] :=$  TONR =

$$\begin{aligned} & (1.00015 x_1^3 + 3.00056 x_2 x_1^2 + 2.83522 x_3 x_1^2 + 3.28101 x_4 x_1^2 + 3.16863 x_5 x_1^2 + 2.8546 x_6 x_1^2 + 3.0008 x_1^2 + \\ & 2.99762 x_2^2 x_1 - 3.25436 x_3^2 x_1 + 16.8462 x_4^2 x_1 + 4.7681 x_5^2 x_1 - 12.8309 x_6^2 x_1 + 5.99275 x_2 x_1 + \\ & 4.64501 x_2 x_3 x_1 + 4.58902 x_3 x_1 + 7.26952 x_2 x_4 x_1 + 16.0809 x_3 x_4 x_1 + 7.15802 x_4 x_1 + \\ & 6.62406 x_2 x_5 x_1 - 5.59534 x_3 x_5 x_1 + 50.7854 x_4 x_5 x_1 + 6.49642 x_5 x_1 + 4.67919 x_2 x_6 x_1 - \\ & 19.4655 x_3 x_6 x_1 + 38.0495 x_4 x_6 x_1 + 0.405579 x_5 x_6 x_1 + 4.80338 x_6 x_1 + 2.99807 x_1 + 0.998348 x_2^3 - \\ & 25.3647 x_3^3 - 41.9651 x_4^3 - 58.3227 x_5^3 - 400.633 x_6^3 + 2.98828 x_2^2 - 23.9273 x_2 x_3^2 - 27.2266 x_3^2 + \\ & 12.9826 x_2 x_4^2 - 497.015 x_3 x_4^2 + 4.63711 x_4^2 + 4.98445 x_2 x_5^2 - 275.485 x_3 x_5^2 + 426.225 x_4 x_5^2 - \\ & 4.65681 x_5^2 - 50.688 x_2 x_6^2 - 1713.49 x_3 x_6^2 - 146.635 x_4 x_6^2 - 1421.83 x_5 x_6^2 - 50.5806 x_6^2 + \\ & 2.98928 x_2 + 2.14188 x_2^2 x_3 + 2.55214 x_2 x_3 + 2.05103 x_3 + 3.31861 x_2^2 x_4 + 358.521 x_3^2 x_4 + \\ & 7.04947 x_2 x_4 - 3.51859 x_2 x_3 x_4 - 26.895 x_3 x_4 + 3.15005 x_4 + 3.00053 x_2^2 x_5 + 415.904 x_3^2 x_5 + \\ & 293.821 x_4^2 x_5 + 5.99544 x_2 x_5 - 30.0398 x_2 x_3 x_5 - 60.1791 x_3 x_5 + 70.0859 x_2 x_4 x_5 + 93.1743 x_3 x_4 x_5 + \\ & 40.3629 x_4 x_5 + 2.8766 x_5 + 2.06459 x_2^2 x_6 - 799.09 x_3^2 x_6 + 563.767 x_4^2 x_6 + 36.5326 x_5^2 x_6 + \\ & 2.41929 x_2 x_6 - 109.919 x_2 x_3 x_6 - 112.776 x_3 x_6 + 14.76 x_2 x_4 x_6 + 1055.71 x_3 x_4 x_6 + 7.34523 x_4 x_6 - \\ & 55.9785 x_2 x_5 x_6 + 283.221 x_3 x_5 x_6 + 1311.07 x_4 x_5 x_6 - 57.3713 x_5 x_6 + 2.1065 x_6 + 0.998637) / \\ & (0.991965 x_1^3 + 2.90672 x_2 x_1^2 + 58.3207 x_3 x_1^2 - 55.1498 x_4 x_1^2 - 52.6211 x_5 x_1^2 + 57.1537 x_6 x_1^2 + \\ & 2.89387 x_1^2 + 2.94848 x_2^2 x_1 - 270.679 x_3^2 x_1 + 227.63 x_4^2 x_1 + 75.5125 x_5^2 x_1 - 358.612 x_6^2 x_1 + \\ & 5.47895 x_2 x_1 + 220.05 x_2 x_3 x_1 + 215.204 x_3 x_1 - 241.072 x_2 x_4 x_1 + 206.533 x_3 x_4 x_1 - 227.702 x_4 x_1 - \\ & 221.01 x_2 x_5 x_1 + 655.217 x_3 x_5 x_1 - 213.137 x_4 x_5 x_1 - 220.67 x_5 x_1 + 221.451 x_2 x_6 x_1 - \\ & 926.651 x_3 x_6 x_1 - 29.2518 x_4 x_6 x_1 + 493.648 x_5 x_6 x_1 + 210.668 x_6 x_1 + 2.81794 x_1 + 1.02315 x_2^3 + \\ & 32.1867 x_3^3 - 72.3699 x_4^3 + 74.7638 x_5^3 + 266.989 x_6^3 + 3.01776 x_2^2 - 154.946 x_2 x_3^2 - 356.672 x_3^2 + \\ & 336.548 x_2 x_4^2 - 567.264 x_3 x_4^2 - 182.442 x_4^2 - 435.723 x_2 x_5^2 - 53.1979 x_3 x_5^2 - 168.435 x_4 x_5^2 - \\ & 293.088 x_5^2 + 84.3711 x_2 x_6^2 - 161.27 x_3 x_6^2 - 742.593 x_4 x_6^2 + 50.1595 x_5 x_6^2 - 347.099 x_6^2 + \\ & 2.83332 x_2 + 5.85279 x_2^2 x_3 - 8.24771 x_2 x_3 - 9.05837 x_3 + 3.32954 x_2^2 x_4 + 228.803 x_3^2 x_4 - \\ & 3.7246 x_2 x_4 - 60.6588 x_2 x_3 x_4 - 309.741 x_3 x_4 - 3.01836 x_4 + 2.50827 x_2^2 x_5 - 89.5253 x_3^2 x_5 + \\ & 213.78 x_4^2 x_5 - 10.3563 x_2 x_5 - 436.458 x_2 x_3 x_5 - 772.097 x_3 x_5 - 888.314 x_2 x_4 x_5 + 269.404 x_3 x_4 x_5 - \\ & 678.036 x_4 x_5 - 7.03351 x_5 + 11.3303 x_2^2 x_6 - 89.0839 x_3^2 x_6 + 641.492 x_4^2 x_6 + 97.428 x_5^2 x_6 + \\ & 2.62888 x_2 x_6 + 265.129 x_2 x_3 x_6 - 1393.55 x_3 x_6 + 366.469 x_2 x_4 x_6 + 570.352 x_3 x_4 x_6 - 408.544 x_4 x_6 + \\ & 564.747 x_2 x_5 x_6 - 40.6366 x_3 x_5 x_6 - 406.872 x_4 x_5 x_6 - 724.807 x_5 x_6 - 9.26106 x_6 + 0.95506); \end{aligned}$$

(\*FOTN\*)

$$\begin{aligned} \text{FOTN} = & -9352.27 \sin(x_1) - 11861.3 \cos(x_1) - 1496.64 \sin(x_2) - \\ & 194.352 \cos(x_2) + 265.686 \sin(x_3) + 168.04 \cos(x_3) + 144.542 \sin(x_4) - 36.6956 \cos(x_4) + \\ & 271.891 \sin(x_5) + 153.159 \cos(x_5) - 0.591071 \sin(x_6) - 7.68234 \cos(x_6) + 16310; \end{aligned}$$

(\*FOTNR\*)

$$\begin{aligned} \ln[f_{\circ}] := \text{FOTNR} = & (-11.4539 \sin(x_1) - 20.5784 \cos(x_1) - 197.183 \sin(x_2) - \\ & 126.609 \cos(x_2) - 101.49 \sin(x_3) - 62.657 \cos(x_3) - 151.558 \sin(x_4) - 93.5672 \cos(x_4) - \\ & 51.4225 \sin(x_5) - 31.7467 \cos(x_5) - 101.49 \sin(x_6) - 62.6569 \cos(x_6) + 620.988) / \\ & (0.24491 \sin(x_1) + 0.439894 \cos(x_1) - 0.230547 \sin(x_2) - 0.148032 \cos(x_2) - 0.149206 \sin(x_3) - \\ & 0.092115 \cos(x_3) - 0.238287 \sin(x_4) - 0.147111 \cos(x_4) - 0.0601237 \sin(x_5) - \\ & 0.0371185 \cos(x_5) - 0.149205 \sin(x_6) - 0.0921147 \cos(x_6) + 0.321589); \end{aligned}$$

(\*SOTN\*)

$$\begin{aligned}
\ln[ ]:= \text{SOTN} = & 1337.28 \sin(x1) \sin(x2) + 679.798 \cos(x1) \cos(x2) - 378.04 \cos(x1) \sin(x2) - 3275.79 \sin(x1) \cos(x2) - \\
& 1206.02 \sin(x1) \sin(x3) + 21.0682 \cos(x1) \cos(x3) + 220.247 \cos(x1) \sin(x3) + 831.831 \sin(x1) \cos(x3) + \\
& 225.662 \sin(x1) \sin(x4) + 44.8764 \cos(x1) \cos(x4) - 83.6904 \cos(x1) \sin(x4) + 814.812 \sin(x1) \cos(x4) - \\
& 1888.62 \sin(x1) \sin(x5) + 94.1782 \cos(x1) \cos(x5) + 389.767 \cos(x1) \sin(x5) - 716.558 \sin(x1) \cos(x5) - \\
& 674.859 \sin(x1) \sin(x6) + 78.3864 \cos(x1) \cos(x6) + 179.542 \cos(x1) \sin(x6) - 390.376 \sin(x1) \cos(x6) + \\
& 1037.04 \sin^2(x1) - 70.9201 \sin(x1) + 43.8692 \cos^2(x1) + 53.2294 \cos(x1) - 676.929 \sin(x1) \cos(x1) - \\
& 92.7729 \sin(x2) \sin(x3) + 255.86 \cos(x2) \cos(x3) - 23.113 \sin(x2) \cos(x3) + 378.905 \cos(x2) \sin(x3) - \\
& 47.0029 \sin(x2) \sin(x4) + 63.3913 \cos(x2) \cos(x4) + 516.422 \sin(x2) \cos(x4) + 132.055 \cos(x2) \sin(x4) - \\
& 80.4845 \sin(x2) \sin(x5) + 185.191 \cos(x2) \cos(x5) - 131.126 \sin(x2) \cos(x5) + 384.666 \cos(x2) \sin(x5) - \\
& 55.1138 \sin(x2) \sin(x6) + 150.016 \cos(x2) \cos(x6) - 46.7119 \sin(x2) \cos(x6) + 256.187 \cos(x2) \sin(x6) - \\
& 27.1612 \sin^2(x2) + 16.8104 \sin(x2) + 644.86 \cos^2(x2) + 209.704 \cos(x2) - 253.255 \sin(x2) \cos(x2) + \\
& 112.259 \sin(x3) \sin(x4) - 639.546 \cos(x3) \cos(x4) - 572.964 \sin(x3) \cos(x4) - 1137.4 \cos(x3) \sin(x4) + \\
& 126.346 \sin(x3) \sin(x5) - 64.9239 \cos(x3) \cos(x5) - 5.057 \sin(x3) \cos(x5) - 22.1029 \cos(x3) \sin(x5) + \\
& 166.562 \sin(x3) \sin(x6) + 265.464 \cos(x3) \cos(x6) + 115.682 \sin(x3) \cos(x6) + 417.136 \cos(x3) \sin(x6) + \\
& 129.277 \sin^2(x3) + 113.227 \sin(x3) + 196.409 \cos^2(x3) + 152.032 \cos(x3) + 174.003 \sin(x3) \cos(x3) + \\
& 394.828 \sin(x4) \sin(x5) + 95.391 \cos(x4) \cos(x5) + 341.505 \sin(x4) \cos(x5) - 12.6603 \cos(x4) \sin(x5) - \\
& 388.419 \sin(x4) \sin(x6) - 438.701 \cos(x4) \cos(x6) - 252.693 \sin(x4) \cos(x6) - 697.704 \cos(x4) \sin(x6) + \\
& 81.7808 \sin^2(x4) + 71.5765 \sin(x4) + 290.382 \cos^2(x4) + 199.791 \cos(x4) + 111.859 \sin(x4) \cos(x4) + \\
& 79.9747 \sin(x5) \sin(x6) - 18.7786 \cos(x5) \cos(x6) + 52.642 \sin(x5) \cos(x6) - 33.6852 \cos(x5) \sin(x6) + \\
& 162.871 \sin^2(x5) + 140.853 \sin(x5) + 149.348 \cos^2(x5) + 75.5998 \cos(x5) + 88.9264 \sin(x5) \cos(x5) + \\
& 148.33 \sin^2(x6) + 128.18 \sin(x6) + 160.531 \cos^2(x6) + 85.2981 \cos(x6) + 50.426 \sin(x6) \cos(x6) + 110.954;
\end{aligned}$$

(\*SOTNR\*)

$$\begin{aligned}
\ln[ ]:= \text{SOTNR} = & (195.025 \cos^2(x1) + 613.012 \cos(x2) \cos(x1) + 414.422 \cos(x3) \cos(x1) + 264.401 \cos(x4) \cos(x1) + \\
& 401.836 \cos(x5) \cos(x1) + 970.229 \cos(x6) \cos(x1) + 39.3235 \sin(x1) \cos(x1) + 380.815 \sin(x2) \cos(x1) + \\
& 568.061 \sin(x3) \cos(x1) + 708.239 \sin(x4) \cos(x1) + 638.579 \sin(x5) \cos(x1) + 187.914 \sin(x6) \cos(x1) + \\
& 738.027 \cos^2(x1) + 132.764 \cos^2(x2) + 62.6737 \cos^2(x3) + 30.0644 \cos^2(x4) + 47.2017 \cos^2(x5) + \\
& 147.993 \cos^2(x6) - 22.7444 \sin^2(x1) + 39.5174 \sin^2(x2) + 109.607 \sin^2(x3) + 142.217 \sin^2(x4) + \\
& 125.079 \sin^2(x5) + 24.2876 \sin^2(x6) + 592.932 \cos(x2) + 350.175 \cos(x2) \cos(x3) + 432.141 \cos(x3) + \\
& 69.8715 \cos(x2) \cos(x4) - 249.436 \cos(x3) \cos(x4) + 328.436 \cos(x4) + 336.083 \cos(x2) \cos(x5) + \\
& 247.649 \cos(x3) \cos(x5) + 148.823 \cos(x4) \cos(x5) + 414.22 \cos(x5) + 656.943 \cos(x2) \cos(x6) + \\
& 37.4828 \cos(x3) \cos(x6) + 42.2769 \cos(x4) \cos(x6) + 529.573 \cos(x5) \cos(x6) + 986.917 \cos(x6) + \\
& 59.8842 \cos(x2) \sin(x1) + 129.71 \cos(x3) \sin(x1) + 202.142 \cos(x4) \sin(x1) + 81.4819 \cos(x5) \sin(x1) + \\
& 233.5 \cos(x6) \sin(x1) - 2.74422 \sin(x1) + 275.434 \cos(x2) \sin(x2) + 231.861 \cos(x3) \sin(x2) + \\
& 392.454 \cos(x4) \sin(x2) + 226.758 \cos(x5) \sin(x2) + 696.56 \cos(x6) \sin(x2) - 68.9097 \sin(x1) \sin(x2) + \\
& 324.705 \sin(x2) + 467.263 \cos(x2) \sin(x3) + 302.93 \cos(x3) \sin(x3) + 174.671 \cos(x4) \sin(x3) + \\
& 312.772 \cos(x5) \sin(x3) + 772.012 \cos(x6) \sin(x3) - 23.303 \sin(x1) \sin(x3) + 220.867 \sin(x2) \sin(x3) + \\
& 514.208 \sin(x3) + 566.251 \cos(x2) \sin(x4) + 427.14 \cos(x3) \sin(x4) + 365.859 \cos(x4) \sin(x4) + \\
& 377.862 \cos(x5) \sin(x4) + 905.036 \cos(x6) \sin(x4) + 22.1173 \sin(x1) \sin(x4) + 329.933 \sin(x2) \sin(x4) + \\
& 513.548 \sin(x3) \sin(x4) + 666.609 \sin(x4) + 511.321 \cos(x2) \sin(x5) + 371.593 \cos(x3) \sin(x5) + \\
& 294.879 \cos(x4) \sin(x5) + 363.053 \cos(x5) \sin(x5) + 858.653 \cos(x6) \sin(x5) - 8.22658 \sin(x1) \sin(x5) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 281.438 \sin(x_2) \sin(x_5) + 447.004 \sin(x_3) \sin(x_5) + 557.132 \sin(x_4) \sin(x_5) + 588.05 \sin(x_5) + \\
 & 258.417 \cos(x_2) \sin(x_6) + 416.386 \cos(x_3) \sin(x_6) - 27.6755 \cos(x_4) \sin(x_6) + 158.744 \cos(x_5) \sin(x_6) + \\
 & 412.485 \cos(x_6) \sin(x_6) - 107.984 \sin(x_1) \sin(x_6) - 97.7069 \sin(x_2) \sin(x_6) + 109.979 \sin(x_3) \sin(x_6) + \\
 & 182.467 \sin(x_4) \sin(x_6) + 107.796 \sin(x_5) \sin(x_6) + 129.348 \sin(x_6) + 171.281 \Big/ \\
 & (55.6127 \cos^2(x_1) - 11.8359 \cos(x_2) \cos(x_1) - 101.401 \cos(x_3) \cos(x_1) + 74.2328 \cos(x_4) \cos(x_1) + \\
 & 54.58 \cos(x_5) \cos(x_1) + 98.5831 \cos(x_6) \cos(x_1) + 199.3 \sin(x_1) \cos(x_1) - 201.76 \sin(x_2) \cos(x_1) + \\
 & 170.825 \sin(x_3) \cos(x_1) + 304.091 \sin(x_4) \cos(x_1) + 258.053 \sin(x_5) \cos(x_1) - 108.221 \sin(x_6) \cos(x_1) + \\
 & 210.848 \cos(x_1) + 102.797 \cos^2(x_2) + 11.646 \cos^2(x_3) - 12.6727 \cos^2(x_4) + 4.61374 \cos^2(x_5) + \\
 & 54.7306 \cos^2(x_6) - 20.757 \sin^2(x_1) - 67.9417 \sin^2(x_2) + 23.2097 \sin^2(x_3) + 47.5284 \sin^2(x_4) + \\
 & 30.242 \sin^2(x_5) - 19.8749 \sin^2(x_6) - 147.097 \cos(x_2) - 181.155 \cos(x_2) \cos(x_3) + 15.2459 \cos(x_3) - \\
 & 206.383 \cos(x_2) \cos(x_4) + 126.32 \cos(x_3) \cos(x_4) - 3.78795 \cos(x_4) + 111.7 \cos(x_2) \cos(x_5) + \\
 & 15.5695 \cos(x_3) \cos(x_5) + 446.598 \cos(x_4) \cos(x_5) + 39.3394 \cos(x_5) - 209.543 \cos(x_2) \cos(x_6) + \\
 & 235.065 \cos(x_3) \cos(x_6) - 8.39491 \cos(x_4) \cos(x_6) - 207.962 \cos(x_5) \cos(x_6) + 60.2719 \cos(x_6) - \\
 & 170.112 \cos(x_2) \sin(x_1) + 264.282 \cos(x_3) \sin(x_1) - 59.0511 \cos(x_4) \sin(x_1) - 45.794 \cos(x_5) \sin(x_1) + \\
 & 103.727 \cos(x_6) \sin(x_1) + 87.6494 \sin(x_1) - 691.265 \cos(x_2) \sin(x_2) - 123.912 \cos(x_3) \sin(x_2) - \\
 & 284.133 \cos(x_4) \sin(x_2) - 10.8965 \cos(x_5) \sin(x_2) - 163.857 \cos(x_6) \sin(x_2) - 36.0337 \sin(x_1) \sin(x_2) - \\
 & 276.613 \sin(x_2) - 51.5397 \cos(x_2) \sin(x_3) - 1.13532 \cos(x_3) \sin(x_3) + 101.874 \cos(x_4) \sin(x_3) + \\
 & 132.021 \cos(x_5) \sin(x_3) + 262.758 \cos(x_6) \sin(x_3) + 32.6446 \sin(x_1) \sin(x_3) - 224.634 \sin(x_2) \sin(x_3) + \\
 & 103.469 \sin(x_3) + 43.3538 \cos(x_2) \sin(x_4) + 358.533 \cos(x_3) \sin(x_4) + 102.201 \cos(x_4) \sin(x_4) - \\
 & 1298.59 \cos(x_5) \sin(x_4) + 0.514268 \cos(x_6) \sin(x_4) + 43.6886 \sin(x_1) \sin(x_4) - 27.6095 \sin(x_2) \sin(x_4) + \\
 & 160.662 \sin(x_3) \sin(x_4) + 219.98 \sin(x_4) - 170.877 \cos(x_2) \sin(x_5) + 86.4831 \cos(x_3) \sin(x_5) + \\
 & 73.4326 \cos(x_4) \sin(x_5) + 57.3798 \cos(x_5) \sin(x_5) - 150.848 \cos(x_6) \sin(x_5) - 20.7853 \sin(x_1) \sin(x_5) - \\
 & 166.69 \sin(x_2) \sin(x_5) + 313.191 \sin(x_3) \sin(x_5) + 119.635 \sin(x_4) \sin(x_5) + 138.611 \sin(x_5) - \\
 & 128.601 \cos(x_2) \sin(x_6) - 286.831 \cos(x_3) \sin(x_6) + 91.4992 \cos(x_4) \sin(x_6) + 1059.55 \cos(x_5) \sin(x_6) - \\
 & 173.277 \cos(x_6) \sin(x_6) + 45.1486 \sin(x_1) \sin(x_6) - 324.949 \sin(x_2) \sin(x_6) - 491.378 \sin(x_3) \sin(x_6) + \\
 & 230.173 \sin(x_4) \sin(x_6) - 137.651 \sin(x_5) \sin(x_6) - 102.397 \sin(x_6) + 33.8557);
 \end{aligned}$$

(\*FOLN\*)

$$\begin{aligned}
 \ln[f] := & \text{FOLN} = -1260.46 \log(x_1 + 0.00001) - 481.86 \log(0.00001 x_2) + 6.67871 \log(x_3 + 0.00001) + \\
 & 7.0544 \log(x_4 + 0.00001) + 10.0976 \log(x_5 + 0.00001) + 4.32009 \log(x_6 + 0.00001) - 5656.26;
 \end{aligned}$$

(\*FOLNR\*)

$$\begin{aligned}
 \ln[f] := & \text{FOLNR} = (15791.7 \log(x_1 + 0.00001) + 10229.6 \log(x_2 + 0.00001) + 1418.4 \log(x_3 + 0.00001) - \\
 & 804.651 \log(x_4 + 0.00001) + 460.59 \log(x_5 + 0.00001) + 2753.27 \log(x_6 + 0.00001) - 2977.68) / \\
 & (14.6558 \log(x_1 + 0.00001) + 11.9585 \log(x_2 + 0.00001) + 2.12835 \log(x_3 + 0.00001) - \\
 & 0.921107 \log(x_4 + 0.00001) + 0.634241 \log(x_5 + 0.00001) + 3.42312 \log(x_6 + 0.00001) - 7.79439);
 \end{aligned}$$

(\*SOLN\*)

$$\begin{aligned} \ln f^* := \text{SOLN} = & 1632.5 \log(x1 + 0.00001) \log(0.00001 x2) - 31.9367 \log(x1 + 0.00001) \log(x3 + 0.00001) - \\ & 31.7349 \log(x1 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) - 20.7024 \log(x1 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) - \\ & 5.35896 \log(x1 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + 1007.75 \log^2(x1 + 0.00001) + 19304. \log(x1 + 0.00001) - \\ & 2.22906 \log(0.00001 x2) \log(x3 + 0.00001) - 12.648 \log(0.00001 x2) \log(x4 + 0.00001) - \\ & 2.99455 \log(0.00001 x2) \log(x5 + 0.00001) - 0.173265 \log(0.00001 x2) \log(x6 + 0.00001) - \\ & 193.148 \log^2(0.00001 x2) - 3710.26 \log(0.00001 x2) + 0.315321 \log(x3 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + \\ & 0.155954 \log(x3 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) - 0.0627364 \log(x3 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - \\ & 9.815 \log^2(x3 + 0.00001) - 115.871 \log(x3 + 0.00001) + 0.0123185 \log(x4 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + \\ & 0.260976 \log(x4 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - 7.56226 \log^2(x4 + 0.00001) - \\ & 215.369 \log(x4 + 0.00001) + 0.06132 \log(x5 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - 0.41301 \log^2(x5 + 0.00001) - \\ & 52.2252 \log(x5 + 0.00001) + 3.02865 \log^2(x6 + 0.00001) + 15.5647 \log(x6 + 0.00001) - 15892.3; \end{aligned}$$

(\*SOLNR\*)

$$\begin{aligned} \ln f^* := \text{SOLNR} = & (2.15064 \log(x1 + 0.00001) \log(x2 + 0.00001) + 2.70724 \log(x1 + 0.00001) \log(x3 + 0.00001) - \\ & 4.89623 \log(x1 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + 4.36105 \log(x1 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + \\ & 5.07604 \log(x1 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + 0.768048 \log^2(x1 + 0.00001) + 2.72884 \log(x1 + 0.00001) + \\ & 1.38529 \log(x2 + 0.00001) \log(x3 + 0.00001) + 4.47229 \log(x2 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + \\ & 1.40938 \log(x2 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + 0.807802 \log(x2 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + \\ & 0.963566 \log^2(x2 + 0.00001) + 1.94927 \log(x2 + 0.00001) + 30.2368 \log(x3 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + \\ & 6.37977 \log(x3 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + 4.11463 \log(x3 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - \\ & 6.5281 \log^2(x3 + 0.00001) + 2.2698 \log(x3 + 0.00001) + 22.4783 \log(x4 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + \\ & 19.656 \log(x4 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - 14.9419 \log^2(x4 + 0.00001) + \\ & 6.69526 \log(x4 + 0.00001) - 4.45532 \log(x5 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) - 2.6889 \log^2(x5 + 0.00001) + \\ & 0.167342 \log(x5 + 0.00001) - 1.60856 \log^2(x6 + 0.00001) - 0.477046 \log(x6 + 0.00001) + 0.839632) / \\ & (2.22212 \log(x1 + 0.00001) \log(x2 + 0.00001) + 0.468517 \log(x1 + 0.00001) \log(x3 + 0.00001) + \\ & 6.13195 \log(x1 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) - 2.10411 \log(x1 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) - \\ & 0.373887 \log(x1 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + 1.42561 \log^2(x1 + 0.00001) + 0.831693 \log(x1 + 0.00001) + \\ & 2.41877 \log(x2 + 0.00001) \log(x3 + 0.00001) - 0.930476 \log(x2 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + \\ & 1.89378 \log(x2 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) - 2.78164 \log(x2 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + \\ & 1.04253 \log^2(x2 + 0.00001) + 2.05606 \log(x2 + 0.00001) - 16.7708 \log(x3 + 0.00001) \log(x4 + 0.00001) + \\ & 10.2361 \log(x3 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) + 9.72358 \log(x3 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + \\ & 1.1859 \log^2(x3 + 0.00001) + 4.46715 \log(x3 + 0.00001) - 16.2082 \log(x4 + 0.00001) \log(x5 + 0.00001) - \\ & 14.8629 \log(x4 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + 16.0119 \log^2(x4 + 0.00001) - 2.45819 \log(x4 + 0.00001) + \\ & 8.21868 \log(x5 + 0.00001) \log(x6 + 0.00001) + 1.90059 \log^2(x5 + 0.00001) + \\ & 3.3168 \log(x5 + 0.00001) + 2.41692 \log^2(x6 + 0.00001) + 3.5592 \log(x6 + 0.00001) + 1.10832); \end{aligned}$$

(\*Tablo A.47:

Kompozit plaka burkulma davranışını modellemede önerilen matematiksel modeller---  
Tablo 10.4'de verilen modellerin katsayıları açık halleri\*)

(\*BesselJ\*)

$$\begin{aligned} \text{BESSELJ} = & 20\,307.1 J_1(x_1) J_1(x_2) - 57\,637.1 J_1(x_1) J_1(x_3) - 34\,781.5 J_1(x_1) J_1(x_4) - 11\,502.2 J_1(x_1) J_1(x_5) + \\ & 3990.91 J_1(x_1) J_1(x_6) + 28\,190.7 J_1(x_1)^2 - 24\,225. J_1(x_1) + 6744.91 J_1(x_2) J_1(x_3) - 13\,511.6 J_1(x_2) J_1(x_4) + \\ & 2887.45 J_1(x_2) J_1(x_5) - 6556.07 J_1(x_2) - 19\,564.9 J_1(x_3) J_1(x_4) - 6477.48 J_1(x_3) J_1(x_5) - 126\,469. J_1(x_3)^2 + \\ & 23\,892.9 J_1(x_3) + 7021.39 J_1(x_4) J_1(x_5) - 7997.28 J_1(x_4) J_1(x_6) - 52\,251.1 J_1(x_4)^2 + 20\,633.8 J_1(x_4) - \\ & 1195.46 J_1(x_5) J_1(x_6) - 58\,753.5 J_1(x_5)^2 + 6500.18 J_1(x_5) - 20\,135. J_1(x_6)^2 + 1005.57 J_1(x_6) + 5259.89; \end{aligned}$$

(\*ChebyShevT\*)

$$\begin{aligned} \text{ChebyShevT} = & 18.3778 x_1^6 - 190.335 x_1^4 + 687.966 x_1^3 x_2^3 - 7394.14 x_1^3 x_2 + 40.5167 x_1^3 x_3 + 20.8059 x_1^3 x_4 - \\ & 24.177 x_1^3 x_5 + 1.09504 x_1^3 x_6 - 25.9708 x_1^3 + 14\,512.1 x_1^2 - 1394. x_1 x_2^3 + 11\,648.8 x_1 x_2 - \\ & 56.7946 x_1 x_3 - 30.1283 x_1 x_4 + 15.9614 x_1 x_5 - 1.535 x_1 x_6 - 19\,684.2 x_1 + 45.4059 x_2^6 - \\ & 12.8457 x_2^4 - 5.90195 x_2^3 x_3 10^{-15} + 0.6226 x_2^3 x_4 - 4.17447 x_2^3 x_5 - 2.15871 x_2^3 x_6 10^{-15} - \\ & 6.85499 x_2^3 + 1957.59 x_2^2 + 2.22938 x_2 x_3 10^{-14} - 4.26793 x_2 x_4 + 13.567 x_2 x_5 + 7.95804 x_2 x_6 10^{-15} - \\ & 7540.71 x_2 - 0.0446289 x_3^2 + 1.79157 x_3 x_5 10^{-17} + 3.08642 x_3 x_6 10^{-7} + 27.5566 x_3 + \\ & 1.04854 x_4 x_6 10^{-17} + 16.2229 x_4 + 7.34742 x_5 x_6 10^{-18} - 11.2006 x_5 + 0.636208 x_6 + 7930.36; \end{aligned}$$

(\*Erf\*)

$$\begin{aligned} \text{Erf} = & 7157.98 \text{erf}(x_1) \text{erf}(x_2) - 2214.19 \text{erf}(x_1) \text{erf}(x_3) - 1453.22 \text{erf}(x_1) \text{erf}(x_4) - 379.388 \text{erf}(x_1) \text{erf}(x_5) + \\ & 171.515 \text{erf}(x_1) \text{erf}(x_6) + 8621.02 \text{erf}(x_1)^2 - 14\,289.2 \text{erf}(x_1) - 328.612 \text{erf}(x_2) \text{erf}(x_3) + \\ & 188.287 \text{erf}(x_2) \text{erf}(x_4) - 348.12 \text{erf}(x_2) \text{erf}(x_5) - 220.38 \text{erf}(x_2) \text{erf}(x_6) - 298.928 \text{erf}(x_2)^2 - 3912.27 \text{erf}(x_2) + \\ & 206.675 \text{erf}(x_3) \text{erf}(x_4) + 132.527 \text{erf}(x_3) \text{erf}(x_5) - 48.2014 \text{erf}(x_3) \text{erf}(x_6) + 160.592 \text{erf}(x_3)^2 + \\ & 1155.51 \text{erf}(x_3) - 5.48177 \text{erf}(x_4) \text{erf}(x_5) + 45.0942 \text{erf}(x_4) \text{erf}(x_6) + 76.7228 \text{erf}(x_4)^2 + 430.684 \text{erf}(x_4) + \\ & 92.4267 \text{erf}(x_5) \text{erf}(x_6) - 57.6913 \text{erf}(x_5)^2 + 369.02 \text{erf}(x_5) + 6.52558 \text{erf}(x_6)^2 + 0.00285268 \text{erf}(x_6) + 6208.31; \end{aligned}$$

(\*ExpIntegralIE\*)

$$\begin{aligned} \text{ExpIntegralIE} = & 184\,866. E_5(x_1) E_5(x_2) - 47\,023.8 E_5(x_1) E_5(x_3) - 29\,940.2 E_5(x_1) E_5(x_4) - 10\,760.6 E_5(x_1) E_5(x_5) + \\ & 69.7381 E_5(x_1) E_5(x_6) + 213\,810. E_5(x_1)^2 - 52\,708.3 E_5(x_1) - 4679.13 E_5(x_2) E_5(x_3) + 4060.8 E_5(x_2) E_5(x_4) - \\ & 6348.89 E_5(x_2) E_5(x_5) + 21\,595.6 E_5(x_2)^2 - 21\,830.2 E_5(x_2) + 2918.1 E_5(x_3) E_5(x_4) + 227.359 E_5(x_3)^2 + \\ & 5783.33 E_5(x_3) + 402.007 E_5(x_4)^2 + 2989.12 E_5(x_4) - 252.456 E_5(x_5)^2 + 1867.84 E_5(x_5) + 3633.49; \end{aligned}$$

(\*FresnelG2\*)

$$\begin{aligned} \text{FresnelG2} = & -13\,482.5 G(x_1) G(x_2) G(x_3) + 49\,776.7 G(x_1) G(x_2) - \\ & 9090.46 G(x_1) G(x_3) - 3468.09 G(x_1) G(x_4) G(x_6) - 7283.29 G(x_1) G(x_4) - 1137. G(x_1) G(x_5) + \\ & 1016.31 G(x_1) G(x_6) + 5128.61 G(x_1) - 704.6 G(x_2) G(x_3) G(x_4) - 5516.83 G(x_2) - \\ & 112.322 G(x_3) G(x_4) + 1423.84 G(x_3) + 1273.84 G(x_4) + 22.7821 G(x_5) - 225.262 G(x_6) - 251.799; \end{aligned}$$

(\*FresnelG3\*)

$$\begin{aligned} \text{FresnelG3} = & -250.041 G(x1) G(x2) G(x3) + 42.287 G(x1) G(x2) - 9130.14 G(x1) G(x3) - 2215.85 G(x1) G(x4) G(x6) - \\ & 5503.48 G(x1) G(x4) - 1545.2 G(x1) G(x5) + 2829.92 G(x1) G(x6) + 4951.34 G(x1) - \\ & 13.6938 G(x2) G(x3) G(x4) - 3374.1 G(x2) G(x3) + 2418.98 G(x2) G(x4) - 4139.32 G(x2) - \\ & 66.6854 G(x3) G(x4) + 1491.68 G(x3) + 671.988 G(x4) + 82.2361 G(x5) - 605.345 G(x6) - 180.561; \end{aligned}$$

(\*HermiteH\*)

$$\begin{aligned} \text{HermiteH} = & 9209.49 x1^4 + 1042.43 x1^2 x2^2 + 0.000277079 x1^2 x3^2 - 0.132289 x1^2 x4^2 - 0.0213077 x1^2 x5^2 - \\ & 8819.13 x1^2 + 259.991 x2^4 - 1201.36 x2^2 + 0.0616147 x4^2 + 0.00858444 x5^2 - 0.0123756 x6^2 + 2846.96; \end{aligned}$$

(\*HyperGeometric0F1\*)

$$\begin{aligned} \text{HyperGeometric0F1} = & 53.6754 {}_0F_1(; 5; x1) {}_0F_1(; 5; x2) - 0.11998 {}_0F_1(; 5; x1) {}_0F_1(; 5; x3) - \\ & 0.179875 {}_0F_1(; 5; x1) {}_0F_1(; 5; x4) + 0.0264249 {}_0F_1(; 5; x1) {}_0F_1(; 5; x5) - 0.00395301 {}_0F_1(; 5; x1) {}_0F_1(; 5; x6) + \\ & 162.051 {}_0F_1(; 5; x1)^2 - 433.536 {}_0F_1(; 5; x1) + 0.0188362 {}_0F_1(; 5; x2) {}_0F_1(; 5; x3) - \\ & 0.074917 {}_0F_1(; 5; x2) {}_0F_1(; 5; x4) + 13.5176 {}_0F_1(; 5; x2)^2 - 94.3526 {}_0F_1(; 5; x2) + 0.109254 {}_0F_1(; 5; x3) + \\ & 0.293779 {}_0F_1(; 5; x4) - 0.0287439 {}_0F_1(; 5; x5) + 0.00564038 {}_0F_1(; 5; x6) + 304.346; \end{aligned}$$

(\*LegendreP\*)

$$\begin{aligned} \text{LegendreP} = & 9208.7 x1^4 + 1042.45 x1^2 x2^2 - 0.132349 x1^2 x4^2 - 0.021357 x1^2 x5^2 - 8817.37 x1^2 + \\ & 259.863 x2^4 - 1201.03 x2^2 + 0.0616231 x4^2 + 0.00859723 x5^2 - 0.0123645 x6^2 + 2846.65; \end{aligned}$$

(\*RamanujanTauTheta\*)

$$\begin{aligned} \text{RamanujanTauTheta} = & 196.806 \text{RamanujanTauTheta}[x1] \times \text{RamanujanTauTheta}[x2] + \\ & 95.0779 \text{RamanujanTauTheta}[x1] \times \text{RamanujanTauTheta}[x3] + 60.906 \text{RamanujanTauTheta}[x1] \times \\ & \text{RamanujanTauTheta}[x4] + 13.9361 \text{RamanujanTauTheta}[x1] \times \text{RamanujanTauTheta}[x5] - \\ & 5.12448 \text{RamanujanTauTheta}[x1] \times \text{RamanujanTauTheta}[x6] + 460.237 \text{RamanujanTauTheta}[x1]^2 + \\ & 93.913 \text{RamanujanTauTheta}[x1] - 6.9991 \text{RamanujanTauTheta}[x2] \times \text{RamanujanTauTheta}[x3] + \\ & 21.9628 \text{RamanujanTauTheta}[x2] \times \text{RamanujanTauTheta}[x4] - \\ & 5.23877 \text{RamanujanTauTheta}[x2] \times \text{RamanujanTauTheta}[x5] + 46.6789 \text{RamanujanTauTheta}[x2]^2 + \\ & 28.4746 \text{RamanujanTauTheta}[x2] + 6.00238 \text{RamanujanTauTheta}[x3] + 7.62129 \text{RamanujanTauTheta}[x4] + \\ & 0.401973 \text{RamanujanTauTheta}[x5] - 0.265166 \text{RamanujanTauTheta}[x6] + 5860.21; \end{aligned}$$

(\*RiemannSiegelTheta\*)

$$\begin{aligned} \text{RiemannSiegelTheta} = & 1704.07 \vartheta(x1) \vartheta(x2) + 14.4887 \vartheta(x1) \vartheta(x3) + 9.70896 \vartheta(x1) \vartheta(x4) + \\ & 2.30886 \vartheta(x1) \vartheta(x5) + 2124.67 \vartheta(x1)^2 + 8239.16 \vartheta(x1) + 5.29345 \vartheta(x2) \vartheta(x4) + \\ & 391.658 \vartheta(x2)^2 + 3546.79 \vartheta(x2) + 17.0458 \vartheta(x3) + 21.6166 \vartheta(x4) + 2.89045 \vartheta(x5) + 8753.88; \end{aligned}$$



# Bölüm 11

Tablo A.48: Kopma mukavemeti için önerilen modeller (Tablo 11.3’de verilen modellerin katsayılı açık halleri)

Model ismi	Model
L	$Y = 17.89 + 0.09858x_1 + 0.4248x_2 + 14.39x_3 + 0.07465x_4$
SON	$Y = 20.63 + 0.2283x_1 - 0.001276x_1^2 - 7.946x_2 + 0.001404x_1x_2 + 1.558x_2^2 - 9.543x_3 - 0.1314x_1x_3 - 3.142x_2x_3 + 116.6x_3^2 + 0.2947x_4 + 0.001221x_1x_4 + 0.02x_2x_4 - 0.1414x_3x_4 - 0.003458x_4^2$
TON	$Y = 13.83 + 0.3856x_1 + 0.005173x_1^2 - 0.0000244x_1^3 - 16.81x_2 - 0.7031x_1x_2 + 0.00326x_1^2x_2 + 15.97x_2^2 + 0.0501x_1x_2^2 - 3.364x_2^3 + 250.1x_3 - 5.264x_1x_3 - 0.007096x_1^2x_3 + 15.57x_2x_3 + 0.1662x_1x_2x_3 + 15.06x_2^2x_3 + 149.2x_3^2 + 19.45x_1x_3^2 - 18.98x_2x_3^2 - 3295.x_3^3 - 0.1986x_4 + 0.03419x_1x_4 - 0.0002038x_1^2x_4 - 0.02807x_2x_4 + 0.000484x_1x_2x_4 + 0.1351x_2^2x_4 - 6.488x_3x_4 - 0.04512x_1x_3x_4 - 2.159x_2x_3x_4 + 18.68x_3^2x_4 - 0.003604x_4^2 - 0.00002854x_1x_4^2 - 0.005208x_2x_4^2 + 0.08575x_3x_4^2 + 0.00005137x_4^3$
FOTN	$240.43 + 21.695\text{Cos}(x_1) + 2.6284\text{Cos}(x_2) - 236.37\text{Cos}(x_3) - 1.2963\text{Cos}(x_4) - 32.467\text{Sin}(x_1) - 2.6299\text{Sin}(x_2) - 33.413\text{Sin}(x_3) + 1.3243\text{Sin}(x_4)$
SOTN	$Y = -296.66 - 785.47\text{Cos}(x_1) - 591.49\text{Cos}(x_1)^2 - 31.131\text{Cos}(x_2) + 43.138\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_2) - 311.7\text{Cos}(x_2)^2 - 312.22\text{Cos}(x_3) + 3475.1\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_3) + 510.14\text{Cos}(x_2)\text{Cos}(x_3) - 328.01\text{Cos}(x_3)^2 - 218.51\text{Cos}(x_4) - 14.054\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_4) + 0.11098\text{Cos}(x_2)\text{Cos}(x_4) + 516.66\text{Cos}(x_3)\text{Cos}(x_4) - 70.894\text{Cos}(x_4)^2 - 776.38\text{Sin}(x_1) + 1692.2\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_1) - 55.425\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_1) - 1006.3\text{Cos}(x_3)\text{Sin}(x_1) + 14.192\text{Cos}(x_4)\text{Sin}(x_1) + 329.83\text{Sin}(x_1)^2 - 191.51\text{Sin}(x_2) - 4.2488\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_2) - 680.1\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_2) - 200.72\text{Cos}(x_3)\text{Sin}(x_2) + 1.856\text{Cos}(x_4)\text{Sin}(x_2) + 8.3055\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_2) - 519.93\text{Sin}(x_2)^2 - 331.98\text{Sin}(x_3) + 765.66\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_3) + 105.44\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_3) - 378.72\text{Cos}(x_3)\text{Sin}(x_3) + 111.26\text{Cos}(x_4)\text{Sin}(x_3) - 295.55\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_3) - 50.291\text{Sin}(x_2)\text{Sin}(x_3) + 1057.5\text{Sin}(x_3)^2 + 262.75\text{Sin}(x_4) + 3.5195\text{Cos}(x_1)\text{Sin}(x_4) + 2.7137\text{Cos}(x_2)\text{Sin}(x_4) - 396.53\text{Cos}(x_3)\text{Sin}(x_4) + 57.073\text{Cos}(x_4)\text{Sin}(x_4) - 1.007\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_4) - 1.0219\text{Sin}(x_2)\text{Sin}(x_4) - 73.268\text{Sin}(x_3)\text{Sin}(x_4) - 516.59\text{Sin}(x_4)^2$
FOLN	$Y = 0.329 + 5.28\text{Log}(x_1) + 0.0361\text{Log}(x_2) + 2.46\text{Log}(x_3) + 3.73\text{Log}(x_4)$
SOLN	$Y = 31.17 - 2.304\text{Log}(x_1) - 1.235\text{Log}(x_1)^2 - 7.43\text{Log}(x_2) - 1.593\text{Log}(x_1)\text{Log}(x_2) + 9.541\text{Log}(x_2)^2 + 27.82\text{Log}(x_3) - 1.83\text{Log}(x_1)\text{Log}(x_3) - 0.9574\text{Log}(x_2)\text{Log}(x_3) + 4.189\text{Log}(x_3)^2 + 6.678\text{Log}(x_4) + 4.235\text{Log}(x_1)\text{Log}(x_4) - 0.365\text{Log}(x_2)\text{Log}(x_4) - 0.6509\text{Log}(x_3)\text{Log}(x_4) - 2.76\text{Log}(x_4)^2$
HM1	$Y = 16.2 - 0.2541\text{Log}(x_1) - 0.3827\text{Log}(x_2) + 0.07724\text{Log}(x_3) + 0.2102\text{Log}(x_4) + 0.7676x_1 - 0.0008445x_1^2 - 0.0000219x_1^3 - 18.51x_2 - 0.4048x_1x_2 + 0.001102x_1^2x_2 + 12.38x_2^2 + 0.05061x_1x_2^2 - 1.881x_3^2 - 3.245x_3 - 1.683x_1x_3 + 0.004639x_1^2x_3 + 16.89x_2x_3 + 0.009881x_1x_2x_3 + 1.535x_2^2x_3 - 55.32x_3^2 + 3.43x_1x_3^2 - 22.34x_2x_3^2 - 4.97x_3^3 + 0.222x_4 + 0.00106x_1x_4 + 0.00001642x_1^2x_4 - 0.0889x_2x_4 + 0.0002929x_1x_2x_4 - 0.005256x_2^2x_4 + 1.786x_3x_4 - 0.004389x_1x_3x_4 - 0.372x_2x_3x_4 - 0.3886x_3^2x_4 + 0.0006192x_4^2 - 0.000027x_1x_4^2 + 0.001969x_2x_4^2 - 0.008608x_3x_4^2 - 0.00005816x_4^3$
HM2	$Y = -12.07 - 0.413\text{Sin}(x_2) - 4.917\text{Sin}(x_2)^2 + 2.464\text{Cos}(x_1)\text{Cos}(x_4)\text{Sin}(x_1)\text{Sin}(x_4) + 1.118x_1 - 0.005582x_1^2 + 14.63x_2 - 0.4419x_1x_2 + 0.001246x_1^2x_2 - 1.596x_2^2 + 0.05327x_1x_2^2 - 21.48x_3 - 1.67x_1x_3 + 0.004015x_1^2x_3 + 10.54x_2x_3 + 0.01255x_1x_2x_3 + 2.284x_2^2x_3 - 67.38x_3^2 + 3.517x_1x_3^2 - 8.854x_2x_3^2 + 0.8114x_4 - 0.00009852x_1x_4 + 0.00002548x_1^2x_4 - 0.2468x_2x_4 + 0.0003859x_1x_2x_4 + 0.001205x_2^2x_4 + 3.387x_3x_4 - 0.00361x_1x_3x_4 - 0.4363x_2x_3x_4 - 1.547x_3^2x_4 - 0.009056x_4^2 - 0.00003641x_1x_4^2 + 0.003409x_2x_4^2 - 0.02014x_3x_4^2 - 0.175(1 + x_1x_4)^{0.5} + 0.00689\text{Log}(x_1)\text{Log}(x_4)(1 + x_1x_4)^{0.5}$

Tablo A.49: Gerinme için önerilen modeller (Tablo 11.4’de verilen modellerin katsayıları açık halleri)

Model ismi	Model
L	$Y = 2.46 - 0.00631x_1 - 0.0579x_2 + 2.79x_3 + 0.0136x_4$
SON	$Y = 0.907 + 0.0106x_1 - 0.000132x_1^2 - 0.376x_2 + 0.000518x_1x_2 + 0.0752x_2^2 + 6.23x_3 + 0.0184x_1x_3 - 0.0434x_2x_3 - 7.28x_3^2 + 0.0675x_4 - 0.000115x_1x_4 - 0.00176x_2x_4 - 0.0356x_3x_4 - 0.000397x_4^2$
TON	$Y = -7.34 + 0.168x_1 - 0.00102x_1^2 + (1.68 \times 10^{-6})x_1^3 + 8.01x_2 - 0.00347x_1x_2 + (6.63 \times 10^{-6})x_1^2x_2 - 1.91x_2^2 + 0.000105x_1x_2^2 + 0.252x_2^3 - 34.3x_3 + 0.384x_1x_3 - 0.00142x_1^2x_3 - 2.33x_2x_3 - 0.0147x_1x_2x_3 + 0.127x_2^2x_3 - 30.4x_3^2 - 0.877x_1x_3^2 + 0.611x_2x_3^2 + 257.x_3^3 + 0.185x_4 - 0.00624x_1x_4 + 0.0000187x_1^2x_4 - 0.177x_2x_4 + 0.0000683x_1x_2x_4 - (7.22 \times 10^{-6})x_2^2x_4 + 1.67x_3x_4 + 0.00517x_1x_3x_4 + 0.0682x_2x_3x_4 - 1.85x_3^2x_4 + 0.00269x_4^2 + 0.0000308x_1x_4^2 + 0.00189x_2x_4^2 - 0.0173x_3x_4^2 - 0.0000505x_4^3$
FOTN	$Y = -16.83 + 0.008626\cos(x_1) + 0.2414\cos(x_2) + 19.38\cos(x_3) - 0.2504\cos(x_4) + 0.5029\sin(x_1) - 0.01949\sin(x_2) + 6.703\sin(x_3) + 0.2132\sin(x_4)$
SOTN	$Y = -10.98 + 8.118\cos(x_1) - 17.77\cos(x_1)^2 + 6.268\cos(x_2) - 0.4613\cos(x_1)\cos(x_2) - 14.07\cos(x_2)^2 - 11.54\cos(x_3) + 89.84\cos(x_1)\cos(x_3) + 4.181\cos(x_2)\cos(x_3) - 12.11\cos(x_3)^2 + 12.76\cos(x_4) + 1.583\cos(x_1)\cos(x_4) - 0.384\cos(x_2)\cos(x_4) - 28.32\cos(x_3)\cos(x_4) - 23.41\cos(x_4)^2 + 88.85\sin(x_1) + 73.58\cos(x_1)\sin(x_1) - 0.0954\cos(x_2)\sin(x_1) - 164.7\cos(x_3)\sin(x_1) - 1.405\cos(x_4)\sin(x_1) + 1.837\sin(x_1)^2 - 5.645\sin(x_2) + 1.908\cos(x_1)\sin(x_2) - 12.61\cos(x_2)\sin(x_2) - 3.865\cos(x_3)\sin(x_2) + 0.3561\cos(x_4)\sin(x_2) - 1.852\sin(x_1)\sin(x_2) - 17.34\sin(x_2)^2 - 16.81\sin(x_3) + 31.8\cos(x_1)\sin(x_3) + 0.1982\cos(x_2)\sin(x_3) - 18.98\cos(x_3)\sin(x_3) - 2.792\cos(x_4)\sin(x_3) - 51.22\sin(x_1)\sin(x_3) - 1.289\sin(x_2)\sin(x_3) + 31.67\sin(x_3)^2 + 5.362\sin(x_4) - 1.435\cos(x_1)\sin(x_4) + 0.2785\cos(x_2)\sin(x_4) + 8.424\cos(x_3)\sin(x_4) - 21.96\cos(x_4)\sin(x_4) + 1.801\sin(x_1)\sin(x_4) + 0.04106\sin(x_2)\sin(x_4) + 2.024\sin(x_3)\sin(x_4) - 8.77\sin(x_4)^2$
FOLN	$Y = 2.92 - 0.285\log(x_1) - 0.138\log(x_2) + 0.488\log(x_3) + 0.601\log(x_4)$
SOLN	$Y = -17.23 + 6.171\log(x_1) - 0.5925\log(x_1)^2 + 1.241\log(x_2) - 0.02831\log(x_1)\log(x_2) + 0.1322\log(x_2)^2 + 1.12\log(x_3) + 0.1685\log(x_1)\log(x_3) - 0.07065\log(x_2)\log(x_3) + 0.1134\log(x_3)^2 + 4.683\log(x_4) - 0.4115\log(x_1)\log(x_4) - 0.4191\log(x_2)\log(x_4) - 0.2193\log(x_3)\log(x_4) - 0.3292\log(x_4)^2$
HM3	$Y = -5.45 + 0.00965\log(x_1) + 0.0136\log(x_2) + 0.0016\log(x_3) - 0.00302\log(x_4) + 0.136x_1 - 0.000681x_1^2 - 0.0000011x_1^3 + 6.98x_2 - 0.0359x_1x_2 + 0.000146x_1^2x_2 - 1.74x_2^2 + 0.00238x_1x_2^2 + 0.188x_2^3 - 21.6x_3 + 0.228x_1x_3 - 0.000513x_1^2x_3 + 1.57x_2x_3 + 0.0016x_1x_2x_3 + 0.0597x_2^2x_3 - 24.x_3^2 - 0.462x_1x_3^2 - 2.68x_2x_3^2 + 114.x_3^3 + 0.0993x_4 - 0.00307x_1x_4 + 0.0000112x_1^2x_4 - 0.114x_2x_4 + 0.000123x_1x_2x_4 + 0.00583x_2^2x_4 + 1.05x_3x_4 + 0.000968x_1x_3x_4 - 0.0164x_2x_3x_4 - 0.482x_3^2x_4 + 0.00166x_4^2 + 0.0000116x_1x_4^2 + 0.000896x_2x_4^2 - 0.0103x_3x_4^2 - 0.0000228x_4^3$
HM4	$Y = -5.896 + 0.3207\cos(x_2) - 0.01442\log(x_1) + 0.01668\log(x_2) + 0.005122\log(x_3) - 0.08335\log(x_4) + 1.354\sin(x_2) + 0.1481x_1 - 0.0008876x_1^2 + 3.616x_2 - 0.03587x_1x_2 + 0.0001455x_1^2x_2 - 0.1137x_2^2 + 0.002385x_1x_2^2 - 34.06x_3 + 0.2282x_1x_3 - 0.0005126x_1^2x_3 + 1.567x_2x_3 + 0.001602x_1x_2x_3 + 0.05967x_2^2x_3 + 44.19x_3^2 - 0.4616x_1x_3^2 - 2.681x_2x_3^2 + 0.2347x_4 - 0.003072x_1x_4 + 0.00001124x_1^2x_4 - 0.1144x_2x_4 + 0.0001228x_1x_2x_4 + 0.00583x_2^2x_4 + 1.046x_3x_4 + 0.0009682x_1x_3x_4 - 0.01642x_2x_3x_4 - 0.4822x_3^2x_4 - 0.001424x_4^2 + 0.00001163x_1x_4^2 + 0.0008964x_2x_4^2 - 0.01031x_3x_4^2$

Tablo A.50: Çekme mukavemeti için önerilen modeller (Tablo 11.5’de verilen modellerin katsayıları açık halleri)

Model ismi	Model
L	$Y = 18.02 + 0.08819x_1 + 0.3117x_2 + 16.7x_3 + 0.09901x_4$
SON	$Y = 17.92 + 0.2283x_1 - 0.001221x_1^2 - 8.206x_2 + 0.002364x_1x_2 + 1.579x_2^2 - 4.95x_3 - 0.1288x_1x_3 - 3.591x_2x_3 + 109.6x_3^2 + 0.4361x_4 + 0.0007682x_1x_4 + 0.02171x_2x_4 - 0.1151x_3x_4 - 0.004556x_4^2$
TON	$Y = 2.794 + 0.4648x_1 + 0.006083x_1^2 - 0.0000332x_1^3 - 8.528x_2 - 0.6675x_1x_2 + 0.002994x_1^2x_2 + 14.2x_2^2 + 0.05074x_1x_2^2 - 3.055x_2^3 + 231.6x_3 - 5.402x_1x_3 - 0.006425x_1^2x_3 - 0.1488x_2x_3 + 0.1566x_1x_2x_3 + 14.87x_2^2x_3 + 160.9x_3^2 + 18.74x_1x_3^2 - 2.41x_2x_3^2 - 3112.x_3^3 + 0.05956x_4 + 0.02644x_1x_4 - 0.0001731x_1^2x_4 - 0.2364x_2x_4 + 0.0002967x_1x_2x_4 + 0.12x_2^2x_4 - 4.464x_3x_4 - 0.03566x_1x_3x_4 - 1.885x_2x_3x_4 + 15.75x_3^2x_4 + 0.000138x_4^2 - (3.636 \times 10^{-7})x_1x_4^2 - 0.002203x_2x_4^2 + 0.05949x_3x_4^2 - 0.00002325x_4^3$
FOTN	$Y = 212.99 + 20.133\cos(x_1) + 2.8809\cos(x_2) - 206.72\cos(x_3) - 1.7105\cos(x_4) - 29.951\sin(x_1) - 2.5875\sin(x_2) - 25.3\sin(x_3) + 1.7148\sin(x_4)$
SOTN	$Y = -236.89 - 775.77\cos(x_1) - 483.36\cos(x_1)^2 - 51.159\cos(x_2) + 43.552\cos(x_1)\cos(x_2) - 239.75\cos(x_2)^2 - 249.26\cos(x_3) + 2932.3\cos(x_1)\cos(x_3) + 461.16\cos(x_2)\cos(x_3) - 261.82\cos(x_3)^2 - 177.88\cos(x_4) - 12.368\cos(x_1)\cos(x_4) - 0.47051\cos(x_2)\cos(x_4) + 474.09\cos(x_3)\cos(x_4) - 18.76\cos(x_4)^2 - 1090.4\sin(x_1) + 1332.7\cos(x_1)\sin(x_1) - 56.599\cos(x_2)\sin(x_1) - 311.83\cos(x_3)\sin(x_1) + 12.424\cos(x_4)\sin(x_1) + 291.18\sin(x_1)^2 - 155.26\sin(x_2) - 2.6865\cos(x_1)\sin(x_2) - 593.3\cos(x_2)\sin(x_2) - 187.13\cos(x_3)\sin(x_2) + 2.1967\cos(x_4)\sin(x_2) + 6.8474\sin(x_1)\sin(x_2) - 422.01\sin(x_2)^2 - 266.86\sin(x_3) + 658.25\cos(x_1)\sin(x_3) + 97.266\cos(x_2)\sin(x_3) - 303.68\cos(x_3)\sin(x_3) + 104.56\cos(x_4)\sin(x_3) - 159.92\sin(x_1)\sin(x_3) - 49.231\sin(x_2)\sin(x_3) + 811.98\sin(x_3)^2 + 265.3\sin(x_4) + 3.096\cos(x_1)\sin(x_4) + 2.7401\cos(x_2)\sin(x_4) - 432.84\cos(x_3)\sin(x_4) + 178.57\cos(x_4)\sin(x_4) - 0.1163\sin(x_1)\sin(x_4) - 0.71207\sin(x_2)\sin(x_4) - 79.723\sin(x_3)\sin(x_4) - 431.35\sin(x_4)^2$
FOLN	$Y = 0.08837 + 4.746\log(x_1) - 0.2233\log(x_2) + 2.853\log(x_3) + 4.804\log(x_4)$
SOLN	$Y = -7.805 + 1.959\log(x_1) - 1.341\log(x_1)^2 - 7.489\log(x_2) - 1.62\log(x_1)\log(x_2) + 9.407\log(x_2)^2 + 27.57\log(x_3) - 1.881\log(x_1)\log(x_3) - 1.203\log(x_2)\log(x_3) + 4.185\log(x_3)^2 + 23.06\log(x_4) + 3.152\log(x_1)\log(x_4) - 0.4533\log(x_2)\log(x_4) - 0.3883\log(x_3)\log(x_4) - 4.154\log(x_4)^2$
HMS	$Y = -10.75 - 0.413\sin(x_2) - 4.917\sin(x_2)^2 - 1.814\cos(x_1)\cos(x_4)\sin(x_1)\sin(x_4) + 1.118x_1 - 0.005582x_1^2 + 14.63x_2 - 0.4419x_1x_2 + 0.001246x_1^2x_2 - 1.596x_2^2 + 0.05327x_1x_2^2 - 21.48x_3 - 1.67x_1x_3 + 0.004015x_1^2x_3 + 10.54x_2x_3 + 0.01255x_1x_2x_3 + 2.284x_2^2x_3 - 67.38x_3^2 + 3.517x_1x_3^2 - 8.854x_2x_3^2 + 0.8114x_4 - 0.00009852x_1x_4 + 0.00002548x_1^2x_4 - 0.2468x_2x_4 + 0.0003859x_1x_2x_4 + 0.001205x_2^2x_4 + 3.387x_3x_4 - 0.00361x_1x_3x_4 - 0.4363x_2x_3x_4 - 1.547x_3^2x_4 - 0.009056x_4^2 - 0.00003641x_1x_4^2 + 0.003409x_2x_4^2 - 0.02014x_3x_4^2 - 0.1937(1 + x_1x_4)^{0.5} + 0.007142\log(x_1)\log(x_4)(1 + x_1x_4)^{0.5}$

## Ek B

# Tezden Üretilmiş Yayınlar

### Konferans Bildirileri

1. Güntekin Zeynep, Savran Melih, Aydın Levent (2022). Stochastic Optimization Of Battery Pack Enclosure Based On Nonlinear Neuro-Regression Analysis. Ases International Health, Engineering And Sciences Congress (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725816)
2. Parlak Hande, Savran Melih, Aydın Levent (2023). Optimization of Critical Torsional Buckling Load of Glass Reinforced Composite Driveshaft for Automotive Industry. 1st International Conference On Frontiers In Academic Research ICFAR, February 18-21, 2023, Konya, Turkey

### Makaleler

1. Designing Engineering Structures Using Stochastic Optimization Methods, Bölüm Adı:(Mathematica And Optimization) (2020)., Savran Melih, Sayı Harun, Aydın Levent, CRC Press, Editör:Aydın Levent, Artem H. Seçil, Oterkus Selda, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 236, ISBN:9780429289576, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 6930559)
2. Savran Melih, Aydın Levent, Ayaz Asil, Uslu Tuğrul (Revision). A New Strategy for Manufacturing, Modeling, and Optimization of 3D Printed Polylactide based on Multiple Nonlinear Neuro Regression Analysis and Stochastic Optimization Methods. Journal Of Process Mechanical Engineering (Accepted)
3. Savran Melih, Aydın Levent, Aykaç Ahmet, Ok İzel. Mathematical Modeling and Optimum Design of Zinc Oxide Nanostructures Modified Carbon Fiber Reinforced Polymethylmethacrylate-based Bone Cement Composite Using Machine Learning Methods. Journal Of Biomedical Materials Research Part B Applied Biomaterials (Revision)

# Özgeçmiş

Adı Soyadı: Melih Savran

## Eğitim:

2009–2013	Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Makine Müh. Bölümü
2013–2014	İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi, Yabancı Dil Hazırlık Okulu
2014–2017	İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Müh. ABD. (Yüksek Lisans)
2017–2023	İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Müh. ABD. (Doktora)

## İş Deneyimi:

2017 – 2019	B Preg Kompozit ve Tekstil Müh. Dan. San. Tic. A.ş.
2019 –	İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makine Müh., Termodinamik ABD. (Araştırma Görevlisi)

## Eserler

### A. Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler:

1. Savran Melih, Aydın Levent (2023). Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods. Mechanics of Advanced Materials and Structures, Doi: 10.1080/15376494.2022.2061656 (Yayın No: 7725786)
2. Savran Melih, Yılmaz Muhammed, Öncül Mustafa, Sever Kutlay (2022). Manufacturing and Modeling of Polypropylene-based Hybrid

- Composites by Using Multiple-Nonlinear Regression Analysis. Scientific Research Communications, Doi: 10.52460/src.2022.002 (Yayın No: 7725829)
3. Savran Melih, Öncül Mustafa, Yılmaz Muhammed, Aydın Levent, Sever Kutlay (2023). Modeling and Optimization of Dynamic-Mechanical Properties of Hybrid Polymer Composites By Multiple Nonlinear Neuro-Regression Method. Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences (Yayın No: 7725834)
  4. Savran Melih, Aydın Levent (2018). Stochastic optimization of graphite-flax/epoxy hybrid laminated composite for maximum fundamental frequency and minimum cost. Engineering Structures, 174, 675-687., Doi: 10.1016/J.Engstruct.2018.07.043 (Yayın No: 5837437)
  5. Yürekli Yılmaz, Yildirim Mehmet, Aydın Levent, Savran Melih (2017). Filtration and removal performances of membrane adsorbers. Journal Of Hazardous Materials, 332, 33-41., Doi: 10.1016/j.jhazmat.2017.02.061 (Yayın No: 5847108)
  6. Savran Melih, Aydın Levent, Ayaz Asil, Uslu Tuğrul (Revision). A New Strategy for Manufacturing, Modeling, and Optimization of 3D Printed Polylactide based on Multiple Nonlinear Neuro Regression Analysis and Stochastic Optimization Methods. Journal Of Process Mechanical Engineering (Revision)
  7. Savran Melih, Aydın Levent, Aykaç Ahmet, Ok İzel (Under Review) Mathematical Modeling and Optimum Design of Zinc Oxide Nanostructures Modified Carbon Fiber Reinforced Polymethylmethacrylate-based Bone Cement Composite Using Machine Learning Methods. Journal Of Biomedical Materials Research Part B Applied Biomaterials (Under Review)

**B. Uluslararası bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında (proceedings) basılan bildiriler :**

1. Aydin Kemal Bartu, Aydin Levent, Savran Melih, Sayi Harun, Ayakdaş Ozan, Artem Hatice Seçil (2020). Stochastic Optimization of Graphene Sheets Subjected to Drilling Operation Using Neuro-Regression Approach for Maximum Mechanical Strength. 4 th International Students Science Congress, 281-289. (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:6930673)
2. Yavuz Gülperi Feyza, Aydin Levent, Savran Melih, Sayi Harun, Artem Hatice Seçil (2020). Stochastic Optimization of Friction Stir Welded AA7039 Aluminum Alloy Joints Using Neuro-Regression Approach for Maximum Tensile Strength. 4 th International Students Science Congress, 290-296. (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:6930631)
3. Savran Melih, Baytekin Erinç, Akgül Ufuk (2020). Optimization of Wind Power by Using Stochastic Methods. 4 th International Students Science Congress (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:6930709)
4. Savran Melih, Ayaz Asil, Uslu Tuğrul (2021). Modeling and Optimization of 3D Printed PLA Material for Maximum Flexural Strength Using Multiple Nonlinear Neuro Regression Analysis. 5 th International Students Science Congress, Doi: 10.52460/issc.2021.033 (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7185108)
5. Yavuz Halil İbrahim, Savran Melih, Aydin Levent (2022). Stochastic Optimization Of Bead Geometry Parameters With Nonlinear Neuro Regression Analysis For Submerged Arc Weldment Process. Ases International Health, Engineering And Sciences Congress (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725813)
6. Savran Melih, Aydin Levent (2022). Multi Objective Optimization of Inter-ply Hybrid Graphite-Glass/Epoxy Laminated Composite for

Maximum Fundamental Frequency and Minimum Cost. 1st International Conference on Innovative Academic Studies (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:8169266)

7. Kirikoğlu Mert, Savran Melih, Aydın Levent (2022). Optimization of Process Parameters for Minimum Acceleration on Turning Machine by Using Stepwise Nonlinear Regression Analysis. 6th International Students Science Congress (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725820)
8. Güntekin Zeynep, Savran Melih, Aydın Levent (2022). Stochastic Optimization Of Battery Pack Enclosure Based On Nonlinear Neuro-Regression Analysis. Ases International Health, Engineering And Sciences Congress (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725816)
9. İlgen Fatih, Savran Melih, Aydın Levent (2022). Modeling And Optimization Of Weld Residual Stresses Using Neuro-Regression Analysis. 8 th International Conference on Multidisciplinary Sciences (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725803)
10. Ülger Mustafa, Savran Melih, Aydın Levent (2022). Design and Optimization of Chassis Frame under Minimum Weight, Deflection and Stress Consideration Using Nonlinear Neuro-Regression Analysis. 8 th International Conference on Multidisciplinary Sciences (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7725808)
11. Yılmaz Muhammed, Savran Melih, Öncül Mustafa, Sever Kutlay (2021). Manufacturing and Modeling of Hybrid Polymer Composites by Using Multiple-nonlinear Regression Analysis. 5 th International Students Science Congress, Doi: 10.52460/issc.2021.033 (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7185103)
12. Gezer Emin Burak, Aydın Levent, Savran Melih, Ayakdaş Ozan, Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş (2019). A Comparative Study On



Crashworthiness optimization Of Vehicle By Using Stochastic methods.  
Hezarfen International Congress Of Science, Mathematics And  
Engineering (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5847266)

13. Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş, Savran Melih, Ayakdaş Ozan, Aydın Levent (2019). Optimization Of Electrospinning Parameters In the Production Of Pcl Scaffold. Hezarfen International Congress Of Science, Mathematics And Engineering (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5847262)
14. Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş, Ayakdaş Ozan, Savran Melih, Aydın Levent (2019). Optimization Of Process Parameters In Deposition of Stainless Steel On Low Carbon Steel By friction Surfaced Deposit. Hezarfen International Congress Of Science, Mathematics And Engineering (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5847270)
15. Savran Melih, Aydın Levent, Ayakdaş Ozan, Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş (2018). Design And Analysis Of Flat Foam Core Sandwich Panels For Maximum Fundamental Frequency. Iv. International Ege Composite Materials Symposium (Özet Bildiri/Poster)(Yayın No:5852879)
16. Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş, Aydın Levent, Ayakdaş Ozan, Savran Melih (2018). Theoretical Modeling Of Thermal Conductivity Of Alumina/Silicone Rubber Composites. Iv. International Ege Composite Materials Symposium (Özet Bildiri/Poster)(Yayın No:5852827)
17. Ayakdaş Ozan, Aydın Levent, Savran Melih, Küçükdoğan Nilay, Öztürk Savaş (2018). Stacking Sequences Design Of The Cylindrical Composite Pressure Vessel For Different Carbon/ Epoxy Materials By Using Stochastic Optimization Methods. Iv. International Ege Composite Materials Symposium (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5852836)

18. Savran Melih,Aydin Levent,Ayakdaş Ozan,Küçükdoğan Nilay,Öztürk Savaş (2018). Design And Analysis Of Interply Hybrid Laminated Composite For Maximum Natural Frequency And Minumum Cost Using Randomsearch Algorithm And Finite Element Method. Iv. International Ege Composite Materials Symposium (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5852851)
19. Ayakdaş Ozan,Aydin Levent,Savran Melih,Küçükdoğan Nilay,Öztürk Savaş (2018). Design And Optimization Of The Type Iii Pressure Vessel For Different Carbon/Epoxy Materials By Using Differential Evolution Method. 1st International Symposium On Light Alloys And Composite Materials (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5852749)
20. Savran Melih,Aydin Levent,Ayakdaş Ozan,Öztürk Savaş,Küçükdoğan Nilay (2018). Optimum Design Of Glass/Epoxy And Flax/Epoxy Laminated Composite Plates For Maximum Frequency Using A Stochasticoptimization Method. 1st International Symposium On Light Alloys And Composite Materials (Özet Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:5852728)
21. Akçair Mehmet,Savran Melih,Aydin Levent,Ayakdaş Ozan,Öztürk Savaş,Küçükdoğan Nilay (2018). Optimum Design Of Anti-Buckling Behavior Of Graphite/Epoxy Laminated Composite Plate Using Differential Evolution Method. 1st International Symposium On Light Alloys And Composite Materials (Özet Bildiri/Poster)(Yayın No:5852744)
22. Savran Melih,Aydin Levent (2017). Optimum Design Of Hybrid Carbon-Glass/Epoxy Laminated Composite For Minimum Cost And Maximum Frequency Using A Stochastic Optimization Method. 5 Th International Polymeric Composites Symposium And Workshops, 256-266. (Tam Metin Bildiri/Poster)(Yayın No:5852045)

23. İlgen Fatih, Savran Melih, Aydın Levent (2023). Mathematical Modeling and Optimization of 3d Printed Polylactide Material for Maximum Tensile Strength Using Multiple Nonlinear Regression Analysis. 1st International Conference On Frontiers In Academic Research ICFAR, February 18-21, 2023, Konya, Turkey
24. Savran Melih, Şan Olcay, Parlak Hande, Aydın Levent (2023). Optimizing the Work-Piece Temperature Rise during 2.5-D Milling of Inconel 625 by Using Neuro- Regression Analysis. 1st International Conference On Frontiers In Academic Research ICFAR, February 18-21, 2023, Konya, Turkey
25. Parlak Hande, Savran Melih, Aydın Levent (2023). Optimization of Critical Torsional Buckling Load of Glass Reinforced Composite Driveshaft for Automotive Industry. 1st International Conference On Frontiers In Academic Research ICFAR, February 18-21, 2023, Konya, Turkey
26. Savran Melih, Parlak Hande, Aydın Levent (2023). Kompozit Malzemelerde Doğal Frekans Aralığı Analizi için Box Behnken Deney Tasarım Metodu, Nonlineer Nöro Regresyon ve Stokastik Optimizasyon Kullanılarak Yeni Bir Formülasyon Geliştirilmesi. 1 st International Conference on Trends in Advanced Research, March 4-7, 2023 : Konya, Turkey
27. Çolakoğlu Levent, Savran Melih, Yavuz Gülperi Feyza, Parlak Hande, Aydın Levent (2023). Neuro-Regression Modelling and Optimization of Aluminum 6061 Surface Roughness for Turning Process. 1 st International Conference on Trends in Advanced Research, March 4-7, 2023 : Konya, Turkey

**C. Yazılan ulusal/uluslararası kitaplar veya kitaplardaki bölümler:**

1. Vegetable Fiber Composites And Their Technological Applications, Bölüm Adı:(Maximization Of Buckling Resistance For Lightweight Vegetable Based Hybrid Laminated Composites Combined With Synthetic Fibers) (2021)., Savran Melih, Aydın Levent, Deveci Hamza Arda, Gültürk Elif, Springer, Singapore, Editör:Jawaid Mohammad, Khan Anish, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 486, ISBN:978-981-16-1853-6, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 7185086)
2. Hybrid Natural Fiber Composites, Bölüm Adı:(Material Selection For Hybrid Natural Fiber Laminated Composites In Vibration Using A Stochastic Optimization Method) (2021)., Savran Melih, Aydın Levent, Woodhead Publishing, Editör:Anish Khan, Abdullah M. Asiri, M. R. Sanjay, Mohammad Jawaid, Suchart Siengchin, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 352, ISBN:9780128203866, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 6930749)
3. Designing Engineering Structures Using Stochastic Optimization Methods, Bölüm Adı:(Mathematica And Optimization) (2020)., Savran Melih, Sayi Harun, Aydın Levent, CRC Press, Editör:Aydın Levent, Artem H. Seçil, Oterkus Selda, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 236, ISBN:9780429289576, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 6930559)
4. Designing Engineering Structures Using Stochastic Optimization Methods, Bölüm Adı:(Design And Optimization Of Glass Reinforced Composite Driveshafts For Automotive Industry) (2020)., Savran Melih, Ayakdaş Ozan, Aydın Levent, Dizlek M. Eren, CRC Press, Editör:Aydın Levent, Artem H. Seçil, Oterkus Selda, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 236, ISBN:9780429289576, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 6930581)
5. The Most Recent Studies In Science And Art, Bölüm Adı:(An Evaluation of The Current Status Of Pulp And Paper Mill Sludge For Industrial

- Applications) (2018)., Küçükdoğan Nilay,Sütçü Mücahit,Öztürk Savaş,Savran Melih, Gece Kitaplığı, Editör:Hasan Arapgirlioğlu, Atilla Atik, Salim Hızıroğlu, Robert L. Elliott, Dilek Atik, Basım Sayısı:1, ISBN:978-605-288-357-0, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 5852470)
6. The Most Recent Studies In Science And Art, Bölüm Adı:(Free Vibration Analysis Of Laminated Composite Plates) (2018)., Savran Melih,Ayakdaş Ozan,Aydin Levent, Gece Kitaplığı, Editör:Hasan Arapgirlioğlu, Atilla Atik, Salim Hızıroğlu, Robert L. Elliott, Dilek Atik, Basım Sayısı:1, ISBN:978-605-288-357-0, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 5852410)
7. The Most Recent Studies In Science And Art, Bölüm Adı:(Recent Developments In Energy And Solar Energy) (2018)., Kayabaşı Erhan,Öztürk Savaş,Küçükdoğan Nilay,Savran Melih, Gece Kitaplığı, Editör:Hasan Arapgirlioğlu, Atilla Atik, Salim Hızıroğlu, Robert L. Elliott, Dilek Atik, Basım Sayısı:1, ISBN:978-605-288-357-0, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 5852435)
8. Researches On Science In 21st Century Turkey Volume 2, Bölüm Adı:(Design And Optimization Of Natural Fiber Reinforced Composite Driveshafts For Automotive Industry) (2017)., Savran Melih,Aydin Levent, Gece Kitaplığı, Editör:Hasan Arapgirlioğlu, Atilla Atik, Robert L. Elliott, Edward Turgeon, Basım Sayısı:1, Sayfa Sayısı 1552, ISBN:9786052880623, İngilizce(Bilimsel Kitap), (Yayın No: 5852570)

**D. Ulusal hakemli dergilerde yayımlanan makaleler :**

1. Aydin Levent,Savran Melih (2019). Geliştirilmiş Benzetilmiş Tavlama Algoritması Kullanılarak Minimum Fiyat, Minimum Ağırlık Ve Maksimum Doğal Frekans Açısından Hibrit Grafit-Keten/Epoksi Tabakalı Kompozitlerin Optimum Tasarımı. Deu Muhendislik Fakultesi Fen Ve Muhendislik, 21(63), 833-844., Doi: 10.21205/Deufmd.2019216313 (Kontrol No: 5847148)

2. Akçair Mehmet,Savran Melih,Aydin Levent,Ayakdaş Ozan,Öztürk Savaş,Küçükdoğan Nilay (2019). Optimum Design Of Anti-Buckling Behavior Of Graphite/Epoxy Laminated Composites By Differential Evolution And Simulated Annealing Method. Research On Engineering Structures And Materials, 5(2), 175-188., Doi: 10.17515/Resm2019.66is0909 (Kontrol No: 5847205)
3. Ayakdaş Ozan,Aydin Levent,Savran Melih,Küçükdoğan Nilay,Öztürk Savaş (2019). Optimal Design Of The Type III Hydrogen Storage Tank For Different Carbon/Epoxy Materials By Modified Differential Evolution Method. Research On Engineering Structures And Materials, 5(2), 189-201., Doi: 10.17515/Resm2019.65is0909 (Kontrol No: 5847216)
4. Aydin Levent,Artem Hatice Seçil,Savran Melih (2017). Optimization Of Dimensionally Stable Laminated Composites By Using Genetic Algorithms. Afyon Kocatepe University Journal Of Sciences And Engineering, 17(3), 1136-1145., Doi: 10.5578/Fmbd.64041 (Kontrol No: 5847122)

**E. Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler:**

1. Savran Melih, Öncül Mustafa, Yılmaz Muhammed, Aydin Levent, Sever Kutlay (2021). Hibrit Polimer Kompozitlerin Dinamik-Mekanik Özelliklerinin Çoklu Nonlineer Nöro-Regresyon Yöntemiyle Modellenmesi Ve Optimizasyonu. 22. Ulusal Mekanik Kongresi, 75-84. (Tam Metin Bildiri/Sözlü Sunum)(Yayın No:7185119)
2. Savran Melih, Parlak Hande, Aydin Levent (2023). Tabakalı Kompozit Malzemeler için Doğal Frekans Aralığı Analizinde Tam Faktöriyel Deney Tasarımı, Yapay Sinir Ağları Tabanlı Regresyon ve Stokastik Optimizasyon Kullanılarak Alternatif Formülasyon Geliştirilmesi. II. Kocatepe Mühendislik Bilimleri Öğrenci Sempozyumu, 22-224 Mayıs 2023, Afyon, Türkiye.